

非線形システムのロバスト制御と マルチロータ型UAVへの応用

梅本 和希

要約

制御工学に関する研究は Maxwell による "On Governors" より始まったといわれている。その後、Black によりフィードバック制御が提案され、近年は従来考慮されてこなかった非線形性や不確かさの取り扱いに焦点が当てられている。実際のシステムは非線形システムであり、線形制御手法は状態の変化が微小である場合においてのみ用いることが可能である。これは適用する範囲を制限し、応用上問題となってきた。この問題の解決のために、厳密なフィードバック線形化手法、非線形モデル予測制御など様々な手法が提案されている。しかし、対象システムのクラスによっては制御設計を行うことができない問題や、計算コストが高くなってしまいう問題など、非線形システムのクラスの広さおよびその取り扱いの難しさによって未だ解決されていない問題が存在する。一方で、実システムの完全なモデル化が難しいことにより、想定したシステムとの誤差が存在する。モデルベースの制御においては、制御系の安定性に影響する重大な問題であり、多くの研究者によって研究が進み、線形システムに対しての方法論は確立されたといえる。しかし、非線形システムがモデル化誤差に代表される不確かさをもつ場合は非線形システムの取り扱いの難しさの問題もあり、現在も研究がなされている。非線形システムにおけるロバスト制御アプローチは非線形 H_{∞} 制御などいくつか提案されてきたが、多くは繰り返し計算を必要とし、高い計算コストを必要とする。繰り返し計算を用いない非線形システムに対するロバスト制御アプローチとして、オペレータ表現を用いた制御およびスライディングモード制御がある。オペレータ表現を用いた制御の従来の設計においては、2つの大きな問題が存在した。1つ目は実システムにおいて広く存在する入力飽和が考慮されていないことであり、入力飽和はその非線形性から取り扱いが難しい。もうひとつの問題は追従設計において設計条件を満たす追従制御器の設計にシステムの右逆作用素を必要とする問題である。これは対象システムのクラスを厳しく制限しする。これら2つの問題の解決を行う。また、スライディングモード制御 (SMC) は非線形ロバスト制御手法として近年最も盛んに研究されてきた手法の一つである。強いロバスト性を有し、特にメカトロニックシステムに対して多くの用いられている。従来からチャタリングが問題視され、チャタリング問題の解決は多くの研究者によって研究されてきた。Bessaらにより SISO システムに対して飽和関数を導入した際に発生する追従誤差の解析が行われた。本論文では従来の安定条件を緩和し切り替えゲインの低減を行い、Bessaらの解析を MIMO システムに拡張することにより収束解析を行う。これによりチャタリング問題の解決を達成する。提案する制御系設計のマルチロータ型 UAV への適用を行い、数値シミュレーションおよび実機実験により有効性を検証する。

Abstract

It is said that research on control engineering started from "On Governors" by Maxwell. Black proposed feedback control, and the foundation of control engineering was built. Non-linearity and uncertainty have been dealt by request on actual system control in late years. Parameters and dynamics are not certain for actual systems. These uncertainties degrade performance of the control system. The majority of control design approaches on non-linear robust control require iterative calculation, thus it is difficult to realize real time control. There exist two non-linear robust control approaches; operator-based robust right coprime factorization and sliding mode control. In operator-based control, there exist two problems; lack of consideration of input saturation and restriction of the class of target system for tracking design. In this thesis, these problems are solved. On the other hand, sliding mode control (SMC) is a type of robust control, and has been studied by many researchers, especially for mechatronic systems. There exists a chattering problem caused by switching input in SMC. Though implementation of a saturation function is generally used to solve the chattering, it degrades control performance. Tracking error analysis was discussed for a SISO system. In this thesis, the chattering problem is solved by gain reduction and a analysis for a MIMO system. The proposed control system design applies to a multi-rotor UAV, and the effectiveness of the design is verified in numerical simulations and flight experiments.

目次

1	はじめに	1
2	作用素論に基づく制御設計	5
2.1	オペレータとロバスト右既約分解	5
2.1.1	オペレータ	5
2.1.2	右既約分解	8
2.1.3	右既約分解によるフィードバック系設計	8
2.1.4	Dengらによる追従制御設計	9
2.1.5	ロバスト右既約分解	10
2.2	入力飽和特性をもつ不安定系に対する制御系設計	12
2.2.1	入力飽和特性の補償	12
2.2.2	不安定状態の回避	14
2.2.3	数値シミュレーション	15
2.3	ノルム評価に基づく追従制御	20
2.3.1	ノミナルプラントに対する追従誤差の評価	20
2.3.2	不確かな制御系における追従誤差の評価	22
2.3.3	制御系設計指針	24
2.3.4	数値シミュレーション	27
2.4	まとめ	30
3	マルチロータ型UAVのスライディングモード制御	32
3.1	モデリング	32
3.2	単位ベクトルアプローチ	34
3.2.1	問題設定	35
3.2.2	制御則の設計	36
3.2.3	数値シミュレーション	40
3.3	符号関数アプローチ	42
3.4	問題設定	43
3.5	スライディングモード制御系設計	46

3.5.1	スライディングモード	46
3.5.2	到達則	47
3.5.3	制御系設計	47
3.5.4	従来の条件との比較	48
3.6	チャタリング低減と収束解析	49
3.7	連続スライディングモード制御のロバスト性解析	50
3.7.1	マルチロータ型UAVへの応用	51
3.8	マルチロータ型UAVの制御実験	56
3.8.1	追従制御実験	57
3.8.2	連続スライディングモード制御のロバスト性検証実験	57
3.8.3	飽和関数を用いたスライディングモード制御のロバスト 性検証実験	58
3.9	まとめ	59
4	結論と今後の課題	61
4.1	結論	61
4.2	今後の課題	62
	Appendix	63
A	設計された制御器の詳細	63
B	定理の証明	65
	博士論文関連業績	72
	謝辞	74

目 次

2.1	Control system using right coprime factorization	9
2.2	Control system considering uncertainty of model	11
2.3	The saturated feedback system	13
2.4	Control system for plants with input constraint	13
2.5	Control system for avoidance of unstable region	15
2.6	Simulation results case of failure	17
2.7	Simulation 2 results	19
2.8	Simulation result using proposed control system for nominal plant	29
2.9	Simulation result using proposed control system with uncertainty	31
3.1	A model of a quad rotor UAV	34
3.2	Plant output of closed-loop system for nominal system	41
3.3	Plant output of closed-loop system with uncertainty	42
3.4	Verification of Assumption 1	43
3.5	Verification of Assumption 2	43
3.6	Plant output of closed-loop system for controller by Mistler <i>et. al.</i> (2001) with uncertainty	44
3.7	The block diagram of the double structure control system	52
3.8	Plant output of the closed-loop system for the sliding mode control simulation .	55
3.9	The multi-rotor UAV for the experments	56
3.10	Plant output of the closed-loop system for the feedback linearization control experiment	58
3.11	Plant output of the closed-loop system for the feedback linearization control experiment	59
3.12	Plant output of the closed-loop system for the sliding mode control experiment	60

表 目 次

2.1	Simulation 1 conditions	16
2.2	Simulation 2 conditions	18
2.3	Parameters in the equation of motion	28
3.1	Parameters of the control system	54
3.2	Specifications of the UAV	57
3.3	Specifications of the motion capture system	57

第1章

はじめに

制御工学に関する研究は Maxwell による “On Governors” [1] より始まったといわれている。その後, Black[2, 3] によりフィードバック制御が提案され, 近年は従来考慮されてこなかった非線形性や不確かさの取り扱いに焦点が当てられている。実際のシステムは非線形システムであり, 線形制御手法は状態の変化が微小である場合においてのみ用いることが可能である。これは適用する範囲を制限し, 応用上問題となってきた。この問題の解決のために, 厳密なフィードバック線形化手法 [4], 非線形モデル予測制御 [5] など様々な手法が提案されている。しかし, 対象システムのクラスによっては制御設計を行うことができない問題や, 計算コストが高くなってしまいう問題など, 非線形システムのクラスの広さおよびその取り扱いの難しさによって未だ解決されていない問題が存在する。一方で, 実システムの完全なモデル化が難しいことにより, 想定したシステムとの誤差が存在する。モデルベースの制御においては, 制御系の安定性に影響する重大な問題であり, 線形システムに対しての方法論は確立されたといえる [6]。しかし, 非線形システムがモデル化誤差に代表される不確かさをもつ場合はもともとの非線形システムの取り扱いの難しさの問題もあり, 現在にいたるまで研究が続けられている。非線形 H_∞ 制御に代表される多くの非線形ロバスト制御アプローチは繰り返し計算を必要とし, 計算コストが高い問題がある。フィードバック制御においてリアルタイム性は重要な性質であり, 計算コストの低い制御設計が必要となる。本論文では, 繰り返し計算を必要としない2つのアプローチについて述べる。1つは作用素表現によるロバスト右既約分解であり, もう1つはスライディングモード制御である。

非線形システムに対するロバスト制御として, システム表現にオペレータを用いたフィードバック制御系設計 [7] が提案されている。非線形オペレータにより多くのシステムを取り扱うことが可能であり, また不確かさをもつシステムに対する制御設計手法としてロバスト右既約分解 [8] が提案されている。非線形システムの制御において, 線形制御手法は非線形性による制御性能の低下などにより用いることが難しい。非線形システムに対する制御系設計法は多く提案されてきたが, オペレータ表現を用いたロバスト

右既約分解は、不確かさをもつ非線形システムを取り扱うことが可能であるという特徴を有し、非常に興味深いものの一つである。この手法において、制御対象および制御器は非線形オペレータとして表現されるため、多くのクラスのシステムを対象とすることができる。線形系における既約分解の研究は1950年頃から始められた[9, 10]。オペレータ表現を用いた非線形プラントに対する制御手法の研究が1980年前後から始まり[11, 12]、1984年にオペレータ表現による非線形への右既約分解の拡張がHammerによりなされた[13, 14]。オペレータは広い範囲の非線形特性を表現することが可能であるので、さまざまなクラスのプラントへの応用が期待される。非線形のオペレータ表現を用いた右既約分解に関する研究は、あるクラスの非線形プラントに対する右既約分解の構成法[15]、右既約分解を用いた安定化補償器の設計法[16, 17]、制御器のパラメトリゼーション[18]など、数多くおこなわれてきた。近年においては、右既約分解を用いた入力飽和をもつ非線形不安定系に対する制御設計[19]、既約分解の多入出力への拡張[20]、同型写像を用いた既約分解の設計[21]などがある。1998年、Chenらにより、非線形右既約分解のロバスト条件が示された[22]。この条件は不確かさのクラスに関して限定的であったが、Dengらにより、Chenらの結果を拡張したより広いクラスの不確かさに関するロバスト安定条件が示された[8]。従来、非線形右既約分解の研究は制御系の安定化、パラメトリゼーションに主眼をおかれてきたが、右既約分解を用いた追従制御設計手法がDengらにより提案された[23]。この手法は、不安定な非線形系を制御することが可能であり、また不確かさに対してもロバスト安定であるという非常に興味深い特徴をもつ。

また、スライディングモード制御(SMC)は非線形ロバスト制御手法として近年最も盛んに研究されてきた手法の一つである[24, 25, 26]。強いロバスト性を有し、特にメカトロニックシステムに対して多くの用いられている。スライディングモード制御系設計法に関して多くの手法が提案されている。Terminal SMC[27]は滑り面に時変項を付加し設計することにより到達速度の設定が可能となる利点をもつ。Integral SMC[28]は滑り面を積分型で設計することにより、またLMIに基づく設計[29]は不等式条件により、マッチング条件を満たさない不確かさを取り扱うことを可能とした。Continuous SMC[30]は到達条件を変更し、切り替え項を用いず入力連続的となる設計を行っている。High-order SMC[31]は厳密な微分法[32]を用いて出力フィードバック制御系を設計する。これらにより、スライディングモード制御の問題点の多くが解決されている。切り替え制御器によるチャタリング問題などの問題も

指摘されているが、その解決についても多く研究されてきた[33].

本論文において、適用対象としマルチロータ型ヘリコプタを採用する。ヘリコプタに代表される垂直離着陸機は垂直離陸をはじめ、ホバリング・水平飛行などが可能であるなどの利点から、様々な用途で利用されている。これまでに多く研究されてきたのはシングルロータ式のヘリコプタであり、1998年にT. J. Kooら[34]により線形化フィードバックと線形近似を用いた制御が提案された。2003年にA. Isidoriら[35]は「水平面」と「垂直+ヨー角姿勢」の2種類に分解したシステムに対する入力と質量の誤差を考慮した非線形制御を提案した。この手法ではヘリのピッチ・ロール角が0近傍でなければならないという制約が存在したが、L. Marconiら[36]により姿勢角の0近傍における近似を必要としない制御が提案された。これにより、全自由度に対して制御系が設計された。また、2010年にはK. A. Danapalasingamら[37]により入力外乱として風による外乱を考慮した制御も提案されている。一方で、マルチロータ型 UAV (unmanned aerial vehicle) は通常4から8つの単純回転を行うロータによって飛行するシンプルな構造のため小型化が可能であるなどの利点から、現在多くの研究者により研究がなされている[24, 38]。ロータのメカニズムの違いから、従来のシングルロータ式ヘリコプタとは制御の手法が異なることが知られている[39]。マルチロータ型 UAV を実環境で制御する場合、質量・慣性モーメントの内部パラメータ誤差、風の外生外乱など制御対象は様々な不確かさをもつ。そのため制御系設計ではこれらの不確かさを考慮しなければならない。マルチロータ UAV のロバスト安定化については、外乱推定による安定化[40, 41]、パラメータが未知の場合の適応スライディングモード制御[42]、ロバスト離着陸制御[43]などがある。マルチロータ型 UAV の追従制御問題に関する研究はノミナル系に対しての追従制御[44, 45]、外乱推定に基づくトラッキング制御[46, 47]、 H_∞ 制御による外乱抑制[48]、[49]などがある。また、その他の不確かさを考慮したものとして質量中心のずれを考慮した制御[50]、アクチュエータ故障の検出[51]などの研究が行われている。Castilloらの研究[44]においては本体の姿勢に対して水平近傍において三角関数の近似を用いることで制御系の設計がなされており、近似誤差の問題が存在する。Rangajeevaら[45]、Raharijaonaら[50]の研究においてはマルチロータ型 UAV を線形時変システムとして扱うことによりロバスト制御を達成したが、線形近似を行うことで線形化誤差が存在し、また線形行列不等式条件を満たすパラメータの決定のために繰り返し計算が必要となり計算コストが問題となる。Mokhtariら[46]、Gongら[47]はシステムを並進と回転という2つのサブシステムに分解しカスケードシス

テムとして表現し，回転に関するサブシステムに対して完全に追従が達成されるという仮定の下で制御を行った．これは制御器の単純化などにメリットがあるが，回転に関するシステムに追従誤差が存在する場合にシステム全体としての安定性を考慮することが難しく，実際のシステムでは完全な追従を達成することは困難である．Ranjbaranら[51]は厳密な線形化を行った制御系に対し，アクチュエータの故障によるロータ推力の低下を検出し，低下推力を補う適応制御則を提案した．しかし，状態依存のモデル誤差である慣性モーメントの不確かさは考慮していない．Raffoら[48, 49]は H_∞ 制御によりロバストな追従制御を達成しているが，慣性モーメントの不確かさは考慮しておらず，さらに繰り返し計算による計算量の問題も存在する．

本論文では，2章では，オペレータ表現によるロバスト右既約分解を用いた従来の追従設計において，入力飽和の未考慮および対象システムのクラスを制限する問題の解決を行う．ほとんどすべての実システムは入力に制約をもち，この特性は追従性能の低下やフィードバックの不安定化を引き起こし，この特性を考慮することは重要である．また，従来の設計において，システムの右逆作用素を必要とする問題が存在した．この条件は対象システムを厳しく限定するため，対象システムに対する制限を緩和し，より広いクラスのシステムを制御可能とすることにより，非線形システムに対する統一的な制御設計を可能とすることを目指す．3章においてスライディングモード制御に関連して行った研究について述べる．マルチロータ型UAVは不可制御な状態が存在することを示し，その状態を考慮した制御系の設計法を提案する．また，スライディングモード制御の問題点として従来から指摘されてきたチャタリング問題を，ゲイン低減を行い，飽和関数を導入することにより解決する．飽和関数の導入により追従誤差が発生するが，飽和関数のパラメータに対する誤差範囲の解析を行う．4章において本論文を結論付ける．

第2章

作用素論に基づく制御設計

本章では、まず、2.1節においてオペレータ表現を用いたロバスト右既約分解について紹介する。2.2節において、ほとんどすべての実システムにおいて存在する入力飽和を考慮した制御系設計を行い、その後2.3節においてノルム評価に基づく追従設計について述べる。

2.1 オペレータとロバスト右既約分解

本章では、[7]にて述べられている非線形オペレータと入出力空間、非線形ロバスト右既約分解についての定義を示す。2.1.1節において、オペレータとその入出力空間を定義する。2.1.2節において、オペレータ表現を用いた右既約分解について述べる。

2.1.1 オペレータ

本節では、[7]において用いられているオペレータの定義を導入する。オペレータは入出力の関係を写像として表現し、非線形の振る舞いを表現することが可能である。オペレータは因果性とwell-posed性を満たすものとする。 $y = A(u)$ は出力 y が入力 u のオペレータ A による写像であることを表す。以降、オペレータとその入出力空間の定義について述べる。

拡張 Banach 空間

U_s, Y_s はノルム線形空間であり、それぞれの空間に関するノルムを $\|\bullet\|_{U_s}, \|\bullet\|_{Y_s}$ で表すとする。オペレータ $Q: U_s \rightarrow Y_s$ を U_s から Y_s への写像であるとする。 $\mathcal{D}(Q), \mathcal{R}(Q)$ はそれぞれ Q の定義域と値域を示す。すべての入出力空間は、以下に示す拡張Banach空間

$$X^e = \{f \in M : \|f_T\| < \infty \text{ for all } T < \infty\}$$

の部分空間であるとする。このとき、 f は実数可測な $[0, \infty)$ で定義される関数族 M の要素であるとする。また、 f_T は f の打ち切り (truncation) と呼ばれ、以下の通り定義される。

$$f_T(t) := \begin{cases} f(t), & t \leq T \\ 0, & t > T \end{cases}$$

ただし、ノルム $\|\bullet\|$ はBanach空間上で適切に定義されたノルムであるとする。

安定なオペレータ

U, Y はノルム空間であるとする。 U, Y において定義されるノルムについて有界な部分空間をそれぞれ U^s, Y^s であるとする。オペレータ $Q: U \rightarrow Y$ が $\mathcal{D}(Q) = U^s$ に関して $\mathcal{R}(Q) \subseteq Y^s$ を満たす場合、オペレータ Q は入出力安定あるいは単に安定であるという。

ユニモジュラオペレータ

$\mathcal{S}(U_s, Y_s)$ は U_s から Y_s への安定なオペレータの集合であるとする。 L^{-1} はオペレータ L の逆オペレータであるとする。すると、 $L \in \mathcal{S}(X_s, Y_s), L^{-1} \in \mathcal{S}(Y_s, X_s)$ を満たす場合、 L はユニモジュラであるという。

Lipschitz オペレータノルム

Y_s, U_s はノルム空間であるとする。 D_s は U_s の部分空間であるとし、 $\mathcal{F}(D_s, Y_s)$ はすべての非線形オペレータ A の集合であり、 $\mathcal{D}(A) = D_s$ であるとする。 $\mathcal{F}(D_s, Y_s)$ 上の(セミ)ノルムはその値が有界な場合、以下のように記述できる。

$$\|A\| := \sup_{\substack{x_1, x_2 \in D_s \\ x_1 \neq x_2}} \frac{\|A(x_1) - A(x_2)\|_{Y_s}}{\|x_1 - x_2\|_{U_s}}$$

一般に、 $\|A\| = 0$ は $A = 0$ を必ずしも表すことにはならないため、セミノルムとなる。実際に、 A が D_s から Y_s への0でない定数オペレータの場合、 $\|A\| = 0$ となるが、 $A = 0$ ではない。

Definition 1 $Lip(D_s, Y_s)$ は $\mathcal{F}(D_s, Y_s)$ の部分集合であり、 $Lip(D_s, Y_s)$ 中の任意の要素 A は $\|A\| < \infty$ を満たすとする。このとき、 A は D_s から Y_s へのLipschitzオペレータであるといわれ、 $\|A\|$ はオペレータ A の D_s 上でのLipschitzセミノルムであ

るといわれる。Lipschitzオペレータは定義域上で連続かつ安定であるという性質をもつ。

LipschitzオペレータおよびLipschitzセミノルムについて考える。 $\mathcal{F}(D_s, Y_s)$ の要素 A が $Lip(D_s, Y_s)$ に含まれるための必要十分条件は、ある実数 $a \geq 0$ に関して、

$$\|A(x_1) - A(x_2)\|_{Y_s} \leq a \|x_1 - x_2\|_{D_s}$$

がすべての x_1, x_2 に関して満足されることである。ノルム $\|A\|$ は a の下限となる。

Definition 2 U^e, Y^e を拡張 Banach 空間であるとし、それぞれ時間 $[0, \infty)$ で定義される可測関数の Banach 空間 U_B, Y_B に関するものとする。また、 D^e は U^e の部分空間であるとする。非線形オペレータ $A: D^e \rightarrow Y^e$ について考える。 $T \in [0, \infty)$ において、すべての $x, \tilde{x} \in D^e$ に関して

$$\|[A(x)]_T - [A(\tilde{x})]_T\|_{Y_B} \leq a \|x_T - \tilde{x}_T\|_{U_B} \quad (2.1)$$

