森林計画に関する研究

——多目的計画法の応用について——

松下　幸司

Model of Forestry Planning Problem

——An Application of Multiple Objective Programming Approach——

Koji MATSUSHITA

要　　旨

従来，森林計画に関し線型計画法に基づく方法が提案されてきた。森林にかかわる様々な条件を線型制約式で表現し，計画期間総収穫の最大化などの目的関数の最大化を図るものであった。線型計画は樹立後，直ちに感度分析を行うことによって計画立案の基礎条件の変化の影響を論じてきた。

しかしながら，今日，森林に関する目的関数は単なる収穫最大以外に，考えるべきことが出てきている。このような場合には多目的計画法の導入が重要である。海外ではすでに応用例が見られる。

こうした多目的計画法を導入する際にはその計画のための手続きに十分注意を払うことが重要である。従来の線型計画法を始めとする計画手法は多量のデータに依存する。多目的計画法の解法は大きく２つに分けることができる。第１は，諸目的間のトレード・オフを何等かの形で計測していく方向である。これは効用理論とも呼ばれる。第２は，直後トレード・オフを計測することなく陰に存在する効用を最大にするような解を見いだす方向である。森林計画においては後者の方向が望ましい。計算機を用いた対話型解法の導入が利点が多いと考えられる。なぜならば，森林に関する諸効用または森林にかかわる様々な投入・産出関係はまだ十分解明されていないばかりか，こうしたデータの収集には多大な時間と費用を必要とするからである。対話型解法のなかでも対話型満足化法が有力な方法ではないかと考えられる。

こうした対話型計算法とセットになった多目的計画法の導入の利点は次の通りである。

①複数の目的を予め設定することにより，諸目的間のトレード・オフ関係を明確にすることができる。

②計算は制約条件による有効域の決定と，有効域の中でより望ましい方向の確定に分けることができる。森林計画において，特別な最適点ただ１つを見いだすことの利益は小さい。

③有効域の中でパレート最適解決定の際には，計測できない要素を計画に考慮するすることができる。森林に関しては，費用を考慮すると全域を等しいウエイトで調査することができないデータが多く，これらのデータの中には計画作成に当り無視できない条件も少なくない。

④有効域の中での解決定は自動決定ではない。従来，計画システムは一定のデータを与えると後

は計算機が最後まで計算し尽くしてしまうケースが多いが，こうしたシステムは計画の実行者には受け入れられない場合が多い。結果的には計算機の解と等しくなる場合もあり得るが，計画作成に関係者が直接加わることが実行可能性の上から重要である。

1．はじめに

これまでの森林計画の数理的研究は線型計画法を基礎とする確定論的方法と減反率法[1]に代表される確率論的方法とに分けることができる。単純な線型計画法の応用は鈴木[1]，南雲[2)3)] らによって研究が進められた。その後，線型計画法の特殊ケースとして整数計画法の応用が南雲[4]，木平[5]，黒川[6]によって示された。これらの線型計画の目的関数は通常ただ１つで，計画期間中の総伐採材積の最大化等が取り上げられてきた。

木平[5]は０－１計画法を小班別収穫予定の問題に応用し，Balas[7]の加速列挙法にさらに陰的列挙の際の暗黙の列挙を増やしたＦＯＡと呼ばれる解法を提案した。この研究の動機の１つに「収穫計画と林道計画の齟齬」をあげている。自ら開発したＦＯＡを用いて，林道条件を組み込んだ収穫予定を具体的に示した。さて，その際，林道は与件として登場してくるが，林道計画自体がある程度は森林の現況に関連するのではないだろうか。つまり，収穫予定を与件とした林道計画も可能ではないかと考えられる。木平のモデルを用いると，例えば次のような方法が可能である。まず，複数の林道計画案をもとに収穫予定を行い，次に，各林道計画案の予算（あるいは何らかの評価尺度）の組合せを考え，大局的な見地から良否を判断する。これと関連し，木平はＦＯＡの具体的運用を通じて次の結論を得ている。それは，「０－１計画の制約条件として伐期齢，林道計画，林分相互の配置を追加することにより林分個別の事情は満足される反面，目的関数である総収穫量は減少した。全体としての最適化と個々の要求とは一致しないことが示された」[5]，という点である。これは，林道計画等の条件と総収穫のトレードオフ（Trade-off）を示しており，興味深い考察である。木平はこの点をシミュレーションとして示すことに成功している。ここで木平が行ったことは，線型計画法の感度分析（Sensitivity analysis）に相当する。線型計画法は定式化して解くだけでなく，その後の感度分析が重要である。一般に，こうした感度分析は線型モデル定式化の最終的な決定が行われる以前にも用いられることが多いが，基本的には最適化後の手順（Post-optimization procedure）である[8]。しかし，こうした感度分析が必要なのは，重要な目的関数（評価尺度）が複数であるにもかかわらず単一目的線型計画として定式化することによって発生する。始めから林道計画と収穫計画を同時的に扱うことを考えればよい。具体的には，目的関数として，２つの計画の評価尺度それぞれの最適化を設定し，２つの評価尺度のトレードオフ曲線（Trade-off curve）を計算する。多目的計画法とはこういう考え方によって単一目的計画法が発展した計画法である。

