

( 続紙 1 )

京都大学	博士 ( 理学 )	氏名	岡村 和弥
論文題目	Algebraic and Statistical Approach to Infinite Quantum Systems (無限量子系への代数的統計的アプローチ)		
(論文内容の要旨)			
<p>本学位論文で論じられた主要なテーマは、ミクロ量子系の諸特性を統計的に推論するための量子統計推測理論の新しい統一的方法論を、量子力学的有限系に限定せず量子場を典型例とする無限自由度量子系にも適用可能な形で、代数的量子論の基礎の上に展開することである。代数的量子論は、考察対象となる対象系を特徴づける物理量からなる <math>C^*</math> 代数 <math>\mathfrak{X}</math> および対象系の配置状況を非可換確率論的に記述する <math>\mathfrak{X}</math> 上の状態概念とを基本語彙に用いて定式化される。ここでミクロ量子系とマクロ古典レベルとを双方向的につなぐため、記述の最小単位として採用すべき状態はセクターの概念によって指定される。それは <math>\mathfrak{X}</math> 上の状態が定める代数 <math>\mathfrak{X}</math> の Gel'fand-Naimark-Segal 表現 (略して GNS 表現) が自明な中心を持つ因子状態 <math>\in F_{\mathfrak{X}}</math> の準同値類として定義され、<math>\mathfrak{X}</math> 上の任意状態から成る状態空間 <math>E_{\mathfrak{X}}</math> の基本単位として機能する。ただし、準同値とは <math>\mathfrak{X}</math> 上の2つの状態に対応する GNS 表現が重複度を無視して互いにユニタリー同値になるという条件で定義された表現・状態間の同値関係で、任意の2つの因子状態 <math>\omega_1, \omega_2</math> は準同値か無縁 (disjoint) かの何れか一方で、セクターが違えば対応する2つの GNS 表現 <math>\pi_{\omega_1}, \pi_{\omega_2}</math> は、両者を橋渡しする繋絡作用素 (intertwining operator) が 0 以外にない無縁状況になる: <math>T\pi_{\omega_1}(A) = \pi_{\omega_2}(A)T \Rightarrow T=0</math>.</p> <p>これは、セクター概念と冨田積分分解定理を系統的に用いることによって実現可能となった代数的量子論の新しい理論的定式化である。このような文脈で統計的推定理論の直接的対象となるのは、状態空間 <math>E_{\mathfrak{X}}</math> 上の正則 Borel 確率測度のうちで、確率測度 <math>\mu</math> の重心 <math>b(\mu)</math> として量子状態 <math>\omega</math> を与えることによって <math>\omega</math> を異なるセクターの直和に一意分解する中心測度 <math>\mu_{\omega}</math> であり: <math>\omega = b(\mu_{\omega})</math>, それは因子状態空間 <math>F_{\mathfrak{X}}</math> の中に (準) 台を持つ: <math>\text{supp}(\mu_{\omega}) \subset F_{\mathfrak{X}}</math> 。</p> <p>ミクロ量子とマクロ古典とを有効につなぐ上で決定的に重要な数学的關係は、任意の量子状態 <math>\omega</math> とそれを中心分解する中心測度 <math>\mu_{\omega}</math> との間に成り立つ一対一対応で、これによって量子状態に対する統計的推定の本質的部分は中心測度に対する古典確率論的な統計的推定に帰着されてしまう。量子および古典統計推定論とを緊密に結びつけるこの注目すべき一対一対応は、それ自体としては作用素環論および量子情報理論の中で既に知られていた一つの数学的事実であるが、ミクロ量子とマクロ古典を明確に切り分けつつ双対的・双方向的につなぐことを可能にするセクター概念とそれを support に持つ中心測度が果たす本質的役割の認識が欠如していたため、この事実が統計的推論の文脈で演ずる決定的意義は、申請者によって量子統計推測理論の本格展開がなされる以前には、全く認識されていなかったものである。</p> <p>ひとたび量子および古典統計推定論の間のこの決定的つながりが見出されてしまえば、古典統計推定理論において開発され有効に機能してきた諸概念・諸帰結を量子統計推定論の文脈へ移植し拡張することは、きわめて自然で平易な課題に変貌してしまう。それは、申請者が提出した本論文、参考論文から容易に理解されることである。</p>			

(続紙 2)

(論文審査の結果の要旨)

こうした決定的に重要なつながりに着目してこの関係を focus up し、それが量子統計推測理論全体の展開にとってどのような役割を演ずるかを見抜くことなしには、新たな理論の平易な拡張・展開はあり得なかったことで、実際、1970年代に始まる量子推定理論の長い歴史の中で今日に至るまでこのような展開が着手されずに来たこと、その事実自体がこの発見の非自明性を雄弁に物語るものというべきではなかろうか？論文審査において特に評価されたのは、この点である。

「大偏差戦略」に関する共同研究および上記の重要な跳躍点を踏まえ、申請者は量子 Sanov の定理、量子 Stein の補題に簡明な証明を与え、それらを踏まえて、情報量基準の量子版を定義した。このような文脈で、申請者は状態推定の場合の大偏差原理において、そのレート関数が量子相対エントロピーに他ならないことを、前者から明快かつ一般的な形で導き出した。これは、作用素環の専門家による証明では、限られた特殊な場合の考察に限定された結果でしかなかったものであり、厳密な数的手法を概念的考察と有効に組み合わせることによって、射程の長い帰結を簡潔な仕方で導き出す申請者の研究スタイルの優位性を明確に示すものと言える。

このような統計的推論で不可欠に要求されるべき要請は、データ数を増やす極限における推論結果の安定性・信頼性である。ここ数年、量子情報理論に近い領域で、大偏差型評価がいくつか議論されてきているが、そこでの議論は全て、対象系を記述する物理量代数を小さな系の多数のテンソル積の形で想定し、そのテンソル積の因子の数を増やす極限を考察するのみで、本来求められるべき理論的状况設定には合致していない。これに対して、申請者の行った議論は本来の要請にちょうど沿う内容を備えているということも見過ごすべきではない重要な点だと思われる。

更に、2つの量子状態の定量的比較がどのようにして可能になるか？という問題の考察において申請者が見出したのは、量子測定過程が演ずる重要な役割である。この状況で状態または対応する中心測度に関する統計的推定を行うと、考察する測定過程が状態比較の機能を果たすための条件は、比較対象の各状態と測定過程を用いて定義される合成系の状態の中心測度が絶対連続性の意味で比較可能であることとして特徴付けられることを見出した。このようなセクター概念と冨田積分分解定理の系統的使用に基づく量子測定過程の記述法は、伝統的な量子測定理論を新たな目で見直すことをも迫るものであり、例えば申請者の提唱に沿った理論の再定式化に基づき、量子論の確率解釈を基礎づける Born 統計公式を「公理」としてアド・ホックに理論に課すのではなく、代数的量子論を特徴付ける少数の公理系から自然な帰結として導き出す共同研究の成果をも産み出してきた。

平成25年12月27日に開催された公開講演会では、上記論文の内容説明を受けて関連した口頭試問を行った結果、本論文は博士(理学)の学位論文として価値あるものと認め、合格と判定した。

要旨公表可能日： 年 月 日以降