を満たす定数 a が存在する場合、非線形オペレータ A は D^e 上の一般化 Lipschitz オペレータといわれる。

Remark 1 式 (2.1) 中の定数 a の下限は、

$$\|A\| := \sup_{T \in [0, \infty)} \sup_{\substack{x, \tilde{x} \in D^e \\ x_T \neq \tilde{x}_T}} \frac{\|[A(x)]_T - [A(\tilde{x})]_T\|_{Y_B}}{\|x_T - \tilde{x}_T\|_{U_B}} \quad (2.2)$$

によって与えられ、一般化 Lipschitz オペレータの(セミ)ノルムであるといわれる。 $\|A\|$ は線形オペレータにおいては実際のノルムとなるが、一般的な非線形オペレータにおいてはセミノルムである。非線形オペレータ A における実際のノルムは、任意の固定された $x_0 \in D^e$ を用いて

$$\begin{aligned} \|A\|_{Lip} &= \|A(x_0)\|_{Y_B} + \|A\| \\ &= \|A(x_0)\|_{Y_B} \\ &\quad + \sup_{T \in [0, \infty)} \sup_{\substack{x, \tilde{x} \in D^e \\ x_T \neq \tilde{x}_T}} \frac{\|[A(x)]_T - [A(\tilde{x})]_T\|_{Y_B}}{\|x_T - \tilde{x}_T\|_{U_B}} \end{aligned}$$

と表される。

2.1.2 右既約分解

本節では、オペレータを用いたフィードバック制御系設計について述べる。右既約分解により構成される閉ループ系をFig. 2.1に示す。ここで、 $P: U \rightarrow Y$ は被制御プラント、 S, N, R および D は2.1.2において述べた右既約分解により構成されるオペレータであるとする。Fig. 2.1中の U, Y, E, W はそれぞれ適切なノルムの定義されたノルム空間であるとする。

右分解

U, Y, W は拡張Banach空間であるとする。プラントのオペレータ表現 $P(U, Y)$ が安定なオペレータ $N(W, Y)$ と可逆で安定なオペレータ $D(W, U)$ を用いて、 $P = ND^{-1}$ を満たすように分解可能なとき、プラント P が右分解をもつという。このとき、プラント P の分解は (N, D) のように記述される。また W はquasi-state spaceであるという。

右既約分解とBezout等式

E を拡張Banach空間であるし、 (N, D) をプラント $P: U \rightarrow Y$ の右分解であるとする。Bezout等式 $SN + RD = L$ を満足するような安定なオペレータ $S: Y \rightarrow E$ 、および逆可能で安定な $R: U \rightarrow E$ 、ユニモジュラオペレータ $L: W \rightarrow E$ が存在する場合 P は右既約分解をもつという。このとき、 $W = E$ の場合、ユニモジュラオペレータ L は簡単にアイデンティティオペレータ I に置き換えられる。

2.1.3 右既約分解によるフィードバック系設計

本節では、Chenらの提案した非線形システムにおける右既約分解[22]について述べる。右既約分解を用いて設計されたフィードバック系をFig. 2.1に示す。 $P(U, Y)$ は非線形オペレータであり、右分解 (N, D) をもつ。 S, R は安定なオペレータであり、 R は可逆であるとする。また、これらのオペレータは以下の関係を満たし、すなわちプラント P は右既約分解をもち、(2.3)、(2.4)を満たすとする。

$$P = ND^{-1} \quad (2.3)$$

$$L = SN + RD. \quad (2.4)$$

U, Y はそれぞれ、適したノルムの定義されたノルム空間であるとする。

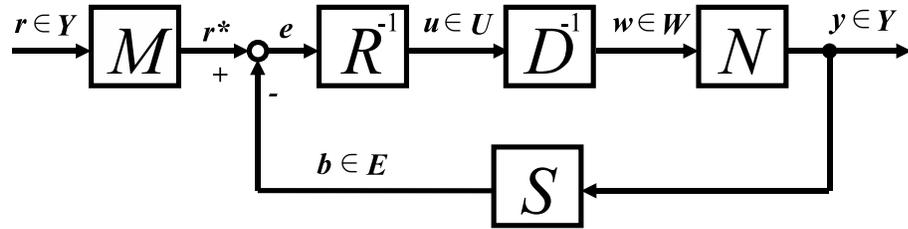


Fig. 2.1: Control system using right coprime factorization

右既約分解により構成されるフィードバック系の安定性について考える。Fig. 2.1のフィードバックの関係から、次の式を得る。

$$y = ND^{-1}R^{-1}(r^* - S(y)) \quad (2.5)$$

上式より、 $N(w) = y$ であるので、

$$\begin{aligned} w &= D^{-1}R^{-1}(r^* - SN(w)) \\ (SN + RD)(w) &= r^* \end{aligned} \quad (2.6)$$

を得る。また、式(2.4)、(2.6)から、

$$\begin{aligned} w &= L^{-1}(r^*) \\ y &= NL^{-1}(r^*) \end{aligned} \quad (2.7)$$

の関係を得る。上記の関係から、 L はユニモジュラオペレータ、 N は安定なオペレータであるので、 r^* が有界である場合、プラント P が不安定である場合も安定化され、閉ループ系が安定となることがわかる。

2.1.4 Dengらによる追従制御設計

Dengらの行った追従設計[23]について述べる。Fig. 2.1で示される制御系は等価的に式(2.7)と記述できる。オペレータ M を、

$$NL^{-1}M(r) = I(r) \quad (2.8)$$

を満たすように設計すれば、プラント出力 y と参照入力 r は一致する。ただし、 M を $r^* = M(r)$ が有界な信号となるように設計しなければならない。

2.1.5 ロバスト右既約分解

Dengらが提案した右既約分解の安定条件[8]について述べる．実際のシステムを制御する際に問題となるのが，モデルの不確かさである．ノミナルプラントに対して設計された制御系は不確かさの存在によって制御性能が低下，または不安定化するなどの問題が生じる．そこで，不確かさが存在する場合にも安定性を失わないためのロバスト安定条件を導く．

Fig. 2.2に示すように，プラントが

$$P + \Delta P = (N + \Delta N)(D + \Delta D)^{-1} \quad (2.9)$$

となるような不確かさを有するとする．ここで， $\Delta N, \Delta D$ は安定なオペレータである．ノミナルプラントにおいて設計した S, R に関して，

$$S(N + \Delta N) + R(D + \Delta D) = \tilde{L} \quad (2.10)$$

を満足する \tilde{L} がユニモジュラである場合にフィードバック系は安定となる．式(2.4), (2.10)より，

$$\tilde{L} - L = S(N + \Delta N) + R(D + \Delta D) - (SN + RD)$$

を得る．上式を \tilde{L} について整理すると，

$$\tilde{L} = [I + \{S(N + \Delta N) - SN + R(D + \Delta D) - RD\}L^{-1}]L$$

となり， \tilde{L} がユニモジュラとなる条件，つまりフィードバック系が安定となる条件は，

$$\| \{S(N + \Delta N) - SN + R(D + \Delta D) - RD\}L^{-1} \| < 1 \quad (2.11)$$

となる．このセミノルムに関する条件を満足する限り，Fig. 2.2に示される制御系はロバスト安定となる．

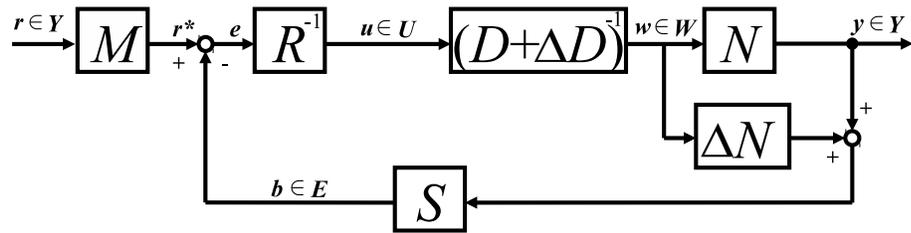


Fig. 2.2: Control system considering uncertainty of model

2.2 入力飽和特性をもつ不安定系に対する制御系設計

本節では，[19]において提案した入力飽和を考慮した追従設計法について述べる．2.1.4節の制御手法は不安定系にも適用可能であるが，実在系の多くには入力飽和特性が存在し，入力飽和を有する系に対しては制御系の設計手法に関する提案はなされていない．本論文では，ロバスト右既約分解を用いた制御系設計手法に基づき入力飽和特性をもつ不安定な非線形系を制御する．不安定系において入力飽和特性により安定化不可能となる状態量の範囲が存在する．そのため状態量を安定化可能な範囲に拘束し，目標値への追従制御を行なう制御系を設計する．

制御対象は不安定要素の状態数を1としてロバスト右既約分解可能であり，準状態信号 w が観測可能である系を扱う．つまり関数 f, g を用い x_d を実数として

$$D^{-1} : \begin{cases} \dot{x}_d = f(u, x_d) \\ w = g(u, x_d) \end{cases} \quad (2.12)$$

$$P = ND^{-1} \quad (2.13)$$

$$L = SN + RD \quad (2.14)$$

となるように右既約分解されたとする．このとき w は u, x_d が有界な場合，有界な信号であるとする．つまり，入力 u に関して状態 x_d が不安定となる場合を想定する．

2.2.1 入力飽和特性の補償

入力飽和を表すオペレータ Y は入力を u として，

$$Y : \begin{cases} Y(u) = u_{\max}, & \text{if } u > u_{\max} \\ Y(u) = u, & \text{if } u_{\min} \leq u \leq u_{\max} \\ Y(u) = u_{\min}, & \text{if } u < u_{\min} \end{cases} \quad (2.15)$$

と表すことができる． u_{\max}, u_{\min} はそれぞれ，制限入力の最大値，最小値であるとする．図2.3において，

$$r^* = R(u) + SND^{-1}Y(u) \quad (2.16)$$

が成り立つ．また，入力飽和の影響を Δr^* として

$$r^* + \Delta r^* = RY(u) + SND^{-1}Y(u) \quad (2.17)$$

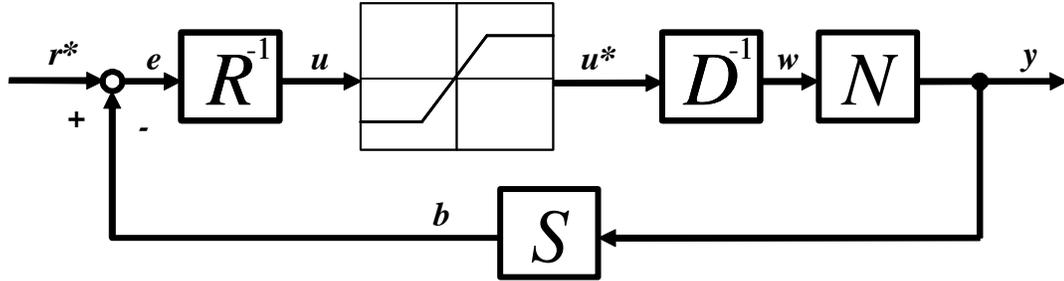


Fig. 2.3: The saturated feedback system

が成立つとする.

$$\Delta r^* = RY(u) - R(u) \quad (2.18)$$

u は入力飽和のない場合の入力であるので,

$$\Delta r^* = (RYDL^{-1} - RDL^{-1})(r^*) \quad (2.19)$$

とすることができる.

図 2.4 の場合を考える.

$$\tilde{M}(r) = M(r) + \Delta r^* \quad (2.20)$$

$$= (I + RYDL^{-1} - RDL^{-1})M(r) \quad (2.21)$$

を満たす場合, $r^* \rightarrow w$ への写像が安定となり, $\tilde{M}(r) = r^*$ が有界な場合, 制御系は安定となる.

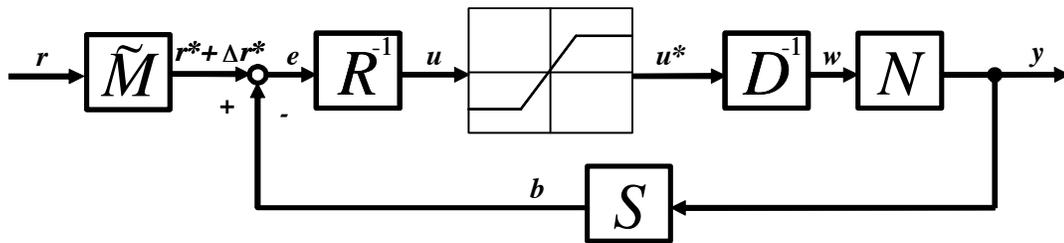


Fig. 2.4: Control system for plants with input constraint

しかしこの場合, すべての r に対し出力 y が追従しないという問題が生じる. これは, 入力飽和によるものであり, 回避することが不可能な問題である. しかし, 出力は補正された参照軌道

$$\tilde{r} = NL^{-1}\tilde{M}(r) \quad (2.22)$$

に対し追従する。

2.2.2 不安定状態の回避

条件より，入力飽和特性によって既約分解の不安定要素 D^{-1} の状態量 x_d に関して不安定となる．そのため，この状態 x_d を出力として扱う制御器と，実際のプラント出力を制御するための制御器を切り替えて制御を達成する．切り替え条件は， D, D^{-1} より決定される．実際の不安定領域から，安定化のためのマージンを加えたものを切り替え条件と定める．Fig. 2.1は出力制御のための，Fig. 2.5は状態制御のための制御系であり，これらを条件によって切り替える． \tilde{M}, S, R は2.2.1節で示した条件を満たすオペレータとする． \tilde{W} の設計方法を以下に示す．オペレータ D が関数 f_s, g_s を用いて

$$D: \begin{cases} \dot{x}_d = f(x_d, w) \\ u = g(x_d, w) \end{cases} \quad (2.23)$$

となるように右既約分解されるとし， x_d の数値によって安定化可能かどうか決定する． w から x_d へのオペレータ \tilde{D} を求め，

$$\tilde{D}L^{-1}W(r_{x_d}) = I(r_{x_d}). \quad (2.24)$$

を満たすようなオペレータ W を状態量制御用オペレータとする． $x_{d_{\max}}, x_{d_{\min}}$ を $x_{d_{\max}} > x_{d_{\min}}$ を満たす安定化可能な範囲の数値として，状態制御用の参照入力値 r_{x_d} は，安定化可能な範囲内 $x_{d_{\min}} \leq r_{x_d} \leq x_{d_{\max}}$ であり，かつ $x_{d_{\max}}, x_{d_{\min}}$ を初期値とするものを用いる必要がある．また今回は安定化可能範囲の中間の値である $(x_{d_{\max}} - x_{d_{\min}})/2$ に近づくように設計した．2.2.1節の結果を用いて入力飽和を考慮すると，

$$\tilde{W}(r_{x_d}) = (I + RYDL^{-1} - RDL^{-1})W(r_{x_d}) \quad (2.25)$$

このとき，状態は補正された参照軌道

$$\tilde{r}_{x_d} = NL^{-1}\tilde{W}(r_{x_d}) \quad (2.26)$$

に追従するが，本来の軌道 r_{x_d} に追従するためには

$$u_{\max} \geq \max\{DL^{-1}\tilde{W}(r_{x_d})\} \quad (2.27)$$

$$u_{\min} \leq \min\{DL^{-1}\tilde{W}(r_{x_d})\} \quad (2.28)$$

を満たすような r_{x_d} を指定する必要がある。また、切り替え条件は

$$r^* = \begin{cases} \tilde{M}(r), & \text{if } x_{d_{\min}} < x_d < x_{d_{\max}} \\ \tilde{W}(r_{x_d}), & \text{if } x_d \geq x_{d_{\max}} \text{ or } x_d \leq x_{d_{\min}} \end{cases} \quad (2.29)$$

の通りである。出力制御用オペレータ M は 2.2.1 節の条件を満たすように設計する。

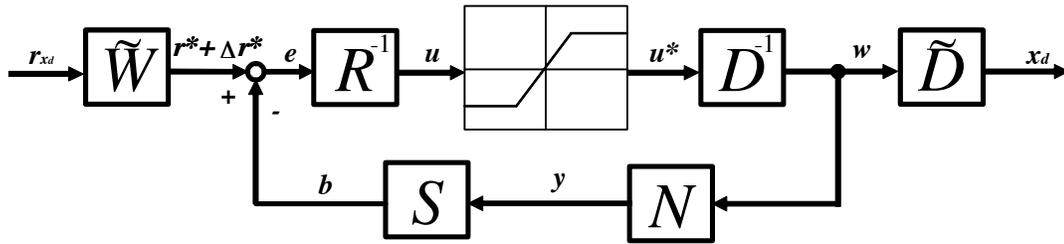


Fig. 2.5: Control system for avoidance of unstable region

2.2.3 数値シミュレーション

本節では 2.2 章において提案された入力飽和を有する系に対する制御設計の有効性を数値シミュレーションによって検証する。2.2.3 節において従来の制御設計の問題点を確認し、2.2.3 節において提案手法の有効性を検証する。

数値シミュレーション 1

前記の入力飽和を考慮した制御系の有効性を示すため、数値シミュレーションを行う。まず、従来手法により設計された制御系の数値シミュレーションについて記述する。制御対象は、

$$P: \begin{cases} \dot{x}_1 = u + x_1^3 \\ \dot{x}_2 = u + 2x_1^3 - x_2^3 \\ y = x_2 \end{cases} \quad (2.30)$$

を用いる。この系は状態 x_1 に関して不安定である。従来手法に基づいて、

$$L = SN + RD \quad (2.31)$$

$$P = ND^{-1} \quad (2.32)$$

$$I = NL^{-1}M \quad (2.33)$$

Table 2.1: Simulation 1 conditions

時間 t	2
サンプリング時間 dt	5.0×10^{-3}
参照入力値 r	$\begin{cases} \dot{x}_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -1.2 \end{bmatrix} x_m + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} 0.8 \\ r = [2 \ 0] x_m \end{cases}$

を満たすように L , S , N , R , D , M を設計する. このとき $M(r)$ は有界な信号でなければならない.

$$N: \begin{cases} \dot{x}_n = w - x_n^3 \\ y = x_n \end{cases} \quad (2.34)$$

$$D: \begin{cases} \dot{x}_d = w - x_d^3 \\ u = w - 2x_d^3 \end{cases} \quad (2.35)$$

$$R: \quad e = u \quad (2.36)$$

$$S: \quad b = 2y^3 \quad (2.37)$$

$$M: \quad r^* = \dot{r} + r^3 \quad (2.38)$$

$$L: \quad r^* = w \quad (2.39)$$

以上のようにオペレータを設計する. 制御系の全体像は図 2.1 で示される. 表 2.1 はシミュレーション 1 の条件, 図 2.6 は結果を示す.

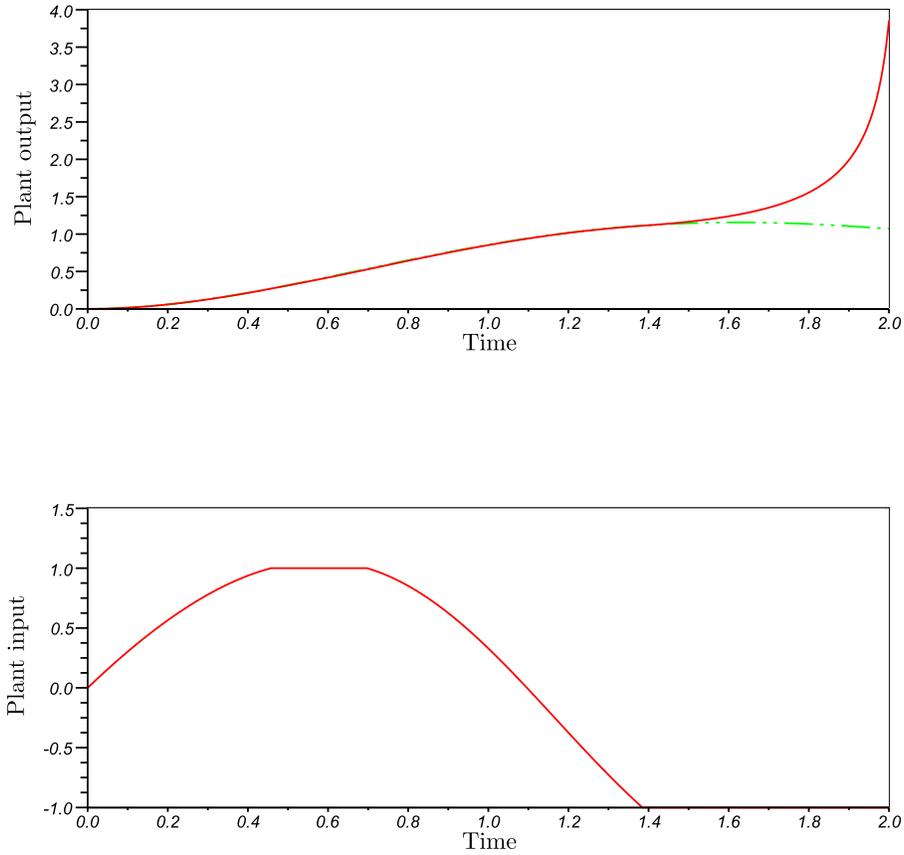


Fig. 2.6:Simulation results case of failure

シミュレーション結果より、出力が発散していることが確認できる。これは、右分解の不安定要素 D^{-1} の状態 x_d の数値が安定化可能な範囲を超えてしまったためである。制御器の出力が飽和入力を超えているため、フィードバックの安定性も補償されない。

Table 2.2: Simulation 2 conditions

時間 t	10
サンプリング時間 dt	5.0×10^{-3}
参照入力値 r	$\begin{cases} \dot{x}_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -1.2 \end{bmatrix} x_m + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} 0.8 \\ r = [2 \ 0] x_m \end{cases}$
r_{x_d}	$\begin{cases} 0.9e^{-t+t_0} (r_{x_d} \geq x_{d_{\max}}) \\ -0.9e^{-t+t_0} (r_{x_d} \leq x_{d_{\min}}) \end{cases}$
$x_n(0), x_d(0), x_m(0)$	0