2．多目的計画法

多目的問題（Multiobjective Problem，問題ＭＯＰ）の考え方と必要な諸定義について述べる。従来は感度分析として行ってきた変数間のトレード・オフが存在するような場合を直接に分析しようとするのが多目的問題である。林道の費用を最小にし，かつ計画期間中の総収穫を最大にする問題などを例としてあげることができる。また，林業経済分野で多目的問題の典型は森林の木材生産機能とその他の機能のトレード・オフ問題である。この例ではまったく同じ一つの森林に対して２つの目的関数を設定することになるが，多目的問題は必ずしもこのような形式を取

る必要はない。以下，森林の木材生産機能（第1財）とその他の機能（第2財）のトレード・オフを例に多目的問題の考え方を述べていくことにしよう。森林の木材生産機能とその他の機能についてはこれまで図1のような無差別曲線が議論されてきた[9]。

曲線 AB および縦軸・横軸で囲まれる部分は生産可能性集合と呼ばれる。今，C 点を取り上げると，生産可能性集合の中で C 点からみて東北方向の点は，C 点に比べて2財ともより多く生産できる点である。このように考えていくと，この曲線 AB は，もはやこれ以上2財とも拡大できるような点が存在しない組合せの集合と考えられる。この曲線は生産可能性フロンティアと呼ばれる。この曲線は，その1階および2階の微分係数が負である。すなわち，上に凸な，そして相互に代替的な関係にある。曲線 U^1～U^3 は無差別曲線 (Indifference curve) と呼ばれ，各曲線上の点は何らかの効用関数のもとで等しい効用をもたらす点の集合である。そして，この効用曲線は，東北方向の曲線ほど効用をもたらす。なぜならば，D・E の2点を比較した時，E 点は D 点の東北方向にあり2財ともより多いのであるから効用は高くなるといえる。そして，生産可能性集合内で最も高い効用にあるのは，E 点である。効用曲線が連続的であることを考えれば，このような最適点は生産可能性フロンティア上にあることは明らかである。そして，この最適点では両曲線の勾配は等しくなっている。本研究では，線型計画の応用を考えるものであり，図2のような凸多角形を考えても議論に本質的な差はない。より一般的に議論するために，代替関係ではないような部分（区間ＡＢおよび区間ＤＥのような右上がりのフロンティア）も加えておく。

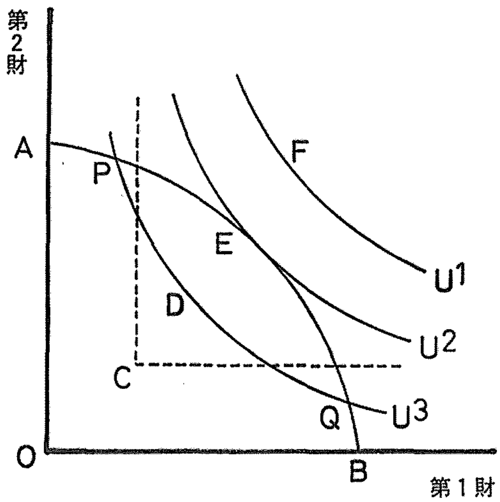

図1　トレード・オフ曲線と無差別曲線

このような議論をするには重要な前提がある。それは，順序に関する定義である。従来の1目的問題は次のように定式化される。

$$\max\ f(x)$$

$$\text{s.t. } g_i(x) \leqq a_i \quad (i=1,\cdots,m)$$

第1式は目的関数，第2式は制約式と呼ばれる。目的関数が一つであるということは，1目的モデルでは価格・材積などの単一指標に換算した後に評価を行うことを示している。そして，このような1次元の数値の大小は不等号で表現することが可能である。しかし，多次元な評価指標を有する場合は，これから述べるようなやや複雑な定義を必要とする。単一指標に還元できるのであれば（不等号のみで表現できるのであれば），従来の単一目的線型計画で十分である。ここでは，あくまでも指標を単一

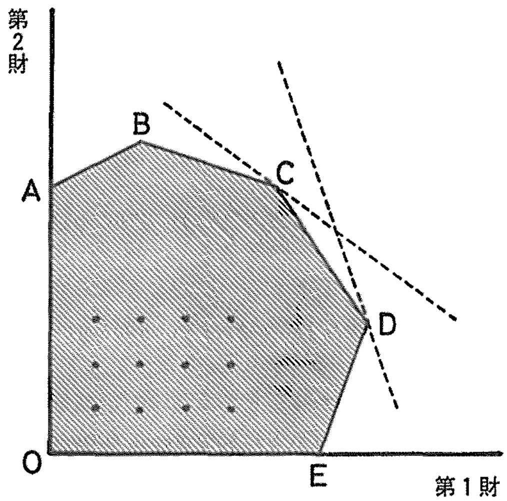

図2　凸多角形で表示される生産可能性集合

の指標に直接に変換できないような，あるいはそれが一様ではないようなケースが扱われる。すなわち，多目的問題は一般的に次のような形式をとる。

$$\max\ (f_1(x), \cdots, f_n(x))$$
$$\text{s.t. } g_i(x) \leqq a_i\ (i=1, \cdots, m)$$

第１式は目的関数であり，第２式は制約式である。制約式はより一般的に集合であってもよい。通常の単一目的の最適計画との違いは目的関数が複数存在する（この例では $f_1(x), \cdots\cdots, f_n(x)$ の n 個）ことである。次のような簡単な数値例をあげておく。

$$\max\ f(x_1,\ x_2) = x_1 + x_2$$
$$\max\ g(x_1,\ x_2) = x_1 + 5x_2$$
$$\text{s.t. } 3x_1 + 2x_2 \leqq 24$$
$$x_1 + 2x_2 \leqq 16$$
$$x_1 \geqq 0$$
$$x_2 \geqq 0$$