シミュレーション2

シミュレーション1で用いた制御対象を提案制御手法を用いて制御する。オペレータは、2.2節に従い、以下のとおりに設計される。

$$N: \begin{cases} \dot{x}_n = w - x_n^3 \\ y = x_n \end{cases} \quad (2.40)$$

$$D: \begin{cases} \dot{x}_d = w - x_d^3 \\ u = w - 2x_d^3 \end{cases} \quad (2.41)$$

$$R: \quad e = u \quad (2.42)$$

$$S: \quad b = 2y^3 \quad (2.43)$$

$$M: \quad r^* = \dot{r} + r^3 \quad (2.44)$$

$$\tilde{D}: \quad x_d = \sqrt[3]{\frac{I(w) - D(w)}{2}} \quad (2.45)$$

$$W: \quad r^* = \dot{r}_{x_d} + r_{x_d} \quad (2.46)$$

$$L: \quad r^* = w \quad (2.47)$$

x_n, x_d, x_m はそれぞれのオペレータの状態であり、 $x_n = x_d$ とならなければならない。 t_0 は制御器が切り替わった時刻とする。実験条件を表2.2に示す。また、図2.7はシミュレーション2の結果である。

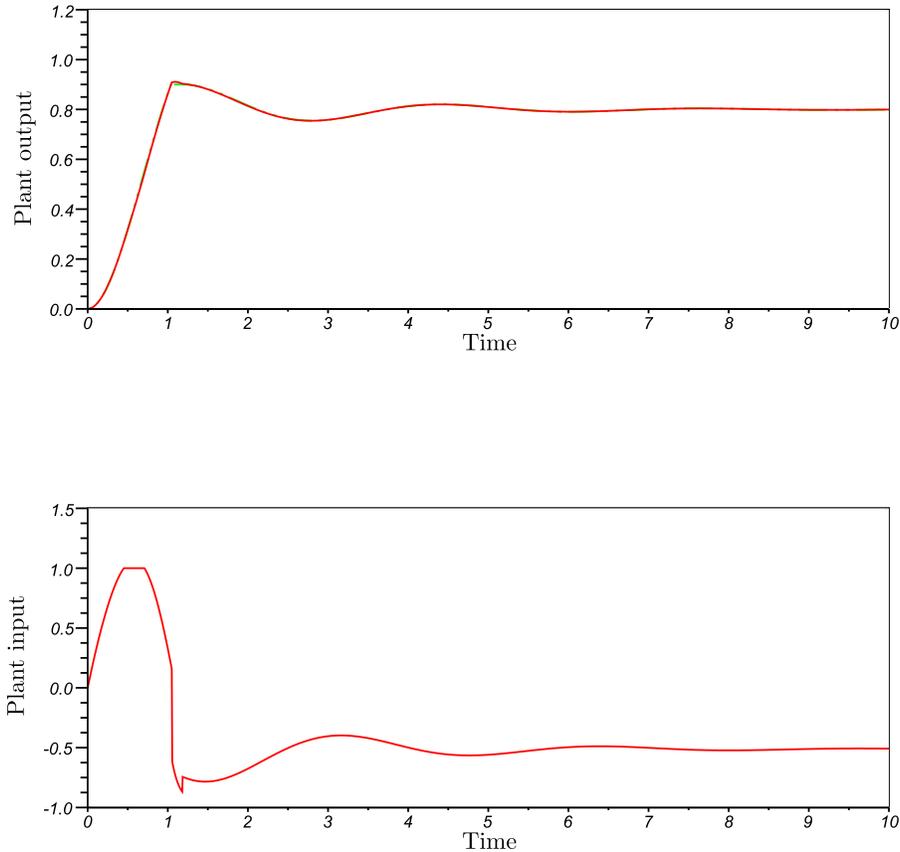


Fig. 2.7:Simulation 2 results

結果より，提案した制御系設計法が不安定な非線形系に対し有効であることが確認できる．制御系が安定となり，不安定状態を回避して目標軌道に追従している．時刻 1 から 2 で制御器の切り替えがおこっている．制御器の切り替えが起こった場合，それぞれの制御器となるオペレータの状態量は再設定されなければならない．これは，

$$L = SN + RD$$

$$P = ND^{-1}$$

$$I = NL^{-1}M$$

などのオペレータに関する条件を満たさなければならないために，重要で

ある。

2.3 ノルム評価に基づく追従制御

本節では、文献[52]において提案したノルム評価を用いた設計について述べる。Dengら[23]により提案された追従制御設計は追従設計条件(2.8)として分解された被制御プラントの安定要素 N の右逆オペレータを必要とする。また、Dengら[8]の設計の設計においては被制御プラントは単調オペレータとして表されなければならない。これらは対象のプラントを厳しく制限するし、応用上の問題となる。また、被制御プラントが不確かさを有する場合の追従誤差についても前記の2つの設計では考慮されていない。[8, 23]中の2つの問題、限定的な仮定および追従誤差の見積もりがなされていないこと、は解決されるべき課題である。本章では、前記の2つの問題の解決をDesoerらの手法[12]に基づいて提案する。制御系は完全な追従を達成しないが、ノミナルおよび不確かな制御系の追従誤差の評価を行う。

2.3.1 ノミナルプラントに対する追従誤差の評価

本節では、ノミナルな被制御プラントに対する制御系における追従誤差の評価について述べる。プラント P は式(2.3)および(2.4)により記述される右既約分解をもつとする。また、 H および G はそれぞれ(r^* から y への)閉ループおよび(r から y への)システム全体を表すオペレータであるとする。Fig. 2.1から、

$$H = PR^{-1}(I + SPR^{-1})^{-1}, \quad (2.48)$$

$$G = HM. \quad (2.49)$$

を得る。

Fig. 2.1において示される制御系の追従誤差の評価をLemma 1において導く。以降では、制御器 M は $M = S$ と設計する。

Lemma 1 Fig. 2.1において示される制御系において、オペレータ M は $M = S$ と設計されるとする。不等式

$$\| [S(x)]_T - [S(\tilde{x})]_T \|_E \geq s \| x_T - \tilde{x}_T \|_Y, \quad (2.50)$$

を満たす正定数 s が任意の $x, \tilde{x} \in Y$ において存在すると仮定する. 出力 y および参照入力 r 間の誤差は

$$\begin{aligned} & \| [I(r)]_T - [G(r)]_T \|_Y \\ & < \frac{1}{s_{\text{sup}}} \| [(I + SPR^{-1})^{-1}S(r)]_T \|_E \end{aligned} \quad (2.51)$$

において見積もられる. ただし,

$$s_{\text{sup}} = \inf_{T \in [0, \infty)} \inf_{\substack{x, \tilde{x} \in Y \\ x_T \neq \tilde{x}_T}} \frac{\| [S(x)]_T - [S(\tilde{x})]_T \|_E}{\| x_T - \tilde{x}_T \|_Y} \quad (2.52)$$

であるとする.

Proof 式(2.4)より, 以下の式(2.51)の右辺に関する項の式

$$\begin{aligned} (I + SPR^{-1})^{-1} &= (I + SND^{-1}R^{-1})^{-1} \\ &= \{(RD + SN)D^{-1}R^{-1}\}^{-1} \\ &= RDL^{-1} \end{aligned} \quad (2.53)$$

を得る. オペレータ L はユニモジュラオペレータとして設計されるため, L^{-1} は安定なオペレータとなる. また式(2.53)より, $(I + SPR^{-1})^{-1}$ は安定なオペレータとなり, よって $\| [(I + SPR^{-1})^{-1}S(r)]_T \|_E$ は有界となる.

Fig. 2.1 より, $b = SPR^{-1}(e)$ であり式

$$r^* = b + e, \quad (2.54)$$

$$= (I + SPR^{-1})(e) \quad (2.55)$$

を得る. 式(2.55)は

$$e = (I + SPR^{-1})^{-1}(r^*). \quad (2.56)$$

を意味する. Fig. 2.1 より $y = H(r^*)$ であり, よって $b = S(y) = SH(r^*)$ を得る. 式(2.54), (2.55) および $e = r^* - SH(r^*)$ のノルムについて,

$$\begin{aligned} \| e_T \|_E &= \| [I(r^*)]_T - [SH(r^*)]_T \|_E \\ &= \| [(I + SPR^{-1})^{-1}(r^*)]_T \|_E, \end{aligned} \quad (2.57)$$

を式(2.48)を用いて得る. $r^* = S(r)$ および $G = HS$ から, $H(r^*) = HS(r) = G(r)$ を得る. 式(2.57)は

$$\begin{aligned} & \| [S(r)]_T - [SG(r)]_T \|_E \\ &= \| [(I + SPR^{-1})^{-1}S(r)]_T \|_E \end{aligned} \quad (2.58)$$

と書き換えられ、式(2.50)を用いて出力誤差の関係

$$\| [S(r)]_T - [SG(r)]_T \|_E > s \| [I(r)]_T - [G(r)]_T \|_Y \quad (2.59)$$

を得る。式(2.58)を用いて、式(2.59)および(2.52)より

$$\begin{aligned} & \| [I(r)]_T - [G(r)]_T \|_Y \\ & \leq \frac{1}{s_{\text{sup}}} \| [(I + S P R^{-1})^{-1} S(r)]_T \|_E \end{aligned}$$

を得る。よって式(2.51)を得る。 \square

2.3.2 不確かな制御系における追従誤差の評価

本節では、Fig. 2.2において示される制御系の追従誤差の評価を行う。まず、Lemma 2を導く。

Lemma 2 U^e および Y^e は拡張Banach空間であるとし、 U_B および Y_B は $[0, \infty)$ で定義されるそれぞれの拡張Banach空間に関するBanach空間とする。 $D^e \subseteq U^e$ として、 $\|A\| < \infty$ としてオペレータ $A: D^e \rightarrow Y^e$ について考える。もし $0 \in D^e$ であるならば、 $\|A(x)\|_{Y_B}$ は不等式

$$\| [A(x)]_T \|_{Y_B} \leq \|A\| \|x_T\|_{U_B} + \| [A(0)]_T \|_{Y_B} \quad (2.60)$$

を任意の $x \in D^e$ において満たす。ただし、 $A(0)$ は A の入力を0とした際の出力である。

Proof オペレータ A は

$$\| [A(x)]_T - [A(\tilde{x})]_T \|_{Y_B} \leq \|A\| \|x_T - \tilde{x}_T\|_{U_B}, \quad (2.61)$$

を任意の $x, \tilde{x} \in D^e$ について満たす。式(2.60)において、 $\tilde{x} = 0$ と設定することで三角不等式より

$$\| [A(x)]_T \|_{Y_B} \leq \|A\| \|x_T\|_{U_B} + \| [A(0)]_T \|_{Y_B}$$

を得る。 \square

次に、Lemma 2に基づき追従誤差の見積もりを行う。不確かなプラント $P + \Delta P$ は式(2.9)および(2.10)で表されるロバスト右既約分解をもつとする。式(2.48)および(2.49)を用いて、 r から y へのオペレータ G は

$$\tilde{G} = (P + \Delta P) R^{-1} (I + S(P + \Delta P) R^{-1})^{-1} M$$

により定義される。ただし、 S および R はノミナルな制御系において設計される作用素と同様であるとし、オペレータ M は $M = S$ と設計する。

Corollary 1 プラント $P + \Delta P$ はロバスト右既約分解をもつとし、 $s_{\text{sup}} > 0$ とする。制御系の追従誤差は $\|\Delta D\|$ および $\|\Delta N\|$ を用いて

$$\begin{aligned} & \| [I(r)]_T - [\tilde{G}(r)]_T \|_Y \\ & < \frac{1}{s_{\text{sup}}} \| [R(D + \Delta D)\tilde{L}^{-1}S(r)]_T \|_E \\ & \leq \frac{1}{s_{\text{sup}}} \left\{ \| [R(D + \Delta D)\tilde{L}^{-1}(0)]_T \|_E \right. \\ & \quad \left. + \|R\|(\|D\| + \|\Delta D\|)\|L^{-1}\|(1 - \|C\|)^{-1}\| [S(r)]_T \|_E \right\} \end{aligned}$$

と表される。ただし、

$$C = \{SN - S(N + \Delta N) + RD - R(D + \Delta D)\}L^{-1} \quad (2.62)$$

とする。

Proof 式 (2.51) および (2.53) から、追従誤差のノルム上界は

$$\begin{aligned} & \frac{1}{s_{\text{sup}}} \| [(I + S(P + \Delta P)R^{-1})^{-1}S(r)]_T \|_E \\ & = \frac{1}{s_{\text{sup}}} \| [R(D + \Delta D)\tilde{L}^{-1}S(r)]_T \|_E \end{aligned}$$

により記述される。Lemma 2 から、

$$\begin{aligned} & \| [R(D + \Delta D)\tilde{L}^{-1}S(r)]_T \|_E \\ & \leq \|R(D + \Delta D)\tilde{L}^{-1}\| \| [S(r)]_T \|_E \\ & \quad + \| [R(D + \Delta D)\tilde{L}^{-1}(0)]_T \|_E \\ & \leq \|R\|(\|D\| + \|\Delta D\|)\|\tilde{L}^{-1}\| \| [S(r)]_T \|_E \\ & \quad + \| [R(D + \Delta D)\tilde{L}^{-1}(0)]_T \|_E, \end{aligned}$$

を得る。ただし、 $R(D + \Delta D)\tilde{L}^{-1}(0)$ は入力 0 に対する応答とする。式 (2.62) より、 \tilde{L} は

$$\tilde{L} = (I - C)L$$

により与えられる。よって

$$\tilde{L}^{-1} = L^{-1}(I - C)^{-1} \quad (2.63)$$

を得る. もし $\|C\| < 1$ が満たされるならば, 式(2.63)から

$$\|\tilde{L}^{-1}\| \leq \|L^{-1}\| \|I - C\|^{-1} \leq \|L^{-1}\| (1 - \|C\|)^{-1} \quad (2.64)$$

を得る. 関係(2.64)は[7]中で証明された. もしロバスト安定条件(2.11)が満たされるならば, $\|C\| < 1$ を満たす. よって不確かな制御系の追従誤差は

$$\begin{aligned} & \frac{1}{s_{\sup}} \| [R(D + \Delta D)\tilde{L}^{-1}S(r)]_T \|_E \\ & \leq \frac{1}{s_{\sup}} \left\{ \| [R(D + \Delta D)\tilde{L}^{-1}(0)]_T \|_E \right. \\ & \quad \left. + \|R\| (\|D\| + \|\Delta D\|) \|L^{-1}\| (1 - \|C\|)^{-1} \|S(r)\|_E \right\} \end{aligned}$$

により評価できる. □

2.3.3 制御系設計指針

本節では, 制御目的を達成するための制御系設計指針について議論する. 本節においての制御目的は参照入力 r および対応するプラント出力 $G(r)$ および定数 $k > 0$ において

$$\| [I(r)]_T - [G(r)]_T \|_Y < \frac{1}{k} \|r_T\|_Y \quad (2.65)$$

を満たすオペレータ N, D, S, R および L を設計することである. 式(2.65)において, k は参照入力のノルム $\|r_T\|_Y$ および追従誤差のノルム $\| [I(r)]_T - [G(r)]_T \|_Y$ の比を意味し, 追従誤差の要求を満足する十分大きな数でなければならない.

Lemma 1 から, 追従誤差のノルムは s_{\sup} および $\| [I + SPR^{-1}(r)]_T \|_Y$ に依存する. $\| [I + SPR^{-1}(r)]_T \|_Y$ の値を得るためにはプラント出力を数値計算により得なければならない. 以下の Corollary 2 を用いて, 追従誤差の見積もりをプラント出力の計算をすることなく得ることができる. 本節の終わりに, 制御系設計アルゴリズムを示す.

Corollary 2 オペレータ S, N, R, D および L は式(2.3)および(2.4)を与えられるプラント P において満たすとする. もし正定数 \tilde{k} において

$$\| [RDL^{-1}S(r)]_T \|_E < \frac{1}{\tilde{k}} \|r_T\|_Y \quad (2.66)$$

が満たされるならば, 追従誤差の見積もり

$$\| [I(r)]_T - [G(r)]_T \|_Y < \frac{1}{\tilde{k}s_{\sup}} \|r_T\|_Y \quad (2.67)$$

を得る.

Corollary 2 の証明は (2.51) および (2.53) から Lemma 1 中で得られる。Corollary 2 より、追従誤差はプラント出力の計算を行うことなく見積もられる。

もしオペレータ S が可逆であるならば、以下の Proposition 1 を Corollary 2 に対応して得る。

Proposition 1 オペレータ S, N, R, D および L は式 (2.3) および (2.4) を与えられるプラント P において満たすとし、また S は可逆であり $\|S^{-1}\| < \infty$ を満たすとする。正定数 \tilde{k} についてももし不等式 (2.66) を満たすならば、追従誤差は

$$\|[I(r)]_T - [G(r)]_T\|_Y < \frac{\|S^{-1}\|}{\tilde{k}} \|r_T\|_Y$$

により見積もられる。

Proof Fig. 2.1 により示されるフィードバックシステムの関係より、可逆な S において

$$y = H(r^*) = S^{-1}(r^* - e)$$

および

$$\begin{aligned} & \|[H(r^*)]_T - [S^{-1}(r^*)]_T\|_Y \\ &= \|[S^{-1}(r^* - e)]_T - [S^{-1}(r^*)]_T\|_Y \end{aligned} \quad (2.68)$$

を得る。 $\|S^{-1}\| < \infty$ および式 (2.2) から、

$$\|S^{-1}\| \geq \frac{\|[S^{-1}(r^* - e)]_T - [S^{-1}(r^*)]_T\|_Y}{\|e_T\|_E}$$

を得る。この不等式および式 (2.68) から、

$$\|[H(r^*)]_T - [S^{-1}(r^*)]_T\|_Y \leq \|S^{-1}\| \|e_T\|_E. \quad (2.69)$$

を導く。式 (2.56) および $r^* = S(r)$ から、不等式 (2.69) は

$$\begin{aligned} & \|[H(r^*)]_T - [S^{-1}(r^*)]_T\|_Y \\ & \leq \|S^{-1}\| \|[I + S P R^{-1}]^{-1} S(r)]_T\|_E. \end{aligned} \quad (2.70)$$

と書き換えられる。 $G = HS$ および式 (2.70) 用いて、本 Proposition 中の式 (2.53) および条件 (2.66)

$$\|[I(r)]_T - [G(r)]_T\|_Y < \frac{\|S^{-1}\|}{\tilde{k}} \|r_T\|_Y$$

を導く. □

Proposition 1 より, もしオペレータ S が可逆であるならば, $\|S^{-1}\|$ は式 (2.67) 中の $1/s_{\text{sup}}$ の代わりに追従誤差の見積もりに用いることができる. この場合, 式 (2.52) 中の s_{sup} の計算を行わなくてよい.

もし関係 (2.66) 中の \tilde{k} が条件

$$k < \tilde{k}s_{\text{sup}} \quad (2.71)$$

を式 (2.65) 中の所望の制御性能 k において満たすならば,

$$\|[I(r)]_T - [G(r)]_T\|_Y < \frac{1}{\tilde{k}s_{\text{sup}}} \|r_T\|_Y < \frac{1}{k} \|r_T\|_Y$$

を式 (2.65) および (2.67) から得る. もしオペレータ S が可逆ならば, 式 (2.71) は $k < \tilde{k}/\|S^{-1}\|$ のとおりに書き換えられる. この場合, $\|S^{-1}\|$ が $1/s_{\text{sup}}$ の代わりに条件 (2.71) の満足の確認に用いられる. 制御系設計のアルゴリズムを以下に示す.

Algorithm 1

1. 式 (2.65) 中の望ましい制御性能 $k > 0$ および参照入力 r を与えられるプラント P において決定する.
2. オペレータ D を空でない集合 \mathcal{A} :

$$\mathcal{A} = \{D \in \text{Lip}(W, U) : D^{-1} \text{ exists and is causal on } U \text{ such that } PD \in \text{Lip}(W, Y)\}.$$

から選択する.

3. $N = PD$ とする.
4. オペレータ S を以下の集合 \mathcal{S} :

$$\mathcal{S} = \{S \in \text{Lip}(Y, E) : (L - SN)D^{-1} \in \text{Lip}(U, E)\}.$$

から, $L \in \text{Lip}(W, E)$ および $L^{-1} \in \text{Lip}(E, W)$ を満たす L において選択する.

5. $R = (L - SN)D^{-1}$ と設定する.
6. 可能であれば s_{sup} を式 (2.52) の右辺の計算により得る. もし S が可逆であれば $\|S^{-1}\|$ を $1/s_{\text{sup}}$ の代わりに用いる.

7. $\| [RDL^{-1}S(r)]_T \|_E$ および $\| r_T \|_Y$ を写像 $RDL^{-1}S(r)$ の数値計算により得る. \tilde{k} を $\| r_T \|_Y / \| [RDL^{-1}S(r)]_T \|_E$ より小さな値として式 (2.66) により決定する.
8. 条件 (2.71) を確認する. もし条件が満足されているならば, 要求の制御性能を満たす制御系の設計が達成され, 本 Algorithm を修了する. もし満たされないならば, ステップ4にもどりのオペレータ S を選択し手順をすすめる. もしオペレータの集合のどの要素においても条件が満足されないならば, ステップ1にもどり k の値をより小さな値として修正する.

ステップ2および3中では右分解 $P = ND^{-1}$ を得る. オペレータ S および L はステップ4中で, オペレータ R はステップ5中で決定される. これらのオペレータは式 (2.65) により与えられる所望の制御性能を満足しない場合がある. そのため, ステップ8において, 条件 (2.71) の満足を確認する必要がある. もし満足されないならば, ステップ4にもどり, オペレータ S , L および R を再設計する. もし集合中のどのオペレータによっても条件が満たされない場合は追従誤差は拡大するが, k をより小さな値に変更しステップ1にもどる.