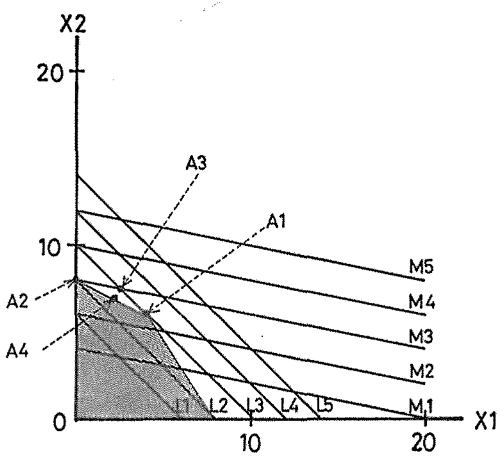

図３　多目的線型計画の図解

多目的問題では，この例で取り上げたような線型問題(多目的線型計画)を扱うことが多い。制約式の示す集合は図３のＤ（斜線部）である。目的関数 $f(x_1,\ x_2)$ に関する無差別曲線は $L_1,\ L_2, \cdots, L_5$ で示される(添字の大きいほど関数値は大きくなる)。同様に，目的関数 $g(x_1, x_2)$ に関する無差別曲線は $M_1, M_2, \cdots, M_5$ で示される。今，$f(x_1, x_2)$ のみが目的関数とすると図中の A_1 点が最適であり，このときの $f(x_1, x_2)$ の水準は L_3 となる。なお，このときの $g(x_1, x_2)$ の水準は M_2 と M_3 の間である。逆に，$g(x_1, x_2)$ のみを目的関数とすると A_2 点が最適となり，最適点での $g(x_1, x_2)$ の水準は M_3，$f(x_1, x_2)$ の水準は L_2 となる。それでは，両方の目的関数を最大にするような点はどこになるのであろうか。一方の目的関数のみを用いて定まるそれぞれの最適水準，L_3・M_3 の組合せである A_3 点は制約条件Ｄの中には入っていない（このような点を完全最適点という)。もし，完全最適点が制約条件Ｄの中にあれば問題は生じない。しかしながら，この例題のような凸集合を制約条件として複数の目的を定めると，一目的ごとに算出された最適点の単純な組合せは必ずしも制約条件には含まれないことが容易に理解される。この例題では両方の目的関数をほどほどに高めるような点 A_4 が A_3 のすぐそばにあるが，これもまた常にそうであるとは限らないのである。一目的ごとに定められる最適点が，何等かの意味で複数目的に拡大された際に得られる最適点とは大きく離れることも少なくないのである。多目的問題とはこのような場合を取り扱う議論である。

こうした問題を扱う上での順序の定義を述べる[10]。評価関数が１つということは制約条件下にあるすべての点を評価関数によって定められる数直線の上の１点に投影できることを意味する。そして，その大小は一意的に定めることができる。今度は評価関数が２つの場合を例に考えてみよう。再び図２を参照されたい。便宜的に，整数座標をとる格子点のみ考えることにする。座標

（m，n）の点をA_{mn}のように示すことにする。A_{22}とA_{33}を比較すると，A_{33}のほうがA_{22}より２つの評価軸ともに優れており，

$$A_{22} < A_{33}$$

なる順序を考えることができる。しかし，A_{23}とA_{32}の優劣関係はどうであろうか。この２つの点については評価軸の取り方次第で順序が逆転してしまう。このような場合は後に述べる。今述べたことを一般的に記すと，以下のようになる（当面は２変数のケースを取り上げるが，変数の数が増えても議論の本質は変わらない）。２つのベクトル $\mathbf{x}=(x_1, \cdots, x_n)$，$\mathbf{y}=(y_1, \cdots, y_n)$ について，

$$\mathbf{x} \geqq \mathbf{y} \longleftrightarrow x_i \geqq y_i \quad i=1, \cdots, n$$
$$\mathbf{x} \geq \mathbf{y} \longleftrightarrow x_i \geqq y_i \quad \text{かつ} \quad \mathbf{x} \neq \mathbf{y} \quad i=1, \cdots, n$$
$$\mathbf{x} > \mathbf{y} \longleftrightarrow x_i > y_i \quad i=1, \cdots, n$$

と定義する。最初の２つの違いは $\mathbf{x}=\mathbf{y}$ を含むか否かであるが，この２つの差は大きいことをこれから述べる。上の式は $\mathbf{z}=\mathbf{x}-\mathbf{y}$ と変換すると，

$$\mathbf{z} \geqq \mathbf{o} \longleftrightarrow z_i \geqq 0 \quad i=1, \cdots, n$$
$$\mathbf{z} \geq \mathbf{o} \longleftrightarrow z_i \geq 0 \quad \text{かつ} \quad \mathbf{z} \neq \mathbf{o} \quad i=1, \cdots, n$$
$$\mathbf{z} > \mathbf{o} \longleftrightarrow z_i > 0 \quad i=1, \cdots, n$$

となる。ここで，$\mathbf{o}$ はゼロベクトルである。

複数目的が設定される多目的問題では，先の例（A_{23}とA_{32}の優劣）のように上で定義したベクトル順序では順序付けが困難な場合が多く，以下に述べるパレート最適（Pareto optimality）の概念が用いられる。A_{ij}とA_{mn}の比較を論ずるにあたって，

$$i \geqq m$$
$$j \geqq n$$

が常に成立するのであればこうした議論は不要である。第１章で述べたように，計画の様々な目的はトレード・オフの関係にあり，通常の順序の枠内では処理することができない。パレート最適とは，どの目的関数値をも少なくとも減少させないような点として定義される。ここで，「少なくとも」と述べた点に注意が必要である。図１で原点をもとにパレート最適な点を考えるとそれは曲線 AB に他ならない。パレート最適は，経済学では通常，ボックス・ダイアグラムを用いて議論される。

図４は２人の個人が２財を分配する場合の例である。下の原点が個人１に関する原点で，下に凹な曲線群が個人１の効用の無差別曲線である。これは東北方向ほど高い効用を個人１にもたらす。同様に右上の原点は個人２に関する原点で，図中の上に凸な曲線群（右上の原点をもとに考えれば個人１の場合同様に下に凸となる）が個人２の効用の無差別曲線である。今度は，南西方向の曲線ほど高い効用を２にもたらす。例えば，A_2という点を考えると，ここは個人１が第１財を x_1，第２財を y_1 所有しており（この数値は個人１の座標軸で示される），個人２は第１財を x_2，第２財を y_2 所有する（この数値は個人２の座標軸で表示される）。ここで，x_1+x_2 は２人が持つ第１財の総量であり，ボックスの横の長さで示される。同様に第２財の総量は y_1+y_2 であり，これはボックスの縦の長さに相当する。いま，この A_2 点を初期配分点とする。この初期配分点を通過する無差別曲線は U_1^2 および U_2^2 である。無差別曲線の添字については下の添字が個人番号を，上の添字が効用水準（図中に引いた無差別曲線について便宜的に効用水準の低いものから高いものへ番号をつけた，本来は連続的なものであり順番をつけるのは困難である）を示す。図の斜線で表示した部分が初期配分点 A_2 に対してパレート最適な部分である。なぜならば，斜線部の中の任意の点（例えばＢ点）を通過する無差別曲線の効用水準は２人とも現状の

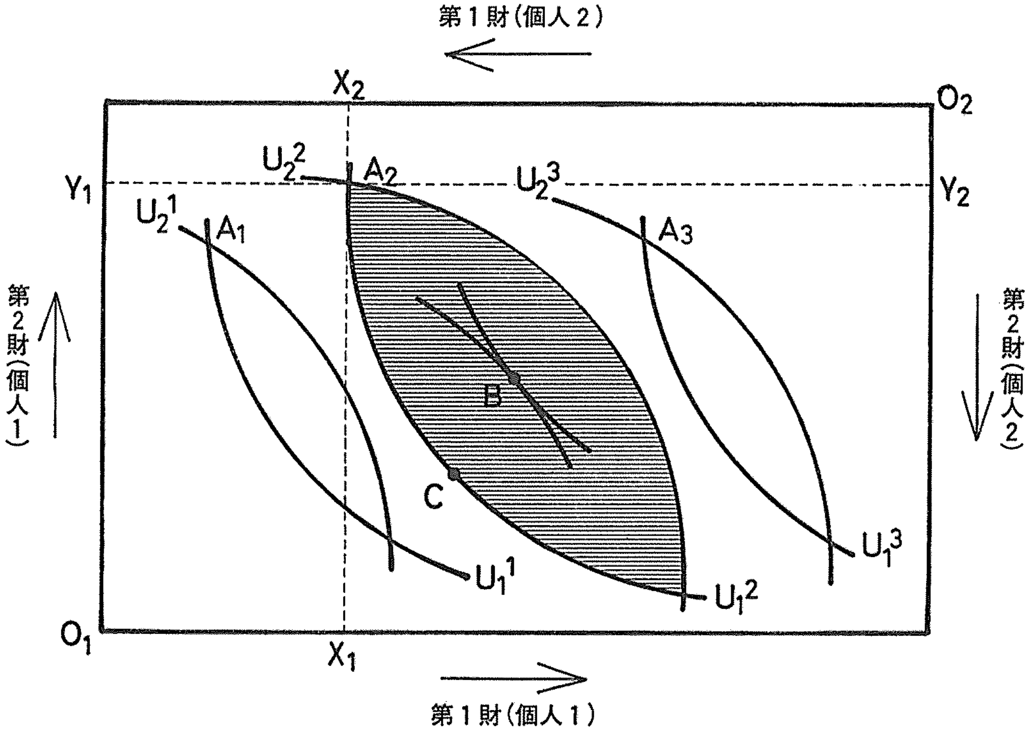

図4　ボックス・ダイアグラム

U_1^2 および U_2^2 より高いレベルにあるからである。また，パレート最適には現状の U_1^2 および U_2^2 も含む。U_1^2 上の点で斜線部の境界部分に属し，かつ初期点ではないような点を考える（例えばC点)。この点の効用は個人1にとっては初期配分点と等しいが，個人2にとっては増大する。つまり，2人とも効用を減ずることなく総効用を高めるような点であり，パレート最適な点の一つである。しかし，このような決定は場合によっては個人1にとって不利なものとなる。特に，初期点における不公平があってもこのような最適基準ではそれはまったく考慮されない。例えば A_1 なる初期配分点を考えると，この点は先に取り上げた A_2 点の南西方向に位置しており，個人1にとって第1財・第2財ともに所有量が減ずる。この初期点から出発したパレート最適解の個人1の効用水準はすべて A_2 を初期配分点とした場合より低くなっている（A_1 を通るレンズ型のパレート最適解はすべて効用曲線 U_1^2 より南西方向に位置している）。極端なケースとしてはどちらかの原点に近い初期配分について上と同様のことを考えてみればよい。この例からも明らかなように，「パレート最適という概念は，弱い，非限定的な概念であって，また，最適性ということとはまったく無縁」[11] といえよう。パレート最適点はこの例のように1つの点ではなく，集合で与えられる。従って，多目的問題は，このパレート最適点（解集合）を定める問題と，この解集合の中から何等かの基準によって一つの解を選択する（その解を選好解という）問題とに分けることができる。瀬尾[12]は前者を客観的・解析的側面，後者を主観的・判断的側面と呼んでいる。数理計画学は，従来，何等かの基準による最適解の導出のみを課題としてきたが，この計画法においては解の集合を導出する点が特徴的である。