2.3.4 数値シミュレーション

提案された制御系の有効性を確認するために数値シミュレーションを行う. 制御対象は [53] において示されている水位プロセスとする. プロセスの運動方程式は

$$\dot{h}(t) = q(t) - \frac{a}{A} \sqrt{2gh(t)}, \quad (2.72)$$

によって与えられる. ただし, 式中のパラメータは Table 2.3 のものを用いる. 被制御プラントの入出力はそれぞれ $u(t) = q(t)$ および $y(t) = h(t)$ とする. この例におけるすべての空間のノルムは最大値ノルムを用いる. つまり, 式 (2.67) の左辺は追従誤差の最大値を意味する.

制御設計

プロセス系 (2.72) のための制御系を 2.3.3 節の Algorithm 1 を用いて設計する. シミュレーション時間は 6[s] とし, 制御器の設計手順は次のとおりである.

1. 制御性能指標 k を $k = 1.0 \times 10^3$ とし, 参照入力を $1.0 + e^{-2t}/2 - e^{-t}$ とする.
2. $D = I$ と設定する. D は可逆である.

Table 2.3: Parameters in the equation of motion

$h(t)$	水位高さ [m]
$q(t)$	流入量 [m ³ /s]
$A = 6.94 \times 10^{-2}$	水面積 [m ²]
$a = 1.25 \times 10^{-5}$	流出口断面積 [m ²]
$g = 9.8$	重力加速度 [m/s ²]
$h(0) = 0.5$	初期水位高さ [m]

3. $N = P$ は

$$N : \begin{cases} \dot{x}_N = w - \frac{a}{A} \sqrt{2gx_N} \\ y = x_N \end{cases}$$

と決定される。ただし、 $x_N(0) = 0.5$ とする。

4. $S = k_S I$ および

$$L : \begin{cases} \dot{x}_L = w - \frac{a}{A} \sqrt{2gx_L} \\ y = \frac{w}{k_R} + k_S \left(1 - \frac{1}{k_R}\right) x_L \end{cases}$$

と設定する。ただし、 $x_L(0) = 0.5$, $k_S = 1.0$ および $k_R = 2.0$ とする。

5. $R = (L - SN)D^{-1} = L - k_S N$ より、 R を

$$R : \begin{cases} \dot{x}_R = u - \frac{a}{A} \sqrt{2gx_R} \\ y = \frac{1}{k_R} (u - x_R) \end{cases},$$

と設定する。ただし、 $x_R(0) = 0.5$ とする。

6. オペレータ S が可逆であるので、 $\|S^{-1}\| = 1/k_S = 1$ を得る。この場合、 $\|S^{-1}\|$ を追従誤差の評価に用いることができる。

7. 写像 $RDL^{-1}S(r)$ の数値計算により、 $\|[RDL^{-1}S(r)]_T\|_E = 2.1$ および $\|r_T\|_Y = 1.5$ を得る。式 (2.66) より、 \tilde{k} は $\|r_T\|_Y / \|[RDL^{-1}S(r)]_T\|_E$ より小さく $\tilde{k} = 0.7$ と設定する。

8. 条件 (2.71) は $k = 1.0 \times 10^3$ において満足されない。ステップ4にもどり S および L のパラメータをそれぞれ $k_S = 0.5$ および $k_R = 2.0 \times 10^3$ と設定する。 $\|[RDL^{-1}S(r)]_T\|_E = 3.8 \times 10^{-4}$ および $\|r_T\|_Y = 1.5$ を数値計算により得る。 $\|S^{-1}\| = 2$ となり、 $\tilde{k} = 3.9 \times 10^4$ と設定する。これにより条件 (2.71) が満足されることがわかる。よって制御系の設計は完了する。

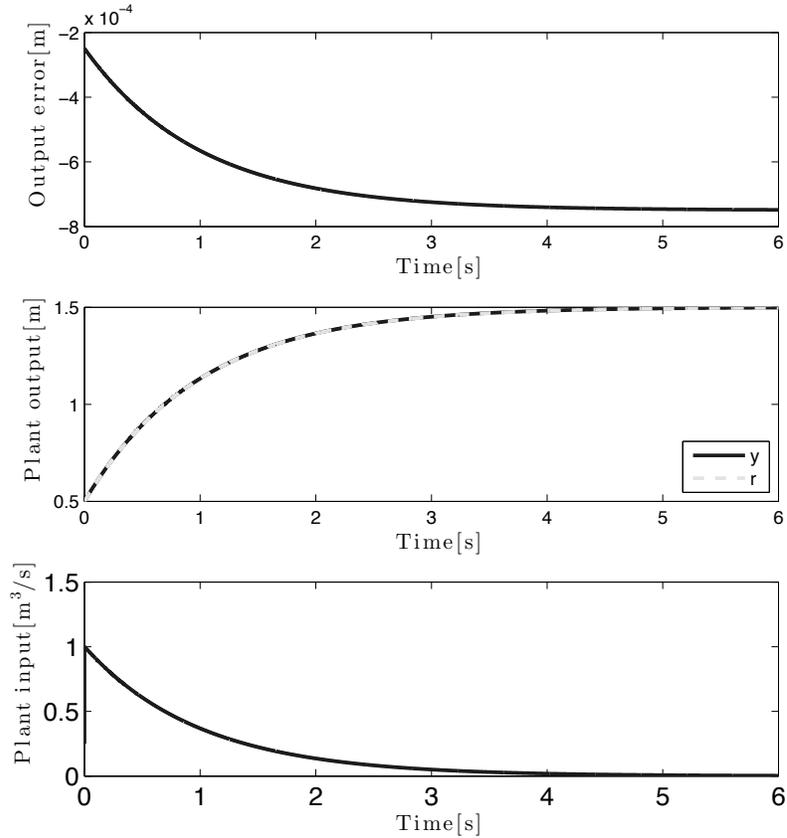


Fig. 2.8: Simulation result using proposed control system for nominal plant

ノミナルプラントに対するシミュレーションの結果

ノミナルなプラントに対するシミュレーションの結果をFig. 2.8に示す. 上図および下図にそれぞれ $r(t) - y(t)$ および $u(t)$ を示す. 中央図において, 破線は参照軌道 $r(t)$, 実線はプラント出力 $y(t)$ を表す. 結果より, 追従誤差の最大値ノルムは 7.5×10^{-4} となった. 追従誤差の値および参照軌道より, 制御性能指標 $k = 1.0 \times 10^3$ は得られた制御系において達成されていることがわかる.

不確かなプラントに対するシミュレーションの結果

次に，プラントが不確かさを有する場合を考える．被制御プラント $y = (P + \Delta P)(u)$ の不確かさは $\Delta D = 0$ および

$$\Delta N : \begin{cases} \dot{x}_{\Delta N_1} &= w - \frac{a}{A} \sqrt{2gx_{\Delta N_1}} \\ \dot{x}_{\Delta N_2} &= 0.8w - \frac{a}{A} \sqrt{2gx_{\Delta N_2}} \\ \Delta y &= x_{\Delta N_2} - x_{\Delta N_1} \end{cases}$$

と設定される．ただし， $x_{\Delta N_1}(0) = x_{\Delta N_2}(0) = 0.5$ とする．この摂動は入力 w の不確かさを意味する．不確かなプラントに対する数値シミュレーションの結果を Fig. 2.9 に示す．ノミナルなプラントに対する場合と同様に，上図および下図にそれぞれ $r(t) - y(t)$ および $u(t)$ ，中央図において，破線は参照軌道 $r(t)$ ，実践はプラント出力 $y(t)$ を表す． $\|r_T\|_Y = 1.5$ であり，シミュレーション結果より 8.7×10^{-4} であるから，追従誤差は $k = 1.0 \times 10^3$ において，ノミナルプラントの場合より拡大するが，関係 (2.65) に対し十分小さいことがわかる．

2.4 まとめ

本章では，オペレータ表現によるロバスト右既約分解に関する研究について述べた．まず，2.2 節において，多くの実システムが有する入力飽和を取り扱うことのできる制御系設計を行った．ワインドアップおよび不可安定状態を回避し，追従制御を達成した．2.3 節においては，従来の設計における対象クラスを限定する問題の解決を行った．ノルムにより追従誤差を評価し，制御系設計のためのアルゴリズムを示した．これにより，より多くの非線形システムに対し設計を可能とした．

これらによって，多くのシステムに対する統一的制御系設計を達成したと考える．より一般的な非線形システムに対する統一的制御系設計は重要な課題であるが，対象システムのクラスを拡大することは，設計のための条件を弱くすることと等価である．これにより，制御性能が低くなる，設計が複雑になるなど，悪影響が存在する．対象システムの特徴を利用し，制御系設計を行うことは，制御性能の向上などの観点から重要である．次章では，マルチロータ型 UAV の特徴を利用することにより制御性能の向上を計る制御系の設計について述べる．

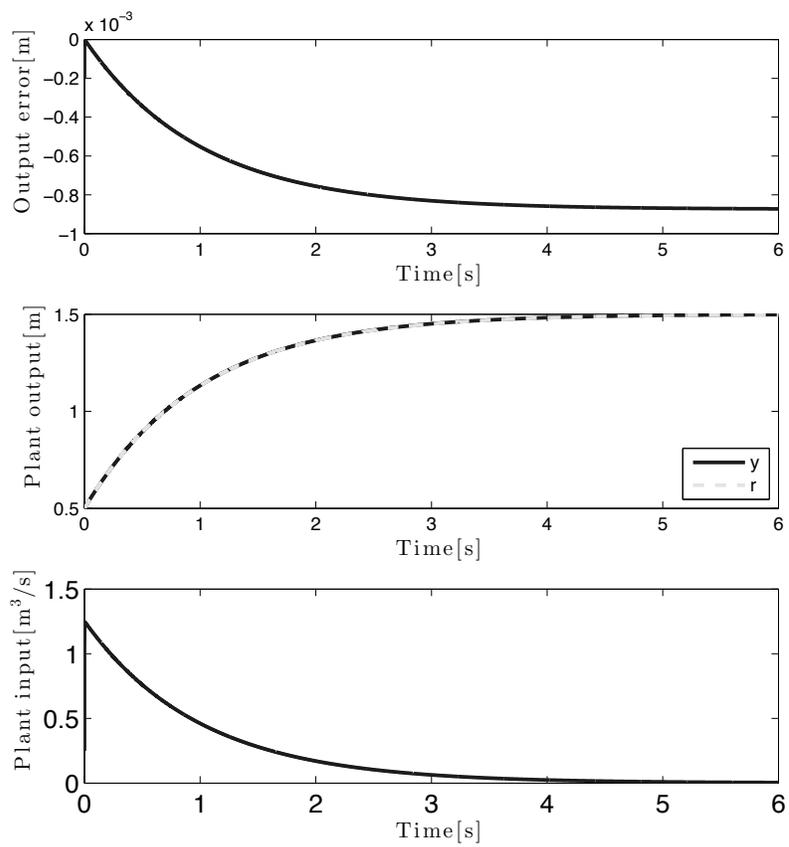


Fig. 2.9: Simulation result using proposed control system with uncertainty

第3章

マルチロータ型UAVのスライディングモード制御

本章では, 3.2節において単位ベクトルアプローチに基づく, 3.3において符号関数アプローチに基づくマルチロータ型UAVのスライディングモード制御設計を行い, 3.8節において制御実験について述べる. まず, 以下でマルチロータ型UAVのモデリングを行う.

3.1 モデリング

Fig. 3.1にクアドロータ型UAVのモデルを示す. 慣性座標(IF)におけるクアドロータの位置を $\xi = [x, y, z]^T$, 姿勢を x, y, z 座標軸に関するEuler角 $\eta = [\phi, \theta, \psi]^T$ として, 一般化座標を $q = [\xi^T, \eta^T]^T$, 一般化入力を $F = [F_S^T, \tau^T]^T$ とする. ただし, $F_S \in \mathbb{R}^3$ はIFにおける並進力, $\tau \in \mathbb{R}^3$ は回転トルクである. ラグランジュの運動方程式

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} &= F \\ L &= T - U \\ T &= \frac{m}{2} \dot{\xi}^T \dot{\xi} + \frac{1}{2} \dot{\eta}^T J \dot{\eta}, \quad U = mgz \end{aligned} \tag{3.1}$$

により動的モデルを導く. ここで, 並進力 F_S と回転トルク τ はロータの発生する推進力 Ω_i , ($i = 1, \dots, 4$)と姿勢角 η により決まり, クアドロータ重心から

ロータ中心までの距離 l , ドラッグ係数 $d > 0$ を用いて

$$F_S = R_{IB} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sum_{i=1}^4 \Omega_i \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$\tau = R_{IB} \begin{bmatrix} 0 & l & 0 & -l \\ -l & 0 & l & 0 \\ -ld & ld & -ld & ld \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \\ \Omega_4 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

と表される. また,

$$R_{IB} = \begin{bmatrix} C_\theta C_\psi & S_\phi S_\theta C_\psi - C_\phi S_\psi & C_\phi S_\theta C_\psi + S_\phi S_\psi \\ C_\theta S_\psi & S_\phi S_\theta S_\psi + C_\phi C_\psi & C_\phi S_\theta S_\psi - S_\phi C_\psi \\ -S_\theta & S_\phi C_\theta & C_\phi C_\theta \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$S_* = \sin(*)$, $C_* = \cos(*)$ である. 式(3.1), (3.2), (3.3)よりクアッドロータの運動方程式は

$$m\ddot{\xi} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} = F_S \quad (3.5)$$

$$J\ddot{\eta} + J\dot{\eta} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} (\dot{\eta}^T J \dot{\eta}) = \tau$$

と表される[44]. ここで, m は質量, g は重力加速度であり,

$$J = P_{BI}^T J_B P_{BI}, \quad (3.6)$$

$$P_{BI} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi\cos\theta \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix}$$

である. ただし, $J_B = \text{diag}(I_x, I_y, I_z)$ はクアッドロータに固定した座標(BF)についての慣性行列であり, J は正定対称行列となる. $\text{diag}*$ はベクトル(または行列) $*$ を対角成分にもつ(ブロック)対角行列を表す. 他の種類のマルチロータ型UAVでは F_S, τ を適切に変更することにより式(3.5)と同じシステムとして表現できることに注意する.

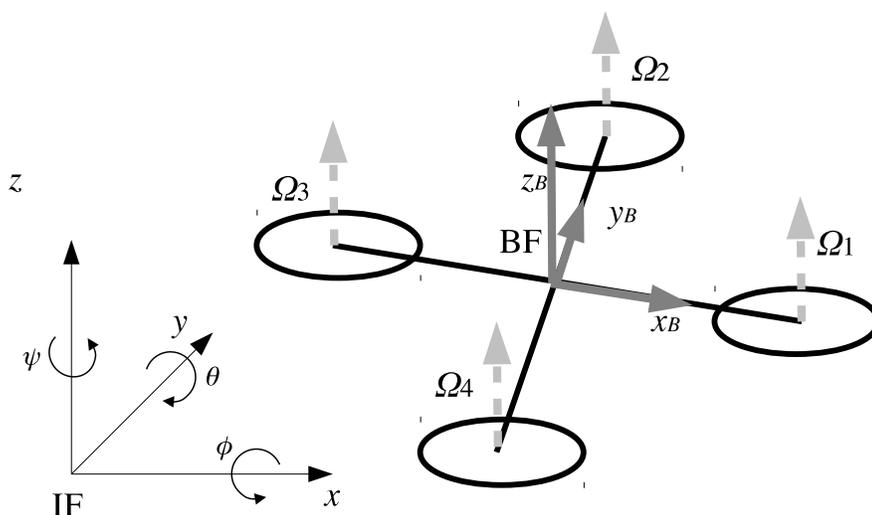


Fig. 3.1: A model of a quad rotor UAV

3.2 単位ベクトルアプローチ

マルチロータ型 UAV は直接的には厳密な線形化を行うことができないが、Mistlerら [39] により、相対次数調整のために状態数を増やす入力変換を施すことで厳密な線形化が可能であることが示された。この研究では、厳密な線形化を行ったノミナルシステムに対し、線形フィードバック制御が行われた。しかし、入力の係数行列が正則とならない場合が存在することについては言及されていない。また、マニピュレータにおいて、慣性モーメントの不確かさのノルムに対する優関数を3つのパラメータによって単純な形で構成し、スライディングモード制御を行う方法が Zhihongらにより提案された [54]。本論文では、全体システムを垂直・水平サブシステムの並列結合システムとして記述し、厳密な線形化およびスライディングモード制御に基づき、慣性モーメントの不確かさをもつマルチロータ型 UAV のロバスト制御手法を提案し、数値シミュレーションによりその有効性を検証する。提案する制御系は慣性モーメントに不確かさが存在する場合においても全体システムを安定化し、出力の参照軌道への漸近収束を保証し、完全な追従制御を達成する。

3.2.1 問題設定

本節では制御系設計のための定式化と問題設定を行う. 胴体慣性モーメントの計測誤差を想定し, 時不変な不確かさ ΔJ_B を用いて BF に関する胴体慣性モーメントを $J_B = J_{B0} + \Delta J_B$ と表す. ただし, $J_{B0} = \text{diag}(I_{x0}, I_{y0}, I_{z0})$ はノミナルな胴体慣性モーメントであるとする. IF に関して, システムの慣性モーメントの不確かさを

$$\Delta J = J - J_0$$

と表す. ただし, $J_0 = P_{BI}^T J_{B0} P_{BI}$ である. また, ロータ推力の総和を新たな入力 $u \in \mathbb{R}$ を用いて

$$\sum_{i=1}^4 \Omega_i = \frac{u}{\cos \phi \cos \theta}$$

とする. 式 (3.5) 中の姿勢に関するシステムについて不確かさを含む部分を分離し, 全体システムを,

$$\ddot{x} = \frac{u}{m} \left(\tan \theta \cos \psi + \frac{\tan \phi \sin \psi}{\cos \theta} \right) \quad (3.7)$$

$$\ddot{y} = \frac{u}{m} \left(\tan \theta \sin \psi - \frac{\tan \phi \cos \psi}{\cos \theta} \right) \quad (3.8)$$

$$\ddot{z} = \frac{u}{m} - g \quad (3.9)$$

$$\ddot{\eta} = \epsilon_0 (I + \epsilon) \tau + \delta_0 + \delta \quad (3.10)$$

と表す. ただし,

$$\begin{aligned} \epsilon_0 &= J_0^{-1}, \quad \delta_0 = J_0^{-1} \left\{ \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} (\dot{\eta}^T J_0 \dot{\eta}) - J_0 \dot{\eta} \right\} \\ \delta &= J^{-1} \left\{ \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} (\dot{\eta}^T J \dot{\eta}) - J \dot{\eta} \right\} - \delta_0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\epsilon = P_{BI}^T J_{B0} (J_B^{-1} - J_{B0}^{-1}) P_{BI}^{-T} \quad (3.12)$$

である. ϵ_0, δ_0 はノミナルな, ϵ, δ は不確かな項をそれぞれ表し, $*^{-T}$ は逆行列の転置を表す. 本論文ではプラント出力を x, y, z, ψ , 制御入力を $\tau \in \mathbb{R}^3, u$ とした 4 入力 4 出力システムに対し, 参照軌道 x_r, y_r, z_r, ψ_r への追従制御, つまり $x - x_r, y - y_r, z - z_r, \psi - \psi_r$ を漸近的に 0 とすることを目標とする.

ここで, 制御系設計のために, 以下の仮定を設定する.

Assumption 1 既知の正定数 b_0, b_1, b_2 に対して,

$$\|\epsilon\| \leq b_0 < 1, \quad \|\delta\| \leq b_1 \|\dot{\eta}\| + b_2 \|\dot{\eta}\|^2 \quad (3.13)$$

を満たす.

Assumption 2 垂直制御入力 $u(t)$ は C^2 級関数であり, 任意の $t \geq 0$ において $u(t) \neq 0$ である.

Assumption 3 IF における Euler 角の ϕ, θ はそれぞれ $-\pi/2 < \phi < \pi/2, -\pi/2 < \theta < \pi/2$ を満たす.

Remark 2 仮定 1 において, 式 (3.12) より ϵ は時不変の胴体慣性モーメント J_B^{-1}, J_{B0}^{-1} および P_{Bl} 中の姿勢角の三角関数で構成される. また, δ は式 (3.11) より, 姿勢角速度の二次関数として表されている. よって式 (3.13) によりノルムに対する優関数を構成可能である. この仮定の妥当性の検証を 3.2.3 章で行う. 仮定 2 は, 入力の係数行列が逆行列をもつための条件である. 垂直制御系において, この仮定を満たすよう設計を行う必要がある, 詳細については 3.2.2 節において述べる,

3.2.2 制御則の設計

本章では, 提案する制御則の設計について述べる. 制御対象は並列システムとして水平サブシステムと垂直サブシステムに分けて取り扱う. 水平システムに垂直制御系の影響を打ち消すデカップリング入力を施すことで 2 つのシステムを互いに非干渉とする. 水平システムが安定となるために必要となる垂直システムに対しての条件を導き, 垂直システムはこの条件を満足するよう設計する. この分解においては, それぞれのサブシステムに対応する制御系に追従誤差が存在しても全体の制御系の安定性には影響しないことに注意しておく.

まず, x, y, ψ に関する水平制御系について述べ, その後 z に関する垂直制御系の設計を行う. なお, ϕ, θ は水平制御における状態の一部として扱われる. 水平システムはスライディングモード制御, 垂直システムは線形フィードバック制御を用いて追従制御が達成される.

水平制御

3.2.1 節において設定した仮定の下で水平制御系の設計を行う. 水平システムにおける出力を x, y, ψ であるとする. 水平制御系の相対次数は $(4, 4, 2)$ で

あるので，出力の微分 $x^{(4)}, y^{(4)}, \ddot{\psi}$ について考える．式 (3.7), (3.8) から，

$$\begin{aligned} x^{(4)} &= \frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{u}{m} \left(\tan \theta \cos \psi + \frac{\tan \phi \sin \psi}{\cos \theta} \right) \right) \\ y^{(4)} &= \frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{u}{m} \left(\tan \theta \sin \psi - \frac{\tan \phi \cos \psi}{\cos \theta} \right) \right) \end{aligned}$$

が得られる．上式から，

$$\begin{bmatrix} x^{(4)} \\ y^{(4)} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = D(\eta, u) \ddot{\eta} + \gamma(\eta, \dot{\eta}, u, \dot{u}, \ddot{u}) \quad (3.14)$$

と整理することができる． $D(\eta, u) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ は

$$D(\eta, u) = \begin{bmatrix} \frac{u S_\psi}{m C_\theta C_\phi^2} & \frac{u(C_\psi + T_\phi S_\psi S_\theta)}{m C_\theta^2} & \frac{u(T_\phi S_\psi - S_\theta S_\psi)}{m C_\theta} \\ -\frac{u C_\psi}{m C_\theta C_\phi^2} & \frac{u(S_\psi - T_\phi C_\psi S_\theta)}{m C_\theta^2} & \frac{u(C_\psi S_\theta + T_\phi S_\psi)}{m C_\theta} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

であり，仮定2, 3の下では常に正則となり逆行列を持つ．ただし， $T_* = \tan(*)$ としている．また， $\gamma(\eta, \dot{\eta}, u, \dot{u}, \ddot{u}) \in \mathbb{R}^3$ はA節を参照のこと．ここで， x_r, y_r, ψ_r を x, y, ψ に対する参照軌道として，式 (3.10) より追従誤差に関するシステム

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \zeta &= A \zeta + B v \\ v &= D \epsilon_0 (I + \epsilon) \tau + D (\delta_0 + \delta) - R(t) + \gamma \end{aligned}$$

を得る．ただし， $i = 1, \dots, 3$ とし，

$$R(t) = [x_r^{(4)}, y_r^{(4)}, \ddot{\psi}_r]^T$$

$$A = \text{diag}(A_1, \dots, A_m), \quad B = \text{diag}(b_1, \dots, b_m)$$

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & & & & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{r_i \times r_i}$$

$$b_i = [0, \dots, 0, 1]^T \in \mathbb{R}^{r_i}, \quad \{r_1, r_2, r_3\} = \{4, 4, 2\}$$

$$\zeta = [\zeta^1, \dots, \zeta^m]^T$$

$$\zeta^i = [\zeta_1^i, \dots, \zeta_{r_i}^i]^T$$

$$\zeta_j^i = (\zeta_1^i)^{(j-1)}, \quad j = 2, \dots, r_i$$

$$\zeta_1^1 = x - x_r, \quad \zeta_1^2 = y - y_r, \quad \zeta_1^3 = \psi - \psi_r$$

とする． $\text{diag}(*)$ はブロック対角行列を表す．入力を

$$\tau = u_0 + u_1 \quad (3.15)$$

とし，スライディングモード平面を

$$S = C\zeta$$

とする．ただし， $C = \text{diag}(c^1, \dots, c^3)$ とし， $c^{i^T} \in \mathbb{R}^{r_i}$ は $c_1^i + c_2^i \lambda + \dots + c_{r_i}^i \lambda^{r_i-1}$ が Hurwitz 多項式となるよう決定する． $CB = \text{diag}(c_4^1, c_4^2, c_2^3)$ となることを用いて， u_1 を

$$u_1 = -(D\epsilon_0)^{-1} \{ (CB)^{-1} (CA\zeta + kS) + D\delta_0 - R + \gamma \}$$

と構成する．ただし， k は正定数であるとする．

次に，式 (3.15) 中の u_0 を設計する． u_0 を，

$$u_0 = \begin{cases} \frac{(S^T CBD\epsilon_0)^T}{\|S^T CBD\epsilon_0\|} w, & \|S\| \neq 0 \\ 0, & \|S\| = 0 \end{cases}$$

$$w = \frac{-1}{1-b_0} \{ b_0 \|u_1\| + \|\epsilon_0^{-1}\| (b_1 \|\dot{\eta}\| + b_2 \|\dot{\eta}\|^2) \}$$

と定める．Lyapunov 関数の候補を $V = \frac{1}{2} S^T S$ とすると， $\|S\| \neq 0$ において，

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S^T \dot{S} = S^T C \dot{\zeta} \\ &= S^T CBD\epsilon_0 (I + \epsilon) \tau \\ &\quad + S^T C \{ A\zeta + BD\delta + B(D\delta_0 - R + \gamma) \} \\ &= S^T CBD\epsilon_0 (I + \epsilon) u_0 - k S^T S \\ &\quad + S^T CBD\epsilon_0 \epsilon u_1 + S^T CBD\delta \\ &\leq -k S^T S - \|S^T CBD\epsilon_0\| \{ w(1 - \|\epsilon\|) \} \\ &\quad + \|S^T CBD\epsilon_0\| (\|\epsilon\| \|u_1\| + \|\epsilon_0^{-1}\| \|\delta\|) \\ &\leq -k S^T S + \|S^T CBD\epsilon_0\| \|u_1\| (\|\epsilon\| - b_0) \\ &\quad + \|S^T CBD\epsilon_0\| \|\epsilon_0^{-1}\| \{ \|\delta\| - (b_1 \|\dot{\eta}\| - b_2 \|\dot{\eta}\|^2) \} \\ &\leq -k S^T S < 0 \end{aligned}$$

となり， V が Lyapunov 関数であることが確かめられる．これより，閉ループ系は漸近的に $V=0$ すなわち $S=0$ の状態に収束する．スライディングモードは ζ について安定となるよう設計するので，スライディングモード平面上で ζ は指数的に 0 となる．これらから，水平システムは安定に制御される．

垂直制御

水平システムの制御系設計において仮定2を用いた。\$u\$は垂直システムに対しての入力であるので、この仮定を満たすよう垂直制御系を設計しなければならない。\$u\$を

$$\begin{aligned} u &= m(u_1^* + g) \\ \dot{u}_1^* &= u_2^* \\ \dot{u}_2^* &= u_3^* \end{aligned} \quad (3.16)$$

のように\$u_1^*, u_2^*, u_3^* \in \mathbb{R}\$を用いて置換する。この置換により\$u\$の微分は\$\dot{u} = mu_2^*\$, \$\ddot{u} = mu_3^*\$と表すことができる。\$z\$の参照軌道を\$z_r\$, \$e_1 = z - z_r\$, \$e_i = \dot{e}_{i-1}\$, \$i = 2, 3, 4\$, \$e = [e_1, e_2, e_3, e_4]^T\$とすると、式(2)から、追従誤差に関するシステムは

$$\frac{d}{dt}e = A_z e + B_z(u_3^* - z_r^{(4)}) \quad (3.17)$$

と表すことができる。ここで、

$$A_z = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_z = (0, 0, 0, 1)^T$$

である。

$$u_3^* = K_z e + z_r^{(4)}, \quad (3.18)$$

\$K_z \in \mathbb{R}^{1 \times 4}\$とし、\$A_z + B_z K_z\$が安定行列となるように\$K_z\$を選べば誤差システムは指数安定となり、誤差は0に収束する。ここで、\$u_3^*\$の2階積分によって\$u\$が定義されるので\$C^2\$級であることがわかる[39]。さらに、任意の\$t \ge 0\$に対して\$u(t) > 0\$を満足すると、すなわち、式(3.16)より、任意の\$t > 0\$において

$$u_1^*(t) > -g \quad (3.19)$$

であれば、仮定2を満足することがわかる。\$e_3 = \ddot{z} - \ddot{z}_r\$であるため、式(3.9), (3.16)から\$u_1^* = e_3 + \ddot{z}_r\$である。入力(3.18)に対する式(3.17)の閉ループ系の解および式(3.19)より、

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} e^{(A_z + B_z K_z)t} e(0) + \ddot{z}_r > -g \quad (3.20)$$

を得る。式(3.20)を用いて、与えた\$K_z\$と参照入力\$z_r\$に対し条件を満たすかどうかを確認することができる。

以上により、全体システムとして安定となる制御系を設計できた。

3.2.3 数値シミュレーション

提案した制御則の有効性を数値シミュレーションにより検証する．システムがノミナルである場合と不確かさを有する場合の閉ループ系の $x, y, z, \phi, \theta, \psi$ の応答を確認する．また，Mistlerらの提案する制御則[39]との比較を行う．

本シミュレーションにおいて，質量は $m = 1.6[\text{kg}]$ ，重力加速度は $g = 9.8[\text{m/s}^2]$ ，UAV重心から各ロータ中心までの距離はすべて $l = 0.35[\text{m}]$ ，ドラッグ係数は $d = 1.0$ ，ノミナルな慣性モーメントは $I_{x_0} = I_{y_0} = I_{z_0} = 1.0[\text{kgm}^2]$ ，不確かさを含んだ慣性モーメントは $I_x = I_y = I_z = 1.7[\text{kgm}^2]$ とした．シミュレーション時間は $50[\text{s}]$ である．参照軌道は

$$\begin{aligned} x &= 3 + e^{-2t} - 4e^{-\frac{1}{3}t} \\ y &= 4 + e^{-2t} - 5e^{-\frac{1}{3}t} \\ z &= 5 + e^{-2t} - 6e^{-\frac{1}{3}t} \\ \psi &= \frac{\pi}{16} + (10 - \frac{\pi}{16})e^{-2t} - 10e^{-\frac{1}{3}t} \end{aligned}$$

と設定した．3.2.2章で提案した制御則のパラメータは

$$\begin{aligned} k &= 2, \quad b_0 = 0.7, \quad b_1 = 0.8, \quad b_2 = 0.3, \\ C &= \begin{bmatrix} 1 & 20 & 15 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 20 & 15 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 20 \end{bmatrix}, \\ K_z &= \begin{bmatrix} -1 & -10 & -10 & -1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

であり，初期値は $x(0) = 0.5[\text{m}]$, $y(0) = -0.1[\text{m}]$, $z(0) = 0.6[\text{m}]$, $\phi(0) = \theta(0) = \psi(0) = 0[\text{rad}]$ とした．

Fig. 3.2は慣性モーメントの不確かさを含まないノミナルな場合の，Fig. 3.3は慣性モーメントに不確かさを含んだ場合の $x, y, z, \phi, \theta, \psi$ の応答を表したものである．上段はUAVの位置である x, y, z を，下段には姿勢に関する ϕ, θ, ψ を示した．図中の実線は出力の応答，点線は参照軌道である．Fig. 3.3より，提案するスライディングモード制御が，慣性モーメントの変動に対してロバストであることが確認できる．

仮定1において不確かさに関する仮定をおいた．2つの不等式条件の両辺の時間変化をFig. 3.4に示す．実線が $\|\epsilon\|$ および $\|\delta\|$ ，点線が b_0 および $b_1\|\eta\| + b_2\|\eta\|^2$ の値である．これより， $\|\epsilon\|$ は b_0 に対して，また $\|\delta\|$ は $b_1\|\eta\| + b_2\|\eta\|^2$ に対して全ての時刻において小さく，仮定1が満たされていることが確認できる．なお，仮定1の b_0, b_1, b_2 は試行錯誤的に決定される．

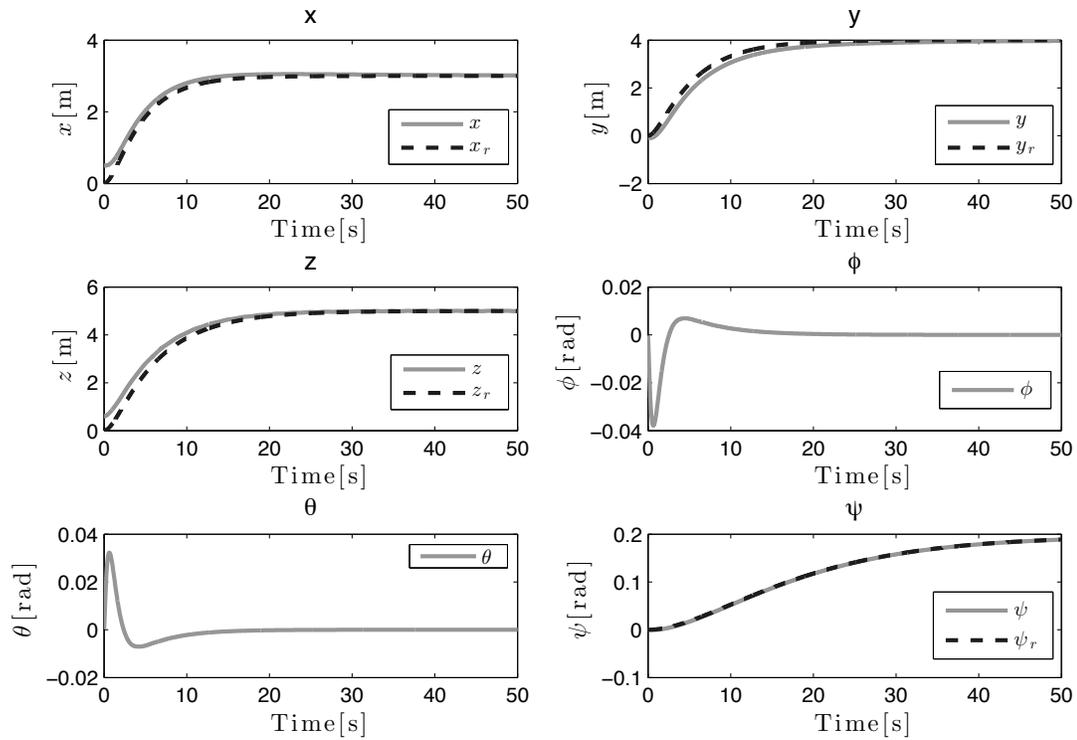


Fig. 3.2: Plant output of closed-loop system for nominal system

仮定2に関しては，設計した垂直制御系のパラメータを式(3.20)に代入することにより，仮定が満足されることを確認した．式(3.20)左辺の時間変化をFig. 3.5に示す．その応答が全時刻において $-g$ より大きく，式(3.20)を満たしている．よって仮定2を満足していることがわかる．

制御性能の比較のためにMistlerら[39]の提案する厳密な線形化に基づいた線形フィードバック制御系に対する数値シミュレーションを行う．制御器の設計パラメータは以下のものを用いる．

$$c_0 = -5.1 \times 10^{-1}, \quad c_1 = -1.9, \quad c_2 = -3.2, \\ c_3 = -1.0, \quad c_4 = -8.0 \times 10^{-1}, \quad c_5 = -1.0$$

これらのパラメータは，ノミナルシステムを対象とした場合の応答速度が本論文で提案する制御系と同程度となるよう設定した．その他の条件は提案する制御系のシミュレーションのものと同様である．慣性モーメントに不確かさが含まれる場合のシミュレーション結果をFig. 3.6に示す．閉ループ系が不安定となっていることが確認できる．

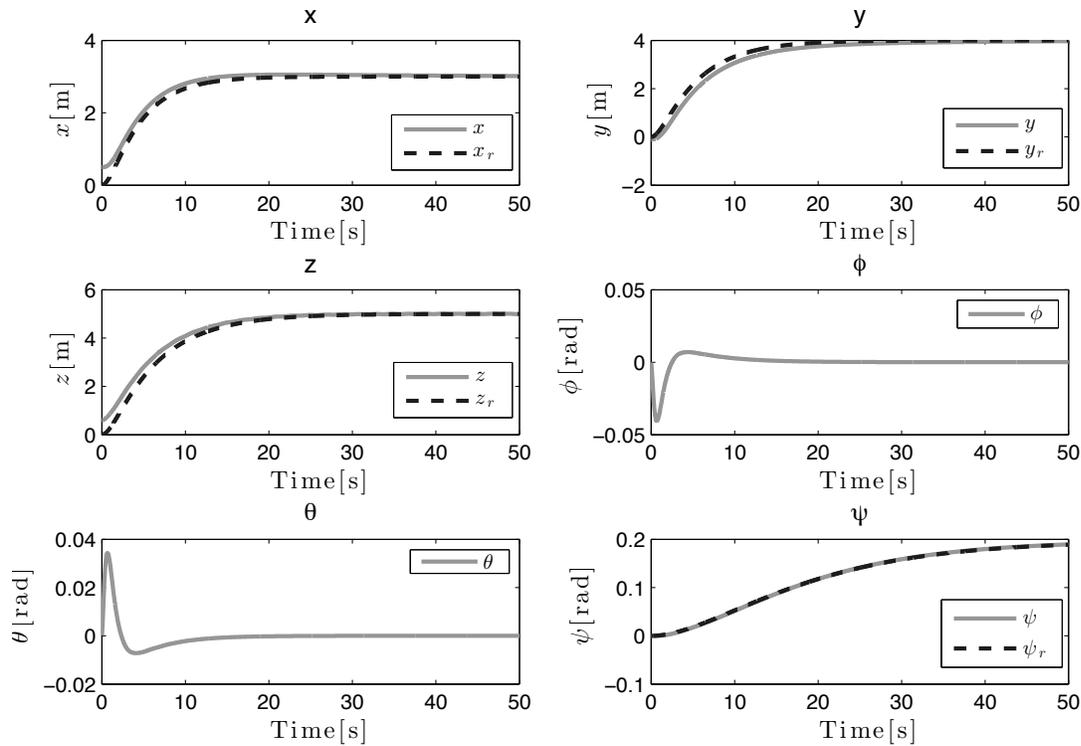


Fig. 3.3: Plant output of closed-loop system with uncertainty

3.3 符号関数アプローチ

前章において単位ベクトルアプローチによる設計を行った。しかし、切り替え入力中の単位ベクトルの計算において、スライディングモード近傍で微小な数の除算が行われる。これは数値計算の誤差が大きくなる原因となる。この計算誤差は追従誤差につながる問題である。Elmaliら[55]は符号関数によって不確かさをもつ非線形システムのスライディングモード制御を提案した。切り替え入力に符号関数を用いる場合には、微小数の除算を行われたい。Elmaliらの手法においてはチャタリング問題は考慮されていない。本節では符号関数を用いたスライディングモード制御のチャタリング問題の低減を目指し、完全に解決されないチャタリングを飽和関数の導入により解決する。この際、追従誤差が発生するが、Bessaら[33]の行った誤差解析の結果を多入出力系に拡張することにより追従誤差の解析を行う。

3.4節において問題設定を行い、3.5節において提案する制御設計について述べる。設計された制御系の有効性を検証するために、3.7.1においてマルチロータ型UAVへ適用し、数値シミュレーションおよび実機実験において検

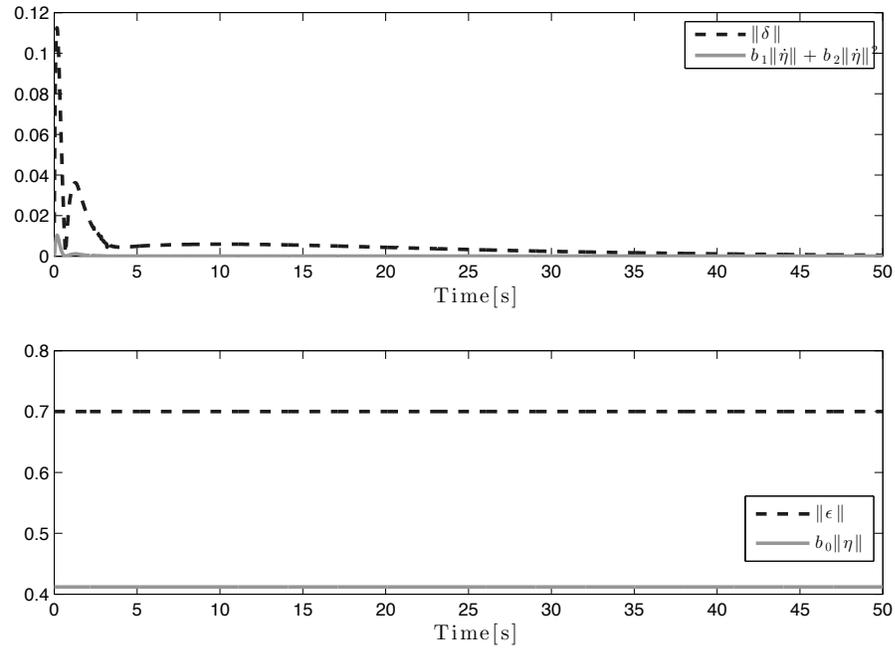


Fig. 3.4: Verification of Assumption 1

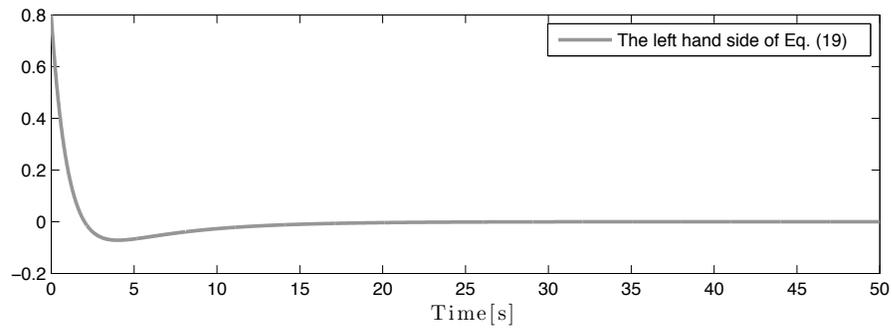


Fig. 3.5: Verification of Assumption 2

証を行う。

3.4 問題設定

Elmali らの行った研究 [55] に基づき, 不確かな非線形システム

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + \Delta f(x) + (g(x) + \Delta g(x))u \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (3.21)$$