多目的計画法で用いるパレート最適も基本的にこの経済学で用いるそれと同じである。ただ，次の点が異なる。上で述べたように，パレート最適は初期の配分を改善することはなく，このた

め分配面からの批判が絶えない。多目的計画法では「適正非劣位性」[13] という考え方を用いる。これは，「パレート最適のなかでも，ある目的における利得の増大が，他の目的における損失の増大にくらべて，相対的にいくらでも大きくなることができるようなケース」[12] をあらかじめ排除するというものである。先に示した図では第1象限全体を定義域として扱ったが，これに関連してパレートのいう有効域の考え方に注意を払う必要がある。辻村[14] の議論をもとに検討を進める。パレート[15] はもともと図5のようなものを想定していた（パレートはこの議論をパンと水を例に説明した)。

ここで大切なのは，最低必要量に基づく下限（辻村は「必需曲線」と呼んでいる）と飽和量に基づく上限（同・「飽和曲線」）の存在である。2財のそれぞれにおいてこのような上限・下限を定めることができれば，それによって囲まれる部分が有効域と呼ばれる定義域となる。このような曲線は，2財の性質によって様々な形に設定できる [14]。パレート最適を用いた解集合の設定にあってはこのような定義域の設定と，先に述べた極端な配分を排除することが前提となる。

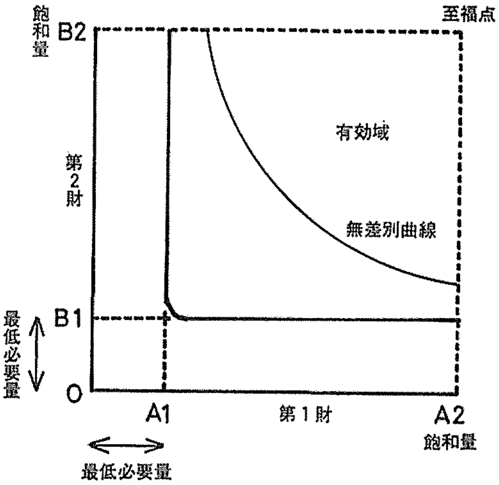

図5　パレートの無差別曲線有効域
（出典）辻村[14] 第26図より一部を省略したものである。

3. 多目的計画法の森林計画への応用

多目的計画法の応用事例には海外で多数の研究が見られる。ここでは第2章で述べた多目的法の具体的な導入例を検討する。

(1) Steuer & Schuler の研究[16]

この研究は多目的線型計画（Multiple-objective linear programming, MOLP）の林業経営モデルへの応用である。森林資源の利用にはいくつかの側面があるがそれらに対し何等かのウエイト付けをするのは難しく，Steuer らは多目的計画の一つである多目的線型計画を導入することを提案している。分析例として，Missouri 州の Mark Twain 国有林の一部 (Swan Creek Subunit, 10,522 エーカー) が用いられている。この地区における複数の目的関数とその水準，そして優先順位は表1の通りである。以下，本項で用いる記号はすべて原論文に従う。

表1　Swan Creek Subunit の目的関数

課　　題	水　　準	順位
1. 木 材 生 産	$Z_1 \geqq 30{,}540\ \mathrm{m}^3$	4
2. レクリェーション	$Z_2 \geqq 20{,}000$ 人日	1
3. 狩　猟（森林）	$Z_3 \geqq 30{,}000$ 人日	2
4. 狩　猟（平野）	$Z_4 \geqq 2{,}000$ 人日	3
5. 放　　　牧	$Z_5 \geqq 2{,}000$ A.U.M.*	5

出典） Steuer & Schuler, Table-1. より引用した。
注：1 A.U.M. (Animal unit month) は家畜1頭当たりの1カ月分の飼料の量をさす。

経営地（Management options）は31区分されている。各区分の面積

$$X_i \qquad i=1, \cdots, 31$$

がこの計画問題では変数となる。線型計画の目的関数の係数

C_{ij}　　　$i=1, \cdots, 5$　：課題番号

　　　　　　$j=1, \cdots, 31$　：経営区画番号

及び，制約条件の係数

A_{ij}　　　$i=1, \cdots, 13$　：制約条件番号

　　　　　　$j=1, \cdots, 31$　：経営区画番号

が与えられている。各制約条件の上限は

b_i　　　$i=1, \cdots, 13$

で与えられる。以上の条件で多目的問題の目的関数は

$$\max \sum_{j=1}^{31} C_{1j}X_j = Z_1$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\max \sum_{j=1}^{31} C_{5j}X_j = Z_5$$