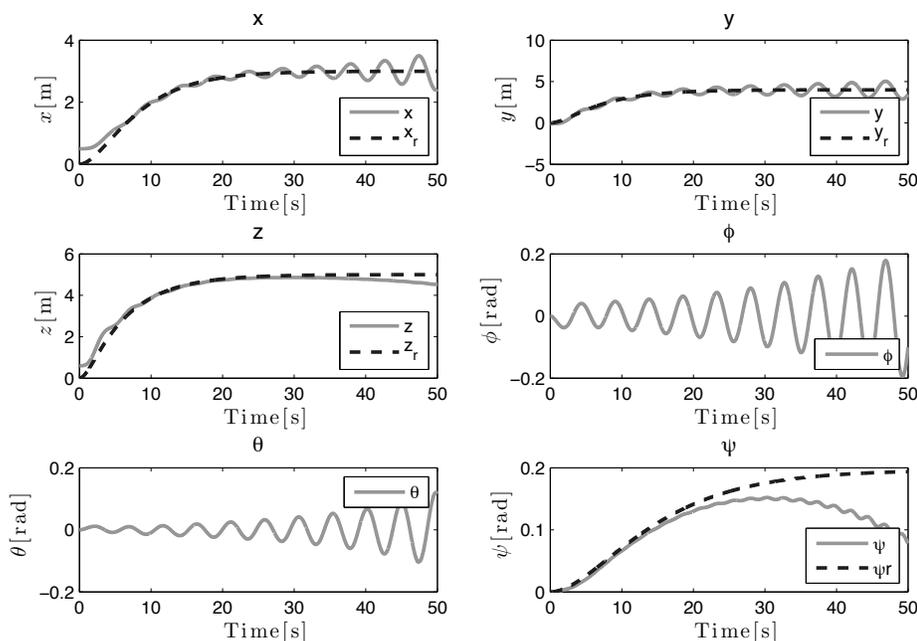


Fig. 3.6: Plant output of closed-loop system for controller by Mistler *et. al.* (2001) with uncertainty

の状態線形化を行う。ただし、 x は n 次元状態ベクトル、 u および y はそれぞれ m 次元制御入力およびシステム出力を表し、 $f(x)$, $g_i(x) \in \mathbf{R}^n$, $i = 1, \dots, m$ および $h(x) \in \mathbf{R}^m$ は既知の滑らかなベクトリ値関数、 $\Delta f(x)$, $\Delta g_i(x) \in \mathbf{R}^n$ は不確かさを表す未知の滑らかなベクトル値関数とし、 $g(x) = [g_1, \dots, g_m]$, $\Delta g(x) = [\Delta g_1, \dots, \Delta g_m]$ とする。不確かさに関する項 $\Delta f, \Delta g$ に対する以下の仮定を設定する。

Assumption 4 $\Delta f(x)$ および $\Delta g_i(x)$ は条件

$$\Delta f(x), \Delta g_i(x) \in \mathbf{Ker}(dh_i, dL_f h_i, \dots, dL_f^{r_i-2} h_i) \quad (3.22)$$

を $i = 1, \dots, m$ において満たすとする。 r_i はシステムの相対次数を表す。ただし、記号 L はLie微分

$$L_f h(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} f(x)$$

を表す。また、 $L_f^n h(x)$ は h の f によるLie微分の n 回の繰り返しを表す。

ノミナルシステムにおけるフィードバック線形化条件として以下を設定する。

Assumption 5

$$L_{g_i} L_f^k h_i(x) = 0$$

は $k = 0, \dots, r_i - 2$ および $i = 1, \dots, m$ において満たされ, 行列

$$D(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1(x) & \dots & L_{g_4} L_f^{r_1-1} h_1(x) \\ \dots & \dots & \dots \\ L_{g_1} L_f^{r_4-1} h_4(x) & \dots & L_{g_4} L_f^{r_4-1} h_4(x) \end{bmatrix}$$

は正則となる.

仮定4および5の下で, 各出力 $h_i(x), i = 1, \dots, 4$ の r_i 次微分について考え, 式(3.22)より

$$\begin{aligned} h_i^{(r_i)}(x) &= L_{f+\Delta f} L_f^{r_i-1} h_i(x) \\ &\quad + \sum_{j=1}^4 L_{g_j+\Delta g_j} L_f^{(r_i-1)} h_i(x) u_j \end{aligned}$$

を得る. また, $k = 1, \dots, r_i - 1$ において, $h_i(x)$ の k 次微分は

$$h_i^{(k)}(x) = L_f^k h_i(x)$$

で与えられる. 制御設計のために, システムを Brunovsky 正準形で表す. 参照入力を y_r とし, システムは

$$\begin{aligned} \dot{e} &= Ae + Bw \\ w &= (I + \Delta D(x))D(x)u + F(x) + \Delta F(x) - R(t) \end{aligned} \tag{3.23}$$

により表される。ただし、 $i = 1, \dots, 4$, $j = 1, \dots, r_i$ において、

$$\begin{aligned}
e &= [e^1, \dots, e^m]^T \\
e^i &= [e_1^i, \dots, e_{r_i}^i]^T, \quad e_j^i = (y_i - y_{r_i})^{(j-1)} \\
R &= [y_{r_1}^{(r_1)}, \dots, y_{r_m}^{(r_m)}]^T, \quad \Delta D = \Delta \bar{D} D^{-1} \\
A &= \text{diag}(A_1, \dots, A_m), \quad B = \text{diag}(b_1, \dots, b_m) \\
A_i &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & & & & 0 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{r_i \times r_i} \\
b_i &= [0, \dots, 0, 1]^T \in \mathbf{R}^{r_i} \\
F &= [L_f^{r_1} h_1, L_f^{r_2} h_2, L_f^{r_1} h_1, \dots, L_f^{r_m} h_m]^T \\
\Delta F &= [L_{\Delta f} L_f^{r_1-1} h_1, \dots, L_{\Delta f} L_f^{r_m-1} h_m]^T \\
\Delta \bar{D} &= \begin{bmatrix} L_{\Delta g_1} L_f^{r_1-1} h_1(x) & \dots & L_{\Delta g_m} L_f^{r_1-1} h_1(x) \\ \dots & \dots & \dots \\ L_{\Delta g_1} L_f^{r_m-1} h_m(x) & \dots & L_{\Delta g_m} L_f^{r_m-1} h_m(x) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.24}$$

である。diag は(ブロック)対角行列を表す。

3.5 スライディングモード制御系設計

本節では、スライディングモード制御を用いたシステム(3.23)に対する制御設計について述べる。

3.5.1 スライディングモード

スライディングモード平面は

$$s = Ce = 0 \tag{3.25}$$

のとおり設計される。ただし、

$$C = \text{diag}(c^1, \dots, c^m) \tag{3.26}$$

はブロック対角行列である。二項係数を用いて、 $c^i, i = 1, \dots, m$ は

$$\begin{aligned} c^i &= \omega_i [c_{r_i-1}^i \lambda_i^{r_i-1}, \dots, c_1^i \lambda_i, c_0^i] \\ c_j^i &= \binom{r_i-1}{j} = \frac{(r_i-1)!}{(r_i-j-1)!j!}, \quad j = 0, \dots, r_i-1 \end{aligned} \quad (3.27)$$

となる。(3.25), (3.26) および (3.27) は以下のことを意味する。 $s = [s_1, \dots, s_m]^T$ の各要素は

$$s_i(e^i) = \omega_i \left(\frac{d}{dt} + \lambda_i \right)^{r_i-1} e_1^i$$

と表され、 e_1^i についての Hurwitz 多項式となる。 λ_i および ω_i は正定数であり、それぞれ収束率と重み係数を表す。

スライディングモード (3.25) への到達則は 3.5.2 節において決定され、提案される制御系の設計について 3.5.3 節において述べる。

3.5.2 到達則

スライディングモードへの到達則を定義する。到達則は

$$s^T \dot{s} + \frac{k}{2} s^T s \leq 0, \quad k > 0 \quad (3.28)$$

と定義する。ここで、リアプノフ関数候補を $V = s^T s / 2$ とすれば、 $\dot{V} = s^T \dot{s}$ を得る。もし、到達則が満足されるならば、 $\dot{V} \leq -kV$ が得られ、 V はリアプノフ関数である。 V の指数収束率を k によって設定可能であることがわかる。

3.5.3 制御系設計

到達則 (3.28) を満たすスライディングモード制御系を設計する。以下の仮定を設定する。

Assumption 6 任意の時刻 t および状態 x において、 ∞ -ノルムを用いて $\|\Delta F(x)\|_\infty \leq \delta(t, x)$ を満たす既知の有界関数 $\delta(t, x)$ が存在し、 $\|\Delta D(x)\|_\infty \leq \epsilon(t, x), 0 \leq \epsilon(t, x) < 1$ を満たす $\epsilon(t, x)$ が存在する。

仮定 6 の下で、システム (3.23) に対する以下の定理 1 を導く。

Theorem 1 仮定6の下で，システム (3.23) において， $u = D^{-1}(u_0 + u_1)$,

$$u_0 = -(CB)^{-1}(CAe + \frac{k}{2}s) - F + R \quad (3.29)$$

$$u_1 = -\rho \text{sgn}(s), \quad (3.30)$$

とする．ならば，スライディングモード (3.25) への到達条件 (3.28) は満足される．ただし， $\text{sgn}(s)$ は以下で定義される符号関数ベクトル

$$\begin{aligned} \text{sgn}(s) &= (\text{sgn}(s_1), \dots, \text{sgn}(s_m))^T, \\ \text{sgn}(s_i) &= \begin{cases} 1, & s_i > 0 \\ 0, & s_i = 0 \\ -1, & s_i < 0 \end{cases} \quad (3.31) \\ & i=1, \dots, m \end{aligned}$$

であり，

$$\rho = \frac{\epsilon \|u_0\|_\infty + \delta}{\|z\|_1 / \|z\|_\infty - \epsilon} \quad (3.32)$$

および $z = [\omega_1 s_1, \dots, \omega_m s_m]^T$ である．

定理1の証明は付録に記載する．

Remark 3 本定理は，従来の2-ノルムを用いた条件に対して， ∞ -ノルムを用いることで，切り替えゲインの低減を達成している．ゲインを低減することで，従来から問題とされてきたチャタリング問題の低減化を達成する．また，Elmaliらの設計においては考慮されなかった各入出力への重みを取り扱うことが可能となった．これにより，次元の異なる入出力を取り扱うことが可能となった．

3.5.4 従来の条件との比較

本節では，前節で行った制御系設計と Elmali ら [55] の用いた従来の安定基準による設計の比較を行う．簡単化のためにスライディングモードの重みを $w_i = 1$ とする．これにより $CB = I$ となる．

スライディングモード平面および到達則は3.5節と同様に (3.25) および (3.28) を用いる．入力 u についても3.5節と同様に $u = D^{-1}(u_0 + u_1)$, (3.29) および (3.30)

とする．ただし， ρ の決定は後に行うものとする．これらとシステム (3.23) を用いて，

$$\begin{aligned}
& s^T \dot{s} + \frac{k}{2} s^T s = s^T C \dot{e} + \frac{k}{2} s^T s \\
& = s^T CAe + s^T (I + \Delta D) Du \\
& \quad + s^T (F + \Delta F - R) + \frac{k}{2} s^T s \\
& = s^T \Delta D u_0 + s^T \Delta F - \rho s^T (I + \Delta D) \text{sgn}(s) \\
& \leq \|s\|_p \left(\|\Delta D\|_p \|u_0\|_p + \|\Delta F\|_p \right) \\
& \quad + \rho (\|s\|_p \|\Delta D \text{sgn}(s)\|_p - \|s\|_p) \\
& \leq \|s\|_p \left(\|\Delta D\|_p \|u_0\|_p + \|\Delta F\|_p - \rho (1 - \|\Delta D \text{sgn}(s)\|_p) \right)
\end{aligned}$$

を得る．関係

$$\|\Delta D\|_p \|u_0\|_p + \|\Delta F\|_p - \rho (1 - \|\Delta D \text{sgn}(s)\|_p) \leq 0$$

が満たされれば到達条件を満足することがわかる．よって，

$$\rho \geq \frac{\|\Delta D\|_p \|u_0\|_p + \|\Delta F\|_p}{1 - \|\Delta D \text{sgn}(s)\|_p} \quad (3.33)$$

であれば到達条件が満足される． ρ は ∞ -ノルムを用いた場合にノルムの取り方について最も小さな値を取り得る． ∞ -ノルムを用いて，仮定6を満たすとすると，

$$\rho = \frac{\epsilon \|u_0\|_\infty + \delta}{1 - \epsilon}$$

は (3.33) を満たす．式 (3.32) と比較を行う． $\|s\| \neq 0$ では，

$$\|z\|_1 / \|z\|_\infty \geq 1$$

の関係が満足される．よって3.5.3節で設計された切り替えゲインは低減されていることが確認できる． ∞ -ノルムを用いることで，切り替えゲインが低減可能であることを示した．

3.6 チャタリング低減と収束解析

実システムにおいては，スライディングモード制御系の制御性能は切り替え入力によるチャタリングのために低下することがある．本節では，スライディングモード層を用いたチャタリング低減およびその際の収束解析について述べる．

飽和関数ベクトルを符号関数(3.31)の代わりに定義する.

$$\mathbf{sat}(s) = (\mathbf{sat}(s_1), \dots, \mathbf{sat}(s_m))^T$$

$$\mathbf{sat}(s_i) = \begin{cases} 1, & s_i > \mu \\ \frac{s_i}{\mu}, & |s_i| \leq \mu \\ -1, & s_i < -\mu \end{cases}$$

ただし, μ は正定数, $i = 1, \dots, m$ であるとする. 到達条件(3.28)は $\|s\|_\infty \geq \mu$ において満足され, 状態は境界層

$$S_\mu = \{e \in \mathbf{R}^n : \|s\|_\infty \leq \mu\} \quad (3.34)$$

に到達する. 以下の系3を境界層(3.34)内での安定条件として導出する.

Corollary 3 境界層(3.34)に到達後, 各状態 e_{j+1}^i , $j = 0, \dots, r_i - 1$, $i = 1, \dots, m$ は n -次元矩形

$$|e_{j+1}^i| \leq \zeta_j \lambda^{j-r_i+1} \frac{\mu}{\omega_i}$$

$$\zeta_j = \begin{cases} 1, & j = 0 \\ 1 + \sum_{l=0}^{j-1} \binom{j}{l} \zeta_l, & j = 1, \dots, r_i - 1 \end{cases}$$

に収束する.

系3の証明は付録に記載する.

Remark 4 系3は Bessa ら [33] の結果の多入出力への拡張として得られる. 飽和関数の導入によって, チャタリングは低減される. 境界層は制御性能を低下させ追従誤差を生じるが, 系3において飽和関数を導入した際の追従誤差の評価を行った. これによって実際のシステムにおいても有効な制御系が設計可能である. ω_i はそれぞれ重み係数を表す.

3.7 連続スライディングモード制御のロバスト性解析

3.5章で行った設計は, $\rho = 0$ において Zhou らの提案した連続スライディングモード制御 [30] の一般化となる. その場合のロバスト性の解析を行う.

連続スライディングモードの収束解析として以下の定理を得る.

Theorem 2 システム (3.23) において, スライディングモード平面を (3.25),

$$u = -D^{-1}(CB)^{-1}(CAe + \frac{k}{2}s) - F + R \quad (3.35)$$

とする. もし有界な

$$\mu = \sup_x \left(\frac{2 \|CB\|_\infty (\|\Delta D\|_\infty \|\hat{u}\|_\infty + \|\Delta F\|_\infty)}{k \left(1 - \|CB\|_\infty \|(CB)^{-1}\|_\infty \|\Delta D\|_\infty \right)} \right)$$

が存在すれば, 各状態 $e_{j+1}^i, j = 0, \dots, r_i - 1, i = 1, \dots, m$ は n -次元矩形

$$|e_{j+1}^i| \leq \zeta_j \lambda^{j-r_i+1} \frac{\mu}{\omega_i}$$

$$\zeta_j = \begin{cases} 1, & j = 0 \\ 1 + \sum_{l=0}^{j-1} \binom{j}{l} \zeta_l, & j = 1, \dots, r_i - 1 \end{cases}$$

に収束する. ただし,

$$\hat{u} = -(CB)^{-1}CAe - F + R$$

とする.

定理2の証明は付録に記載する.

Remark 5 有界な μ が得られるかどうかはシステムに依存するため, 一般的に μ を得ることは容易ではない. つまり, 連続スライディングモード制御は符号関数・単位ベクトルまたは飽和関数で構成されるスライディングモードへの拘束入力をもつスライディングモード制御と比較してロバスト性が弱いことがわかる.

3.7.1 マルチロータ型 UAV への応用

本節では, 3.5.3 節において行った制御系設計の有効性を検証するために, 数値シミュレーションを行う. まず, マルチロータ型 UAV における制御器を設計する.

制御系設計

3.1 節において得たマルチロータ型 UAV のモデルにおいて, 胴体慣性モーメントが不確かさを有する場合を考える. 不確かさ ΔJ_B はノミナルな胴体慣

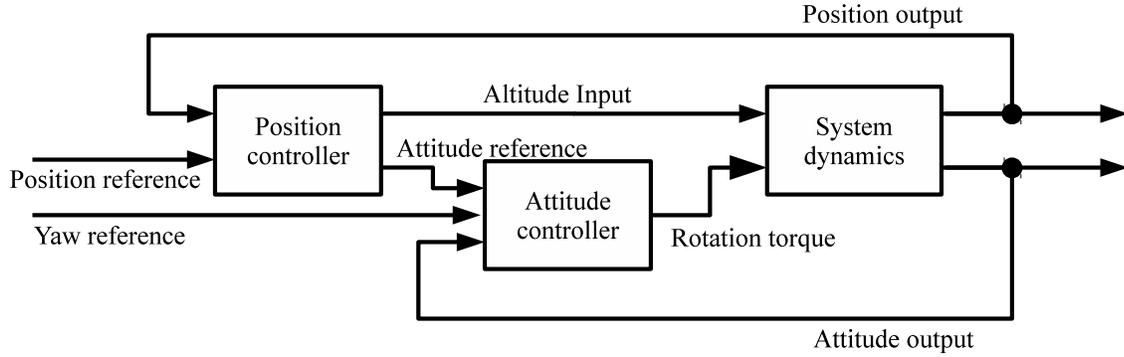


Fig. 3.7: The block diagram of the double structure control system

性モーメント J_{B0} および実際の胴体慣性モーメント J_B を用いて $\Delta J_B = J_B - J_{B0}$ と表されるとする。

システム (3.5) の状態線形化を行う。本設計においては、姿勢制御系を設計し、姿勢制御系に対しての参照入力を出力する位置制御系を設計する、2段階での制御系を設計する。制御系のブロック線図を Fig. 3.7 に示す。

まず、姿勢制御系が完全に追従を達成するとして位置制御系の設計を行う。(3.5) 中の F_S を制御入力であるとして ξ に対する誤差状態表現

$$\dot{e}_\xi = A_\xi e_\xi + B_\xi F_S$$

を得る。ただし、 $e_\xi = [x - x_r, \dot{x} - \dot{x}_r, y - y_r, \dot{y} - \dot{y}_r, z - z_r, \dot{z} - \dot{z}_r]^T$,

$$A_\xi = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_\xi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

である。これに対し、線形フィードバック制御入力 $F_S = -K_\xi e_\xi$ を設計する。ただし、 $A_\xi - B_\xi K_\xi$ が安定行列となるよう設計する。

F_S を $F_S = [u_x, u_y, u_z]^T$ とすると、(3.2) より、

$$u_z = \frac{\sum_{i=1}^4 \Omega_i}{m} \cos \phi \cos \theta$$

となる．これを用いて，

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} = u_z \begin{bmatrix} \tan \theta \cos \psi + \frac{\tan \phi \sin \psi}{\cos \theta} \\ \tan \theta \sin \psi - \frac{\tan \phi \cos \psi}{\cos \theta} \end{bmatrix} = u_z \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi \\ \sin \psi & -\cos \psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\tan \theta}{\cos \theta} \\ \frac{\tan \phi}{\cos \theta} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

を得る．ここで，位置制御系においての入力を F_S とした場合，姿勢制御が完全に達成される仮定の下ではロールおよびピッチ姿勢 ϕ および θ に対応する参照入力を設定すればよいことがわかる．(3.36) より， ϕ および θ を ϕ_r および θ_r により置き換えて，

$$\begin{bmatrix} \tan \theta_r \\ \tan \phi_r \\ \cos \theta_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi \\ \sin \psi & -\cos \psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{u_x}{u_z} \\ \frac{u_y}{u_z} \end{bmatrix},$$

$$\theta_r = \text{atan} \left(\frac{u_x}{u_z} \cos \psi + \frac{u_y}{u_z} \sin \psi \right),$$

$$\phi_r = \text{atan} \left(\frac{u_x}{u_z} \sin \psi \cos \theta_r - \frac{u_y}{u_z} \cos \psi \cos \theta_r \right)$$

を得る．これにより，ロールおよびピッチ姿勢への参照入力が決まる．

次に，3.5節において行った制御系設計を用いることで姿勢制御系を設計する．まず，(3.23)と同様の形式で姿勢ダイナミクスを表す．制御系の出力 \bar{y} を $\bar{y} = [\phi - \phi_r, \theta - \theta_r, \psi - \psi_r]^T$ ， $e = [\bar{y}_1, \dot{\bar{y}}_1, \bar{y}_2, \dot{\bar{y}}_2, \bar{y}_3, \dot{\bar{y}}_3]$ として，システムは

$$\begin{aligned} \dot{e} &= Ae + Bw \\ w &= (I + \Delta D(\bar{x}))D(\bar{x})u + F(\bar{x}) + \Delta F(\bar{x}) - R(t) \\ D &= J_0^{-1}, \quad \Delta D = (J^{-1} - D)D^{-1} \\ F &= J_0^{-1} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} (\dot{\eta}^T J_0 \dot{\eta}) - J_0 \dot{\eta} \right), \quad \Delta F = J^{-1} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} (\dot{\eta}^T J \dot{\eta}) - J \dot{\eta} \right) - F \\ R &= [\ddot{\phi}_r, \quad \ddot{\theta}_r, \quad \ddot{\psi}_r]^T \end{aligned} \quad (3.37)$$

と表される．システム(3.37)に対してスライディングモード制御器を設計する．Theorem 1と同様に制御系を設計する．

$$\begin{aligned} \epsilon &= b_0 \\ \delta &= b_1 \|\dot{\eta}\| + b_2 \|\dot{\eta}\|^2 \end{aligned}$$

とする．ただし， b_0, b_1, b_2 は数値シミュレーションおよび実験から設定する．

Table 3.1: Parameters of the control system

m	2.4×10^{-2}
g	9.8
I_x, I_y, I_z	$8.0 \times 10^{-6}, 8.0 \times 10^{-6}, 4.0 \times 10^{-6}$
K_ξ	$\begin{bmatrix} 3.0 & 0.3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3.0 & 0.3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3.0 & 0.3 \end{bmatrix}$
C	$\begin{bmatrix} 250 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 250 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 250 & 100 \end{bmatrix}$
k	1.0
b_0, b_1, b_2	$1.0 \times 10^{-4}, 1.0 \times 10^{-6}, 1.0 \times 10^{-6}$
μ	10

シミュレーション結果

3.7.1節において設計した制御系の有効性を確認するための数値シミュレーションについて述べる。システムおよび制御器のパラメータをTable 3.1に示す。シミュレーションの結果をFig. 3.8に示す。初期状態はすべて0とした。すべてのシステム出力が参照軌道に十分小さな誤差で追従していることが確認できる。微小な誤差が存在するのは、姿勢制御系の遅れを無視しているためであると考えられる。3.2節において設計したように、すべての状態を1つのシステムとして扱うことによりこの誤差を解消することができるが、この方法ではシステムが複雑になり、また4次のシステムとなり実装が難しくなるという問題も存在する。本節においては、3.8章において行う実機実験を想定し、実装の容易さを考慮して前節において述べた制御系設計を行った。

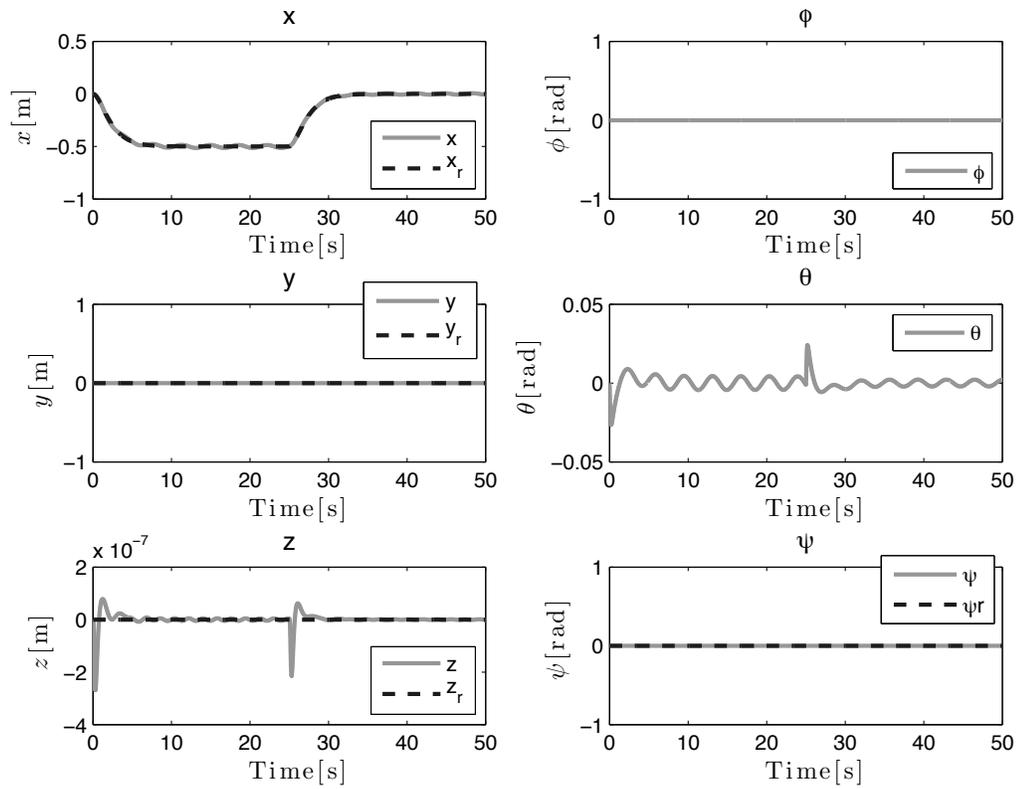


Fig. 3.8: Plant output of the closed-loop system for the sliding mode control simulation

3.8 マルチロータ型UAVの制御実験

本節では，前節までに行った制御系設計の有効性を実機実験により検証する．実験で用いたマルチロータ型UAV crazyflieをFig. 3.9に，UAVの仕様をTable 3.2に示す．



Fig. 3.9: The multi-rotor UAV for the experiments

本実験においては，UAVの位置計測をモーションキャプチャシステムを用いて行う．用いたNaturalPoint社のOptiTrack S250eの仕様をTable 3.3に示す．

以降では，追従制御実験，連続スライディングモード制御実験および飽和関数を用いたスライディングモード制御実験を行う．連続スライディングモード制御と飽和関数を用いたスライディングモード制御の比較を行う．

Table 3.2: Specifications of the UAV

Weight	19[g]
Size	90[mm]×90[mm]
Flight time	7[min]
MCU	STM32F103CB
3-axis gyroscope and accelerometer	MPU-6050
3-axis magnetometer	HMC5883L
Altimeter	MS5611-01BA03
Radio module	nRF24L01+

Table 3.3: Specifications of the motion capture system

Frame rate	30 – 250[Hz]
Delay	4[ms]
Viewing angle	43° or 56°
Position accuracy	Less than 1[mm]

3.8.1 追従制御実験

3.7.1節で行った数値シミュレーションと同様の設定で実験を行った。結果をFig. 3.10に示す。結果から、振動は存在するが、追従制御が達成されていることが確認できる。

3.8.2 連続スライディングモード制御のロバスト性検証実験

比較実験として、連続スライディングモード制御設計を適用した場合の実験を行う。参照軌道は全時刻で全て0,つまり定点でのホバリングを行う。ロバスト性検証のため、ノミナルな胴体の慣性モーメントは $I_x, I_y, I_z = 3.0 \times 10^{-6}, 3.0 \times 10^{-6}, 3.0 \times 10^{-6}$ とした。これにより、慣性モーメントの変動に対するロバスト性を検証する。その他のパラメータは3.7.1節で行ったスライディングモード制御シミュレーションと同様である。実験結果をFig. 3.11に示す。慣性モーメントの変動により、姿勢制御が達成されず、機体が計測範囲外に流されてしまう結果が得られた。

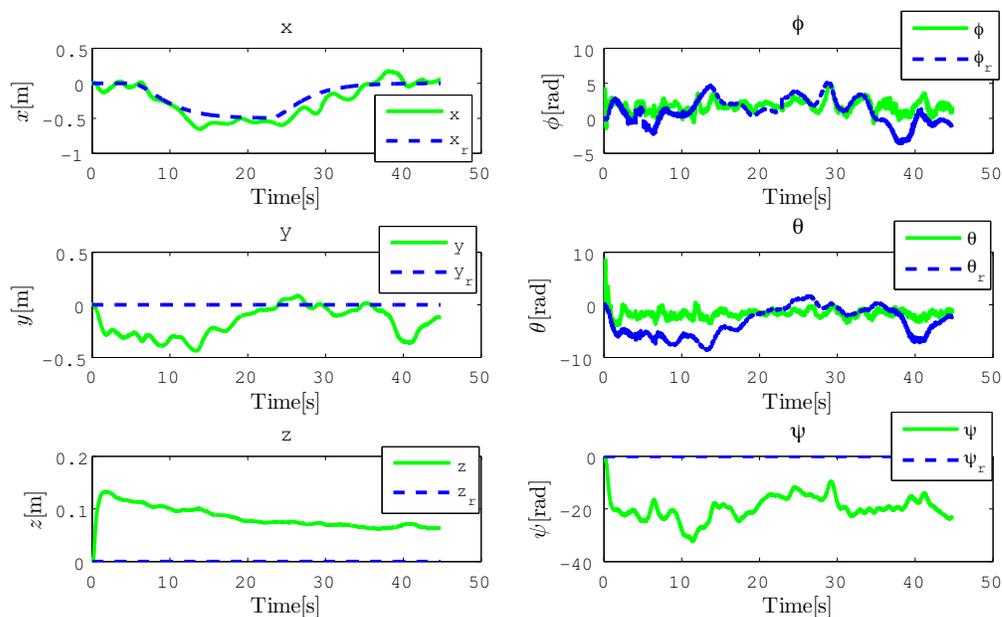


Fig. 3.10: Plant output of the closed-loop system for the feedback linearization control experiment

3.8.3 飽和関数を用いたスライディングモード制御のロバスト性検証実験

連続スライディングモード制御実験と同様のパラメータを用いたスライディングモード制御実験の結果をFig. 3.12に示す。制御器のパラメータは3.7.1節で行った数値シミュレーションと同じものを用いる。振動的な振る舞いが存在するが、定常値では誤差10[cm]程度でホバリングが達成されている。小型の機体であるため、空調などの空気の流れに影響を受けやすく、また、重心のずれによる外乱も存在する。振動はこれらの影響によるものであると考える。しかし、連続スライディングモードでは大きく機体が流され計測範囲外に外れた結果が得られた。飽和関数を用いたスライディングモード制御系はシステムのモデル化誤差として存在する胴体慣性モーメントに対し、ロバストであるといえる。

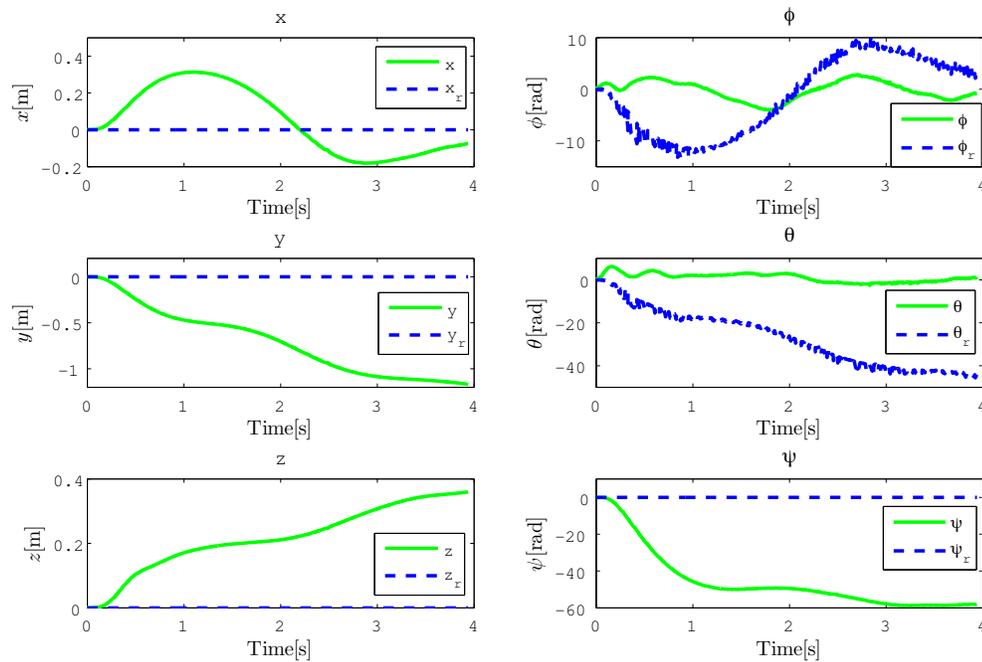


Fig. 3.11: Plant output of the closed-loop system for the feedback linearization control experiment

3.9 まとめ

本章では，2つのアプローチでマルチロータ型 UAV の胴体慣性モーメントに関する不確かさを考慮したロバストな追従制御系の設計を行い，数値シミュレーションおよび実機実験において有効性を検証した．

単位ベクトルアプローチによる設計では，位置および姿勢を1つのシステムとして取り扱い，全体システムの安定性を考慮した．符号関数アプローチによる設計では，一般的な非線形システムを対象に制御系設計を行った．本手法はマルチロータ型 UAV に限らず用いることが可能である．単位ベクトルアプローチでは単位ベクトルの計算に微小数の除算が必要であり，計算誤差が発生しやすくなるが，符号関数ではこの除算が必要ないため，計算誤差が発生しにくい．また，切り替え入力存在により発生するチャタリング問題についても，飽和関数の導入により自然な形で解消可能であり，飽和関数を導入した際の追従誤差と符号関数のパラメータの関係の解析も行った．これらから，より実システムへの実装に適した設計となったといえる．

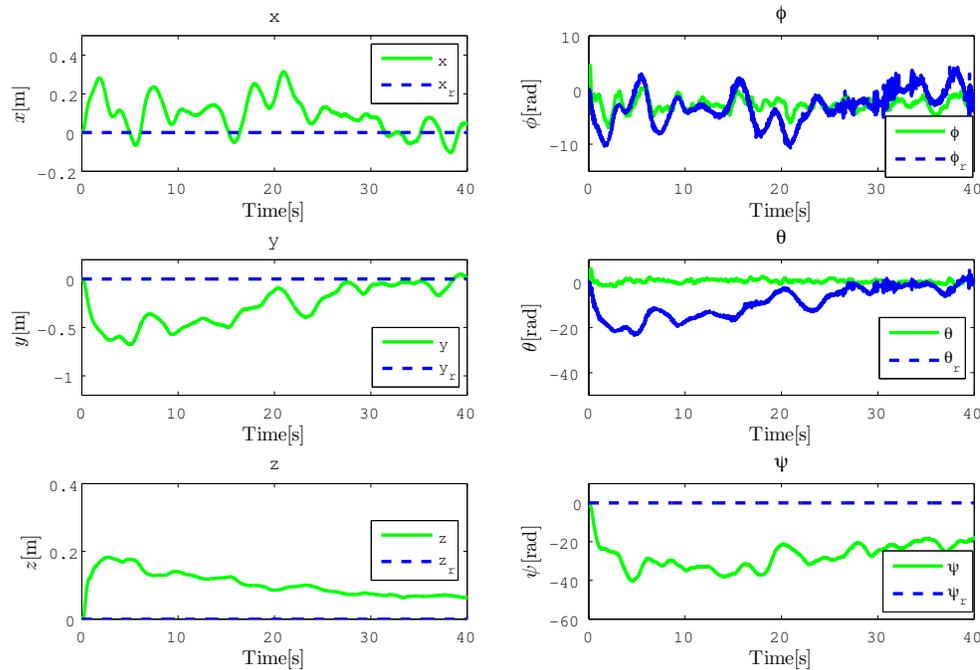


Fig. 3.12: Plant output of the closed-loop system for the sliding mode control experiment

マルチロータ型 UAV に対する設計の際は，実機実験のための実装の容易さのために，姿勢制御系と位置制御系の2つの制御系を組み合わせることで位置制御を達成した．この設計は実装が全体システムを統一的に制御する場合と比較して設計が容易であり，制御器のパラメータ設計が直感的に可能となるという利点をもつ．

実機実験において，飽和関数によるスライディングモード制御は連続スライディングモード制御と比較して，胴体慣性モーメントの変動に対してロバスト性が強いことが確認された．しかし，スライディングモード制御はマッチング条件を満たす不確かさに対してはロバストとなるが，ミスマッチな不確かさを有する場合，スライディングモード平面への拘束が達成されず，結果としてロバストな制御が達成できない問題が存在する．Rubagotti ら [28] はこの問題を積分型のスライディングモードおよび H_{∞} 制御を用いて解決することを提案した．今後，ミスマッチな不確かさが存在する場合に拡張する必要がある．

第4章

結論と今後の課題

4.1 結論

本論文では、非線形システムに対するロバストな制御系設計アプローチとして、オペレータ表現を用いた制御およびスライディングモード制御に関する研究について述べた。

オペレータは様々なクラスの非線形システムを表すことが可能であり、様々な非線形システムに対する統一的な制御設計アプローチとして有効であると考えられる。従来の研究においては考慮されなかった、ほとんどすべての実システムに存在する入力飽和を考慮した設計を行った。また、新たな追従設計を提案することにより、従来の設計において対象システムを制限していた制約を取り除いた。これらから、より多くのシステムに対しての統一的な設計を行うことが可能となった。しかし、対象のクラスが広い場合には制御設計のための条件が弱くなり、実際の設計が難しくなる問題もまた存在する。そのため、対象システムを限定し、そのシステムの特徴を利用して制御系を設計することも重要となる。

スライディングモード制御に関連して、単位ベクトルアプローチと符号関数アプローチの2つのアプローチによる制御系設計について述べた。両アプローチにおいてUAV胴体の慣性モーメントの不確かさに対してロバストな制御系の設計を行った。さらに、単位ベクトルアプローチにおいては全体システムの安定性を考慮するために、入力の係数行列が逆行列をもつ条件を示した。符号関数アプローチでは、単位ベクトルアプローチにおいて必要となる微小数の除算を必要としない符号関数により切り替え制御器を設計することで、計算誤差が発生しにくい利点をもつ。切り替え入力存在により発生するチャタリング問題についても、飽和関数の導入により解消し、飽和関数を導入した際の追従誤差と符号関数のパラメータの関係の解析も行った。これらから、より実システムへの実装に適した設計となったといえる。

符号関数アプローチによるスライディングモード制御については、実機実験により有効性の検証を行った。連続スライディングモード制御と比較し、

良好な結果を得ることができた。

4.2 今後の課題

今後の課題として、以下の項目が挙げられる。オペレータ表現を用いた制御系設計に関して、対象はSISOシステムであるとした。実際のシステムの多くはMIMOシステムであり、MIMO制御系への拡張を行う必要がある。不確かさの考慮がなされていないため、実システムへの適用が難しいという問題も存在する。2.3節において示した制御系設計アルゴリズムは試行錯誤的な部分が存在する。手続き的な設計を得る必要がある。

スライディングモード制御系設計においては、システムがロバストとなるのは不確かさがマッチング条件を満たす場合のみである。近年この問題の解決にLMIや非線形の H_∞ 制御を組み合わせたスライディングモード制御が提案されており、それらの結果を導入することにより、不確かさがマッチング条件を満たさない場合においても対応可能となると考えられる。

また、実機実験において、数値シミュレーションと比較して不安定な挙動が確認された。マルチロータ型UAVのモデリングにおいて、ロータ推力を制御入力として設定した。しかし、実際には制御入力はロータへの電圧に相当する電気信号であり、ロータの慣性を無視したモデリングを行っている。この無視した遅れが制御系への悪影響を与えている可能性があり、この動特性の考慮も課題として挙げられる。

Appendix A

設計された制御器の詳細

3.2.2章の式(3.14)において省略した部分を補足として記載する. $\gamma(\eta, \dot{\eta}, u, \dot{u}, \ddot{u})$ は

$$\gamma(\eta, \dot{\eta}, u, \dot{u}, \ddot{u}) = \begin{bmatrix} \gamma_x \\ \gamma_y \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\gamma_x = \gamma_{x\dot{\phi}} + \gamma_{x\dot{\theta}} + \gamma_{x\dot{\psi}} + \gamma_{x\dot{u}} + \gamma_{x\ddot{u}},$$

$$\gamma_y = \gamma_{y\dot{\phi}} + \gamma_{y\dot{\theta}} + \gamma_{y\dot{\psi}} + \gamma_{y\dot{u}} + \gamma_{y\ddot{u}}$$

と表される. ここで, それぞれの項について以下に示す.

$$\begin{aligned} \gamma_{x\dot{\phi}} &= \frac{\dot{\phi}}{m C_\phi^3 C_\theta^2} (\dot{u} C_\phi S_\psi C_\theta + u \dot{\theta} C_\phi S_\psi S_\theta \\ &\quad + u \dot{\psi} C_\phi C_\psi C_\theta + 2 u \dot{\phi} S_\phi S_\psi C_\theta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_{x\dot{\theta}} &= \frac{\dot{\theta}}{m C_\phi^2 C_\theta^2} \{ \dot{u} (S_\phi S_\psi S_\theta + C_\phi C_\psi) C_\phi C_\theta \\ &\quad + u \dot{\theta} (S_\phi S_\psi S_\theta^2 + C_\phi C_\psi S_\theta + S_\phi S_\psi) C_\phi \\ &\quad + u (\dot{\psi} C_\phi S_\phi C_\psi + \dot{\phi} S_\psi) C_\theta S_\theta - u \dot{\psi} C_\phi^2 S_\psi C_\theta \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_{x\dot{\psi}} &= \frac{\dot{\psi}}{m C_\phi^2 C_\theta^2} \{ \dot{u} (C_\phi S_\psi S_\theta - S_\phi C_\psi) C_\phi C_\theta \\ &\quad + u \dot{\theta} (S_\psi - S_\phi C_\psi S_\theta) C_\phi + u \dot{\psi} C_\phi^2 C_\psi C_\theta S_\theta \\ &\quad + u (\dot{\psi} C_\phi S_\phi S_\psi - \dot{\phi} C_\psi) C_\theta \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_{x\dot{u}} &= \frac{\dot{u}}{m C_\phi^2 C_\theta^2} \{ \dot{\theta} (S_\phi S_\psi S_\theta + C_\phi C_\psi) C_\phi \\ &\quad - \dot{\psi} C_\phi^2 S_\psi C_\theta S_\theta + (\dot{\psi} C_\phi S_\phi C_\psi + \dot{\phi} S_\psi) C_\theta \} \end{aligned}$$

$$\gamma_{x\ddot{u}} = \frac{\ddot{u} (C_\phi C_\psi S_\theta + S_\phi S_\psi)}{m C_\phi C_\theta}$$

$$\begin{aligned}
\gamma_{y\dot{\phi}} &= \frac{\dot{\phi}}{mC_\phi^3 C_\theta^2} \{ uC_\phi C_\psi C_\theta + u\dot{\theta}C_\phi C_\psi S_\theta \\
&\quad + (2u\dot{\phi}S_\phi C_\psi - u\dot{\psi}C_\phi S_\psi)C_\theta \} \\
\gamma_{y\dot{\theta}} &= \frac{\dot{\theta}}{mC_\phi^2 C_\theta^3} \{ \dot{u}(S_\phi C_\psi S_\theta + C_\phi S_\psi)C_\phi C_\theta \\
&\quad + \dot{\theta}(uS_\phi C_\psi S_\theta^2 + 2uC_\phi S_\psi S_\theta + uS_\phi C_\psi)C_\phi \\
&\quad + (u\dot{\phi}C_\psi - u\dot{\psi}C_\phi S_\phi S_\psi)C_\theta S_\theta + u\dot{\psi}C_\phi^2 C_\psi C_\theta \} \\
\gamma_{y\dot{\psi}} &= \frac{\dot{\psi}}{mC_\phi^2 C_\theta^2} \{ \dot{u}(C_\phi C_\psi S_\theta - S_\phi S_\psi)C_\phi C_\theta \\
&\quad + \dot{\theta}(uC_\phi C_\psi - uS_\phi S_\psi S_\theta)C_\phi - u\dot{\psi}C_\phi^2 S_\psi C_\theta S_\theta \\
&\quad + (-u\dot{\psi}C_\phi S_\phi C_\psi - u\dot{\phi}S_\psi)C_\theta \} \\
\gamma_{y\ddot{u}} &= \frac{\ddot{u}}{mC_\phi^2 C_\theta^2} \{ \dot{\theta}(S_\phi C_\psi S_\theta + C_\phi S_\psi)C_\phi \\
&\quad + \dot{\psi}C_\phi^2 C_\psi C_\theta S_\theta + (\dot{\phi}C_\psi - \dot{\psi}C_\phi S_\phi S_\psi)C_\theta \} \\
\gamma_{y\ddot{u}} &= \frac{\ddot{u}(C_\phi S_\psi S_\theta + S_\phi C_\psi)}{mC_\phi C_\theta}
\end{aligned}$$

Appendix B

定理の証明

3.3節において示した定理の証明を記載する.