のように定められ，制約条件は

$$AX \leqq b$$
$$X \geqq 0$$

となる。

Steuer & Schuler はこの MOLP 以外に目標計画法による定式化も試みている。しかし，諸目標のウエイト付けの際に以下のような問題点があったとしている。①レクリェーションなど市場価格をそのまま用いるのは適当ではない。②目標間のスケールの違いをどう換算するか。③計画チームは諸目標間の優先順位付けを望まない。④トレード・オフ比推定の根拠がない。⑤森林では結合生産を無視できない。このような問題があったため目標計画法による解は十分望ましい状態ではなく，森林計画者のもつ考えとは異なるウェイトのもとで，望ましい状態が実現することが明らかになった。こうした問題はトレード・オフをあらかじめ取り入れている MOLP では説明可能である。さらにファジイ（Fuzzy）理論の森林計画への応用について，目標計画法同様の問題点があるとして否定的見解を示している。ファジイ計画法の導入については別な機会に議論することにしたい。

計算のためのアルゴリズムに関連して，次のような性質を持つことを検討している。①意思決定者はウェイトを特定化する必要はない。②意思決定者には数学的な知識を要求しない。③計算の各段階では少数の解候補を 意思決定者 に 指示する。④１－２週間のターンアラウンドタイム（Turnaroud time）を考慮する。⑤計画は固定した回数で収束する。⑥誤りを修正するような能力を持たせる。こうした点に考慮したアルゴリズムを提示した。

(2)　Hallefjord, Jörnsten & Eriksson の研究[17]

森林計画の目標は短期的な面ばかりか長期的な面も重要である。その際，とくに異った目標が設定されることが多いが，この目標は必ずしも整合的なものではない。こうした問題にＭＯＰを援用することを提案している。分析に際しては，スウェーデン中部のある国有林（50,000ha 以上）のデータが用いられている。以下，用いる記号は原論文に従う。

森林はｎ種（分析事例では61種）の樹種を有し，樹種ごとに定まる異なった数だけの取扱方法があるものとする。樹種ｉ，取扱方法 ｊ の森林面積を x_{ij} とする。計画期間をＰ期（分析事例は35年計画なので，７期）とする。第 ｐ 期に樹種ｉ取扱方法ｊの森林を主伐するか否かを s_{pij}（伐採するなら１，伐採しないのであれば０を取る）で示す。各分期には最大伐採量が与えられる。すなわち，

$$\sum_i \sum_j s_{pij} x_{ij} \leqq s_p \qquad p=1, \cdots, P$$

である。同様に各分期には最低伐採量について次式が与えられる。

$$\sum_i \sum_j h_{pij} x_{ij} \geqq h_p \qquad p=1, \cdots, P$$

これらの条件は強く固定的なものであり計画における制約条件となる。そして，以下弱い条件として様々な因子に関する最大化あるいは最小化を目的関数として組み込んでいく。このモデルでは以下の6つの目的関数を設定している。

① $\min_x \max_{p=1,\cdots,P} \{\sum_i \sum_j (t_{pij} - t_{(p+1)ij})\ x_{ij}\}$

分期収穫量（丸太材積）の変化の最大値の最小化

② $\min_x \max_{p=1,\cdots,P,} \{\sum_i \sum_j (h_{pij} - h_{(p+1)ij})\ x_{ij}\}$

分期収穫量（立木材積）の変化の最大値の最小化

③ $\max_x \sum_i \sum_j t_{1ij} x_{ij}$

第1分期の丸太材積の最大化

④ $\min_x \sum_i \sum_j g_{pij} x_{ij} \qquad p=1, \cdots, P$

分期ごとの施肥の最小化

⑤ $\max_x \sum_i \sum_j \sum_p t_{pij} x_{ij}$

計画期間全体における立木材積の最大化

⑥ $\min_x \sum_i \sum_j r_{pij} x_{ij} \qquad p=1, \cdots, P$

分期ごとの間伐面積の最小化

4. 多目的問題の解法

パレート最適となる解集合の計算方法はこれまでいくつかの考え方が提案されてきた。計算によって求める方法と計算機との対話による解の探索とに大きくわけられる。計算によって求める方法には，①重みづけ法，②ラグランジュ制約法，③ε制約法がある[12]。また，計算機との対話方式には，Geoffrione Dyer-Feinberg の方法，SWT 法 (Surrogate Worth Trade-off)，対話型座標軸方向探索法などが開発されてきた[10]。

多目的問題は，

$$\max\ (f_1(x), \cdots, f_n(x))$$
$$\text{s.t.}\ g_i(x) \leqq a_i\ (i=1, \cdots, m)$$

のように定式化される（MOP1 と呼ぶ)。第2章で述べたように多目的問題は，パレート最適解（解集合）を求める問題と求められた集合の中から特定の1つの解を選択する問題の2つに分けることができる。後者の選択の問題を考慮すると，

$$\max\ U(f_1(x), \cdots, f_n(x))$$
$$\text{s.t.}\ g_i(x) \leqq a_i\ (i=1, \cdots, m)$$

のように定式化することが可能である（MOP 2 と呼ぶ)。ここでUは効用関数である。効用関数の問題は別な機会に議論することにして，本論文では MOP 1 の問題を解くことを考えてみよう。容易に想像されるように，複数の目的を何等かの方法によって単純化しなければならない。
すなわち，

$$f_1(x), \cdots, f_n(x) \rightarrow g(f_1(x), \cdots, f_n(x))$$

なる関数を考えることになる。これをスカラー化関数（Scalarization function）という。図3を再び取り上げる。目的関数のみ再掲すると，

$$\max\ f(x_1,\ x_2)=x_1+x_2$$

$$\max\ g(x_1,\ x_2)=x_1+5x_2$$

となる。スカラー化関数の最も簡単な例は，算術平均（加法）である。つまり，

$$\max\ f(x_1,\ x_2)+g(x_1,\ x_2)$$

を考えることである。このように単純和を考えると，どちらか一方が大きな値を取るときには，その評価関数に全体が左右されてしまい，より一般的に何等かの加重を考えることが多い。例えば，

$$\max\ 2\cdot f(x_1,\ x_2)+3\cdot g(x_1,\ x_2)$$

である。一般的に，

$$f_1(x),\ \cdots,\ f_n(x)\rightarrow \sum_{i=1}^{n} w_i\cdot f_i(x)$$

のようなスカラー化関数を考える。これは，スカラー化関数の最もよく知られた方法である。様々な所与のウェイトに対し，最適な点を導出できる。そして，

$$\sum_{i=1}^{n} w_i=1$$

なる条件を維持しながら全てのウェイトに対し最適な点を求めれば，パレート最適な解集合を求めることができる。これをパラメトリック法という。図6は目的関数 f_1 と f_2 のトレード・オフを示したものである。斜線部の曲線部分がパレート最適点である。しかし，関数 f_1 と f_2 の線型加重和（直線）を様々に変化させても凹の部分（パレート最適点）が欠落してしまう。この点に注意が必要である。このような見いだされない解を「双対性ギャップ」という。計算によって求める方法は，基本的にはこの重み付け法の変形といえる[12]。

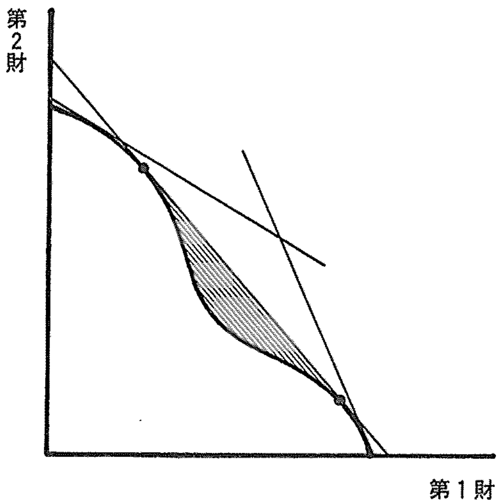

図6　双対性ギャップ
（出典）瀬尾[12]図1－2に一部加筆した。

次に，計算機との対話によって解を見いだしていく方法について述べていこう。これは一言でいえば，効用曲線自体は論ずることなく効用曲線を推定するために限界代替率を機械との対話によって明らかにしていく方法である。もっとも，ある条件下でなんらかの変数の限界代替率を直接計画作成者に問うても容易に答えることはできない。限界代替率は微分の概念であり，「微分に相当する極限操作は人間の判断能力を越えたものであり，実際に意思決定者が限界代替率として答えているのは，大まかな差分近似」[10]である。このことから直接限界代替率を問うのではなく次のように限界代替率とトレード・オフ比の大小関係を問うＳＷＴ法がよく知られている。再び図1を見られたい。Ｐ点では限界代替率のほうがトレード・オフ比より小さく，Ｅ点ではその逆，そしてＱ点では等しい。システムはＰ・Ｅ・Ｑの3点について2つの傾きの符号を答えてもらうことになる。つまり，第1財1単位犠牲にして得られる第2財の度合いが，自分の効用から見た場合，それより上回っているか（＋），同じか（±），下回っているか（－）を答えれば良く，いくつかの質問の答えから効用曲線の形状が決まってくることになる。さらにこの対話過程の中で，回答者の答えに基づくトレー

ド・オフ曲線を示しながら質疑応答を続ける対話型座標軸探索法も発表されている[10]。

5. 多目的システム導入の利点

最後に，森林計画に多目的計画法を導入する利点をまとめておくと，以下の4点をあげることができる。

第1は，この計画法の基本的特徴であるが，目的関数が予め複数存在することである。森林計画の目標（評価基準）は複数存在する場合が多いが，単一目的計画では感度分析に委ねなければならない。目的が2つないしは少数であれば感度分析は有用であるが，数が増えるに従って，考えなければならない組合せは増大していく。完全最適解が存在するような場合には，こうした計画自体立てる利益がないといえる。従って，様々な解及びトレード・オフ曲線が提出されることになるが，その段階で計画者はどのように決断したら良いのであろうか。このような互いに競合し合う目的の調整こそが計画の重要な部分といえる。このトレード・オフを計画作成の過程に組み込んで行くことにより最後に解（集合）に到達できる点が多目的計画法の利点である。

第2は，様々な条件によって客観的側面を決定し得られる有効域は森林計画を立てる上で重要な前提である。さらに主観的側面でのパレート最適解は最適という名は付いているものの極値ではない。この解は一般に，集合で与えられる点に注目すべきである。従来の単一目的計画法では何等かの基準からのみ見た変量の最大化が計られる結果，その最適点は確かに定義域の中の最大点かも知れないが，極めて不安定な点である可能性も残る。熊崎は森林利用計画について「高台の上の頂点を探すことよりも，高台全体の輪郭，すなわち危険な崖がどこにあるかを明らかにすることのほうが，はるかに重要」[18]と述べているが，多目的計画法はこうした「高台」を発見することに寄与する。近年，主観的側面においては最適化ではなく満足化の研究[10]が進められている。これは通常の計画作成者の要求は「これこれの条件はこれ以上はほしい」というように何等か複数の尺度に下限（または上限）をもっている場合が少なくない。森林計画においてはこうした側面が強いのではないかと考えられる。