Proof of Theorem 1 制御入力 $u = D^{-1}(u_0 + u_1)$ は (3.29) および (3.30) により与えられ, 以下の方程式:

$$\begin{aligned}
 \dot{s} &= Ce \\
 &= CAe + CB(I + \Delta D)Du + CB(F + \Delta F - R) \\
 &= CB\Delta Du_0 + CB\Delta F - \frac{k}{2}s \\
 &\quad - \rho CB(I + \Delta D)\text{sgn}(s)
 \end{aligned} \tag{B.1}$$

を得る. 到達条件 (3.28) において \dot{s} を (B.1) により置き換えることにより,

$$z^T \Delta Du_0 + z^T \Delta F - \rho z^T (I + \Delta D)\text{sgn}(s) \leq 0 \tag{B.2}$$

を得る. s と z の各要素の符号は一致するので,

$$\begin{aligned}
 \|z\|_\infty \|\Delta D\|_\infty \|u_0\|_\infty + \|z\|_\infty \|\Delta F\|_\infty \\
 - \rho (\|z\|_1 - \|z\|_\infty \|\Delta D\text{sgn}(s)\|_\infty) \leq 0
 \end{aligned}$$

を満たせば (B.2) を満たす. これを ρ について整理して,

$$\rho \geq \frac{\|\Delta D\|_\infty \|u_0\|_\infty + \|\Delta F\|_\infty}{\|z\|_1 / \|z\|_\infty - \|\Delta D\text{sgn}(s)\|_\infty}$$

を得る. 分子について $\|\Delta D\|_\infty \|u_0\|_\infty + \|\Delta F\|_\infty < \epsilon \|u_0\|_\infty + \delta$ であり, また分母について, $\|z\|_1 / \|z\|_\infty - \|\Delta D\text{sgn}(s)\|_\infty > \|z\|_1 / \|z\|_\infty - \epsilon$ であるので, 到達条件 (3.28) を満たす. よって本定理は証明された. \square

Proof of Corollary 3 境界層 S_μ 中の $\|s\| \leq \mu$ から, $-\mu \leq s_i \leq \mu$ と書き換えられる. 式 (3.25), (3.26) および (3.27) から, 以下の関係を得る:

$$-\mu \leq \omega_i (c_{r_i-1}^i \lambda_i^{r_i-1} e_{r_i}^i + \cdots + c_1^i \lambda_i e_2^i + c_0^i e_1^i) \leq \mu.$$

両辺に $e^{\lambda_i t}/\omega_i$ の乗算を取ることで、

$$-\frac{\mu}{\omega_i} e^{\lambda_i t} \leq \frac{d^{r_i-1}}{dt^{r_i-1}} \left(e^{\lambda_i t} \right) \leq \frac{\mu}{\omega_i} e^{\lambda_i t}$$

が得られる． [33] 中の Theorem 2 と同様の方法で、定理の証明を得る． \square

Proof of Theorem 2 $\rho = 0$ において、

$$\begin{aligned} \dot{s} &= C\dot{e} \\ &= CAe + CB(I + \Delta D)Du + CB(F + \Delta F - R) \\ &= CB\Delta Du_0 + CB\Delta F - \frac{k}{2}s \end{aligned}$$

であるので、 $V = s^T s/2$ として、 \dot{V} は

$$\dot{V} = s^T CB\Delta Du + s^T CB\Delta F - \frac{k}{2}s^T s$$

となる． これを用いて、

$$\bar{u} = u + \frac{k}{2}(CB)^{-1}s = -(CB)^{-1}CAe - F + R$$

として、

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s^T CB\Delta D \left(\bar{u} - \frac{k}{2}(CB)^{-1}s \right) \\ &\quad + s^T CB\Delta F - \frac{k}{2}s^T s \\ &\leq \|s\|_2 \|CB\|_\infty (\|\Delta D\|_\infty \|\bar{u}\|_\infty + \|\Delta F\|_\infty) \\ &\quad + \frac{k}{2} \|s\|_2^2 (\|CB\|_\infty \|(CB)^{-1}\|_\infty \|\Delta D\|_\infty - 1) \end{aligned}$$

を得る． これより、

$$\begin{aligned} &\|CB\|_\infty (\|\Delta D\|_\infty \|\bar{u}\|_\infty + \|\Delta F\|_\infty) \\ &\quad + \frac{k}{2} \|s\|_2 (\|CB\|_\infty \|(CB)^{-1}\|_\infty \|\Delta D\|_\infty - 1) < 0 \end{aligned}$$

であれば $\dot{V} < 0$ を満たし、 $\|s\|_2$ について整理することで、

$$\|s\|_2 > \frac{2 \|CB\|_\infty (\|\Delta D\|_\infty \|\bar{u}\|_\infty + \|\Delta F\|_\infty)}{k \left(1 - \|CB\|_\infty \|(CB)^{-1}\|_\infty \|\Delta D\|_\infty \right)}$$

を得る． 有界な μ が得られれば、 $\|s\|_2 > \mu$ において $\dot{V} < 0$ が得られ、 $\|s\|_2 \leq \mu$ で表される境界層へ到達することがわかる． 系 3 を用いることで、各状態が収束する矩形が得られる． \square

参考文献

- [1] J. C. Maxwell, “On governors,” in *Proceedings of the Royal Society of London*, no. 16, 1867, pp. 270–283.
- [2] H. S. Black, “Stabilized feed-back amplifiers,” *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, vol. 53, no. 1, pp. 114–120, 1934.
- [3] H. Black, “Inventing the negative feedback amplifier,” *IEEE Spectrum*, vol. 14, no. 12, pp. 55–60, 1977.
- [4] A. Isidori, *Nonlinear Control Systems*. Springer, 1997.
- [5] 大塚敏之, 非線形最適制御入門. コロナ社, 2011.
- [6] 木村英紀, ロバスト制御. コロナ社, 1994.
- [7] R. J. P. de Figueiredo and G. Chen, *Nonlinear feedback control systems: an operator theory approach*. San Diego, CA, USA: Academic Press Professional, Inc., 1993.
- [8] M. Deng, A. Inoue, and K. Ishikawa, “Operator-based nonlinear feedback control design using robust right coprime factorization,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 51, no. 4, pp. 645–648, 2006.
- [9] E. Hille and R. Phillips, *Functional analysis and semigroups*. American Mathematical Society, 1957.
- [10] M. Vidyasagar, “Coprime factorizations and stability of multivariable distributed feedback systems,” *SIAM Journal on Control*, vol. 13, no. 6, pp. 1144–1155, 1975.
- [11] G. Zames, “Functional analysis applied to nonlinear feedback systems,” *IEEE Transactions on Circuit Theory*, vol. 10, no. 3, pp. 392–404, 1963.
- [12] C. Desoer and Y.-T. Wang, “Foundations of feedback theory for nonlinear dynamical systems,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 27, no. 2, pp. 104–123, 1980.

- [13] J. Hammer, “Non-linear systems: stability and rationality,” *International Journal of Control*, vol. 40, no. 1, pp. 1–35, 1984.
- [14] ———, “Non-linear systems, stabilization, and coprimeness †,” *International Journal of Control*, vol. 42, no. 1, pp. 1–20, 1985.
- [15] C. Desoer and M. Kabuli, “Right factorization of a class of time-varying nonlinear systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 33, no. 8, pp. 755–757, 1988.
- [16] E. Sontag, “Smooth stabilization implies coprime factorization,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 34, no. 4, pp. 435–443, 1989.
- [17] B. Anderson, M. James, and D. Limebeer, “Robust stabilization of nonlinear systems via normalized coprime factor representations,” *Automatica*, vol. 34, no. 12, pp. 1593 – 1599, 1998.
- [18] L. Baramov and H. Kimura, “Nonlinear coprime factorizations and parametrization of a class of stabilizing controllers,” *International Journal of Control*, vol. 66, no. 3, pp. 413–434, 1997.
- [19] K. Umemoto and M. Deng, “Operator-based non-linear control system design for unstable plants with input saturation,” *International Journal of Control*, vol. 3, no. 4, pp. 297–303, 2011.
- [20] M. Deng and S. Bi, “Operator-based robust nonlinear control system design for mimo nonlinear plants with unknown coupling effects,” *International Journal of Control*, vol. 83, no. 9, pp. 1939–1946, 2010.
- [21] N. Bu and M. Deng, “Isomorphism-based robust right coprime factorization realization for non-linear feedback systems,” *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, vol. 225, no. 6, pp. 760–769, 2011.
- [22] G. Chen and Z. Han, “Robust right coprime factorization and robust stabilization of nonlinear feedback control systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 43, no. 10, pp. 1505–1509, 1998.
- [23] M. Deng, A. Inoue, K. Ishikawa, and Y. Hirashima, “Tracking of perturbed nonlinear plants using robust right coprime factorization approach,” in *Proceedings of the 2004 American Control Conference*, vol. 4, 2004, pp. 3666–3670 vol.4.

- [24] 野波健蔵, スライディングモード制御: 非線形ロバスト制御の設計理論. コロナ社, 1994.
- [25] V. Utkin, J. Guldner, and J. Shi, *Sliding mode control in electromechanical systems*. CRC press, 1999.
- [26] V. Utkin, *Sliding modes in control optimization*. CRC press, 1999.
- [27] Y. Wu, X. Yu, and Z. Man, “Terminal sliding mode control design for uncertain dynamic systems,” *Syst. Control Lett.*, vol. 34, no. 5, pp. 281–287, Jul. 1998.
- [28] M. Rubagotti, A. Estrada, F. Castanos, A. Ferrara, and L. Fridman, “Integral sliding mode control for nonlinear systems with matched and unmatched perturbations,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 56, no. 11, pp. 2699–2704, nov. 2011.
- [29] H. H. Choi, “An lmi-based switching surface design method for a class of mismatched uncertain systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 48, no. 9, pp. 1634–1638, 2003.
- [30] F. Zhou and D. G. Fisher, “Continuous sliding mode control,” *International Journal of Control*, vol. 55, no. 2, pp. 313–327, 1992.
- [31] A. Levant, “Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control,” *International Journal of Control*, vol. 76, no. 9-10, pp. 924–941, 2003.
- [32] ———, “Robust exact differentiation via sliding mode technique,” *Automatica*, vol. 34, no. 3, pp. 379 – 384, 1998.
- [33] W. Bessa, “Some remarks on the boundedness and convergence properties of smooth sliding mode controllers,” *International Journal of Automation and Computing*, vol. 6, no. 2, pp. 154–158, 2009.
- [34] T. Koo and S. Sastry, “Output tracking control design of a helicopter model based on approximate linearization,” in *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control*, vol. 4, 1998, pp. 3635–3640.
- [35] A. Isidori, L. Marconi, and A. Serrani, “Robust nonlinear motion control of a helicopter,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 48, no. 3, pp. 413–426, 2003.
- [36] L. Marconi and R. Naldi, “Robust full degree-of-freedom tracking control of a helicopter,” *Automatica*, vol. 43, no. 11, pp. 1909 – 1920, 2007.

- [37] K. Danapalasingam, J.-J. Leth, A. la Cour-Harbo, and M. Bisgaard, “Robust helicopter stabilization in the face of wind disturbance,” in *Proceedings of the 2010 49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, 2010, pp. 3832–3837.
- [38] D. Iwakura, W. Wang, K. Nonami, and M. Haley, “Movable range-finding sensor system and precise automated landing of quad-rotor mav,” *Journal of System Design and Dynamics*, vol. 5, no. 1, pp. 17–29, 2011.
- [39] V. Mistler, A. Benallegue, and N. M’ Sirdi, “Exact linearization and noninteracting control of a 4 rotors helicopter via dynamic feedback,” in *Proceedings of the 10th IEEE International Workshop on Robot and Human Interactive Communication*, 2001, pp. 586–593.
- [40] R. Zhang, Q. Quan, and K. Y. Cai, “Attitude control of a quadrotor aircraft subject to a class of time-varying disturbances,” *IET Control Theory Applications*, vol. 5, no. 9, pp. 1140–1146, 2011.
- [41] L. E. Munoz, P. Castillo, G. Sanahuja, and O. Santos, “Embedded robust nonlinear control for a four-rotor rotorcraft: Validation in real-time with wind disturbances,” in *Proceedings of the 2011 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 2011, pp. 2682–2687.
- [42] H. Bouadi, S. Simoes Cunha, A. Drouin, and F. Mora-Camino, “Adaptive sliding mode control for quadrotor attitude stabilization and altitude tracking,” in *Proceedings of the IEEE 12th International Symposium on Computational Intelligence and Informatics (CINTI)*, 2011, pp. 449–455.
- [43] D. Cabecinhas, R. Naldi, L. Marconi, C. Silvestre, and R. Cunha, “Robust take-off for a quadrotor vehicle,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 28, no. 3, pp. 734–742, 2012.
- [44] P. Castillo, A. Dzul, and R. Lozano, “Real-time stabilization and tracking of a four-rotor mini rotorcraft,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 12, no. 4, pp. 510–516, 2004.
- [45] S. Rangajeeva and J. Whidborne, “Linear parameter varying control of a quadrotor,” in *Proceedings of the 6th IEEE International Conference on Industrial and Information Systems (ICIIS)*, 2011, pp. 483–488.
- [46] A. Mokhtari and A. Benallegue, “Dynamic feedback controller of euler angles and wind parameters estimation for a quadrotor unmanned aerial vehicle,” in *Proceedings of the*

- 2004 *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol. 3, 2004, pp. 2359–2366 Vol.3.
- [47] X. Gong, Y. Tian, Y. Bai, and C. Zhao, “Trajectory tracking control of a quad-rotor based on active disturbance rejection control,” in *Proceedings of the 2012 IEEE International Conference on Automation and Logistics (ICAL)*, 2012, pp. 254–259.
- [48] G. Raffo, M. Ortega, and F. Rubio, “Backstepping/nonlinear h_∞ control for path tracking of a quadrotor unmanned aerial vehicle,” in *Proceedings of the 2008 American Control Conference*, 2008, pp. 3356–3361.
- [49] F. R. G.V. Raffo, M.G. Ortega, “Robust feedback linearization and gh_∞ controller for a quadrotor unmanned aerial vehicle,” *Automatica*, vol. 46, no. 1, pp. 29–39, 2010.
- [50] T. Raharijaona and F. Bateman, “Robust control for an off-centered quadrotor,” in *Proceedings of the 19th Mediterranean Conference on Control Automation (MED)*, 2011, pp. 1253–1258.
- [51] M. Ranjbaran and K. Khorasani, “Generalized fault recovery of an under-actuated quadrotor aerial vehicle,” in *Proceedings of the 2012 American Control Conference*, 2012, pp. 2515–2520.
- [52] K. Umemoto and M. Deng, “Operator-based non-linear control system design for unstable plants with input saturation,” *International Journal of Advanced Mechatronic Systems (accepted)*.
- [53] M. Deng, A. Inoue, and K. Umemoto, “Operator based nonlinear control of processes with unknown input disturbances,” in *Proceedings of the International Conference on Networking, Sensing and Control*, 2009, pp. 752–755.
- [54] M. Zhihong and M. Palaniswami, “Robust tracking control for rigid robotic manipulators,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 39, no. 1, pp. 154–159, 1994.
- [55] H. Elmali and N. Olgac, “Robust output tracking control of nonlinear {MIMO} systems via sliding mode technique,” *Automatica*, vol. 28, no. 1, pp. 145 – 151, 1992.

業績一覧

論文誌

- [1] 梅本和希, 池田拓也, 松野文俊, "スライディングモード制御によるマルチロータ型 UAV のロバスト追従制御," 計測自動制御学会論文集, (印刷中)
- [2] Kazuki Umemoto, Mingcong Deng and Fumitoshi Matsuno, "Tracking Control and Error Analysis for Nonlinear Plants using Robust Right Coprime Factorization," *International Journal of Advanced Mechatronic Systems* (in press)
- [3] Kazuki Umemoto and Mingcong Deng, "Operator-based Non-linear Control System Design for Unstable Plants with Input Saturation," *International Journal of Advanced Mechatronic Systems*, Vol. 3, No. 4, pp. 297-303, (2011)

国際会議

- [1] Kazuki Umemoto, Fumitoshi Matsuno and Mingcong Deng, "Control System Design for Nonlinear Plants based on Generalized H. S. Black Formula using Robust Right Coprime Factorization," in *Proc. of the 2012 International Conference on Advanced Mechatronic Systems*, pp. 24-29, (2012)
- [2] Kazuki Umemoto and Mingcong Deng, "Nonlinear Control System Design for Unstable Plants with Input Saturation using Robust Right Coprime Factorization," in *Proc. of the 2010 International Conference on Modelling, Identification and Control*, pp. 310-315, (2010)
- [3] Mingcong Deng, Akira Inoue and Kazuki Umemoto, "Operator Based Nonlinear Control of Processes with Unknown Input Disturbances," in *Proc. of the 2009 IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control*, pp.752-755, (2009)
- [4] Mingcong Deng, Akira Inoue and Kazuki Umemoto, "Analysis and Experimental Study on Networked Nonlinear Controller Design for a Water Level Process Experimental Process," in *Proc. of the 2008 IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control*, pp. 22-25, (2008)
- [5] Kazuki Umemoto, Mingcong Deng and Akira Inoue, "Model Following Control Experiment of a Tank Process," UK Postgraduate Workshop on Human Adaptive Mechatronics (HAM), (2008)

国内会議

-
- [1] 梅本和希, 松野文俊, Mingcong Deng, ”不確かさを含む非線形系に対するロバスト右既約分解を用いた制御系設計,” SICE 第12回制御部門大会, (2012)
- [2] 梅本和希, Mingcong Deng, 井上昭, ”ロバスト右規約分解を用いた入力飽和特性を有する不安定な非線形系に対する制御系設計,” 第19回計測自動制御学会中国支部学術講演会, (2009)
- [3] 梅本和希, Mingcong Deng, 井上昭, ”オペレータ理論に基づくアクチュエータにおける入力外乱をもつプロセス系の非線形制御,” 日本機械学会中国四国支部・九州支部合同企画岡山講演会論文集, No. 085-2, pp. 101-102, (2008)
- [4] 篠原祐紀, Mingcong Deng, 井上昭, 梅本和希, ”アルミ板温度制御装置における多入出力制御系設計,” 第17回計測自動制御学会中国支部講演会論文集, pp. 230-231, (2008)
- [5] 梅本和希, Mingcong Deng, 井上昭, ”オペレータ理論に基づくプロセス実験装置のネットワーク制御系設計,” 第16回計測自動制御学会中国支部講演会論文集, pp. 52-23, (2007)

謝辞

本研究を遂行するにあたり、長きに渡り適切な御指導と御助言を頂きました京都大学工学研究科松野文俊教授，福島宏明講師，根和幸助教に心より感謝申し上げます。本論文の執筆に当たって様々な御意見，御助言を頂きました，京都大学工学研究科榎木哲夫教授，藤本健治教授，東京農工大学工学部電気電子工学科Mingcong Deng教授に深く感謝致します。また，本論文においての実験にご協力を頂いた池田拓也君に感謝致します。最後に，議論や実験をはじめとする様々なご協力を頂いたメカトロニクス研究室の皆様へ感謝致します。