第3は，主観的部分において計測できない要素を計画作成者が組み込むことができる点である。従来の線型計画は膨大な量のしかもある程度等質的なデータを必要とする。森林簿のような一定項目のデータ列を想定している。価格，材積といった尺度のあるデータであってさえも品質の問題を始めシステムに全面的に取り込むのは費用の面からみて困難である。こうした計測できない要素を排除して最適な点をただ1点求めるのであるから，結果が必ずしも実用に供しないのは当然である。確かに様々な条件を考えると，甲乙付けがたいかも知れないが，現実の決定場面においては計画者は最終的には何等かの決定を下しており，解の探索過程にこうした部分，具体的にはトレード・オフの決定を行う部分で，計測できなかったが計画者は知っているある程度重要な条件を加味するのがよい。森林計画に際してはこうした形で考慮すべき特殊な条件が少なくないのではないかと考えられる。

第4は，対話型解探索法は解の自動決定ではない点が重要である。第4章で述べた解法のうち計算機を用いる方法，あるいは本論文では特に扱っていないが，効用理論による方法の問題点はいったんプログラム作成のための基本データが作られてしまえば，あとはすべて計算機の自動計算であり，作られた計画の最終的な実行者はもとより，計画作成者も立ち入る余地は残されていない。こうしたシステムを成功させるにはよほどのデータが必要であろう。解を対話型システムで見いだしていくその過程が重要なのであり，こういう形で計画作成者あるいは計画実行者が計画作成の最終段階に直接かかわることは計画を具体的に実行する段階で差が出てくるものと思わ

れる。今日，企業の意思決定支援システムの中には本来は計算機の中ですぐに計算できるにもかかわらず，わざわざ計画作成者との対話で時間をかけて解に到達するよう設計されているものも出てきている[19)]。

引 用 文 献

1）鈴木太七：森林経理学．朝倉書店．東京．197pp, 1979
2）南雲秀次郎：線型計画法による資源計画（II）．81回日林講．72～74，1970
3）南雲秀次郎：線型モデルによる収穫予定理論に関する研究．名大演報．**5**．138～235，1970
4）南雲秀次郎：線型モデルによる収穫予定法の研究（I）．0－1 計画法の適用．日林誌．**56**．128～135，1974
5）木平勇吉：0－1 線型計画法による小班別収穫予定．信大演報．**19**．1～66．1982
6）黒川泰亨：林業試験場電算機プログラミング報告(4)．0－1 整数計画法．林試研報．**281**．113～150，1976
7）Balas E.: An algorithm for Solving Linear Programs with Zero-one Variables. Operations Research. 517～546，1965
8）OR 事典：日科技連出版社．東京．212～214，1975
9）岸根卓郎：森林政策学．農林出版．東京．386～391，1975
10）中山弘隆：多目的計画法（田村坦之編『大規模システム－モデリング・制御・意志決定－』第5章）．昭晃堂．東京．157～189，1986
11）宇沢弘文：近代経済学の再検討．岩波書店．東京．85～89，1977
12）瀬尾芙巳子：多目的評価と意志決定．日本評論社．東京．384pp，1984
13）Geoffrion A. M.: Proper efficiency and the theory of vector maximization. Journal of Mathematical Analysis and Applications. **22**. 618～630，1968
14）辻村江太郎：計量経済学．岩波書店．東京．293～307，1981
15）Pareto V.: Manuel d'economie politiqe. Paris. 541～542，1909
16）Steuer R.E.& Schuler A. L.: An Interactive Multiple-Objective Linear Programming Approach to a Problem in Forest Management. Operations Research. **26**(2). 254～269，1978
17）Hallefjord A., Jörnsten K. & Eriksson O.: A long range forestry planning problem with multiple objectives. European Journal of Operations Research. **26**(1). 123～133，1986
18）熊崎実：森林の利用と環境保全．日本林業技術協会．東京．202pp，1977
19）野村淳二・澤田一哉・仲島了治・山村隆司・西川よしかず：在庫管理における多階層多目的意思決定支援システム HIMICS の開発．オペレーションズ・リサーチ．**30**(11)．681～688，1985

Résumé

For the model of the forestry planning, several types of linear programming have been applied until now. Maximization of an objective function, for example the total yield in the period of the planning, is required under some linear type of equations. After construction of a model, using sensitive analysis, we can discuss the influences of the changes of the basic conditions for the planning. Recently some requires except maximization of total yield are also important. In that case, multiple objective planning (MOP) is useful. In foreign country, some examples of MOP are shown.

As using MOP, we have to pay attention to the algorithm. The solution of MOP is divided into two types. First method is to measure of degree of trade-off among some objects. This method is called utility theory. Second method is to find a optimum solution without measuring of trade-off degree. In problem of forestry planning, second method especially interactive optimization method has some merits. Because, many utilities concerned to forest and relationship between input and output on forestry have not been clarified until now.

And we need much time and money to gather such data.

The merits of using MOP with interactive optimization method are as follows;

1) In MOP, two or more objective functions are prepared, so we can clarify the trade-off among each objects.

2) The algorithm of MOP is divided into two steps. First step is to determine the effective area. Second step is to find solution in the effective area. Using mathematical programming method for forestry planning, we have small merits from only a optimum solution.

3) At the second step of MOP algorithm, we can add some factors that we can not measure. It is impossible to measure many datas on forest with equal weight.

4) Second step of MOP algorithm is not automatic calculation. In many cases of planning systems, if a set of data are given, after that the computer calculates to the last. Such systems are not often accepted by performer of the system.