

制御技術を支える工学としての制御理論

電気工学専攻 システム基礎論講座 自動制御工学分野

教授 萩原 朋道

准教授 蛭原 義雄

助教 細江 陽平

1 はじめに

1.1 フィードバック制御について

産業革命に多大な寄与を果たしたジェームズ・ワットがガバナ（調速機）を導入して回転機器の速度制御に大きな成功を取めて以来、制御技術は産業界の至るところで、設備、機器等のシステム運用技術として大きな役割を果たしてきました。とくにフィードバック制御技術は、システムの有する動特性に伴う制約下で、そのシステムの振舞いに関して所望の性能を達成するための運用方策を与えるという役割を担っています。ここで、システムの動特性とは、各時刻におけるシステムの振舞いが、その瞬間においてなされている操作のみで決まるのではなく、過去の操作の影響も引き継いだ形で決まるという性質のことを表しています。このことを言い換えると、システムに対する操作はなんらかの歪んだ形ではじめて影響を及ぼし、その結果がシステムの振舞いに反映されるまでにはある種の時間的な遅れを伴うという性質であることとらえることもできます。こういった歪みや遅れを考慮せず瞬時瞬時における振舞いのみから近視眼的に判断して行う制御方策では、性能を高めようとして積極的な操作を行うにつれてむしろ制御系の不安定化を容易に來たしうるものとなります。ですので、動特性の存在は、すでに述べた通り、フィードバック制御を難しくする制約となっていることとらえることができるわけです。

モータに印加する電圧と回転速度の関係や、抵抗 R とキャパシタ C からなる積分回路における入力電圧と出力電圧の関係がそういった性質の端的な例であることからわかるように、動特性を有する機器類は世の中に遍在していて、それらが複雑に組み合わせられて構成されるシステムは、さらに複雑な動特性を示すこととなります。そのため、適切なフィードバックを施して最適な運用を成し遂げ、最大限の性能を引き出したりエネルギーやコストを極力抑えたりすることは、決して易しいことではありません。フィードバック制御によりそういったことを達成することが期待されるシステムがますます複雑になる中、合理的な方法でこの難点を解決することの重要性は従来にも増して高まっています。

1.2 自動制御工学分野萩原研究室での研究の基本的方向性

上述の難しさには様々な要因が考えられますが、フィードバック制御が使われる様々な現場において共通の大きな要因として、システムの動特性に関する情報として不確実なものしか得られないことや、外界からの擾乱（外乱と呼びます）が観測不能で未知であるということがあげられます。フィードバック制御においては、そういった要因の影響を極力低減してなおかつ高い性能を達成すること（ロバスト制御と呼ばれます）が求められているわけです。制御理論は、上記のような状況を一例として、現実的な難しさの要因を可能な限り一般的にとらえることを通して、制御方策をできるだけ一般的な形として与えるための理論的基盤をなすものです。もう少し具体的には、難しさの要因に関する特徴をうまくと

らせるための視点をどうとるべきかが鍵となりますが、そのような点に関する検討そのものも含めて、個別のシステムというよりもそのような視点ごとに、それが関わる多くの状況において難しさを克服しうる方法を一般論として提供することを目指すのが制御理論であるということになります。さらに具体的にいえば、システムの動特性やそれがおかれる環境、ならびに制御目的、さらには許容される制御装置のクラスなどに関する数学的記述が与えられたときに、合理的な制御装置の設計法を提示することを目指した理論であるということになります。

フィードバック制御あるいはその技術の歴史は制御理論の歴史と切り離せないもので、理論的基盤の研究は、個別の具体的な制御対象の制御における重要なフィードバック制御技術を提供する一方で、十分に満足な性能を達成することが難しい個別の制御対象や制御仕様に対してできるだけその本質をとらえた合理的な理論的解決策を提供すべく発展してきました。萩原研究室では、そのような理論基盤をさらに発展させるための研究に軸足をおくことで、フィードバック制御に関する様々な分野での進歩発展に資することを目指した研究を進めていますが、同時に、得られた理論的成果を可能であれば実験室レベルでの制御対象に適用してその効果を実証するなどの研究もあわせて行っています。上述の制御理論の立場から明らかかなように、産業界を含む多くの具体的な制御対象に見られる特徴に沿った分類のなかで、研究テーマごとにある程度限定的な範囲の制御対象を扱うこととなりますが、個別の具体的な状況などに過度に特化した扱いは避け、一般的なフィードバック制御系の解析や設計を数理的な問題と捉えることが基本的な議論の出発点となります。そのため、以下で紹介する個別テーマの詳細について踏み込んで述べたとしますと、それは極めて数学的色彩の濃いものとなってきますが、そのような形の紹介は本冊子の目的にそぐわないと考えられます。そのため、研究成果の結論を必ずしも具体的につかんでいただける記述になっておらず、どういった観点から現れる理論的課題にどういった方針で取り組んでいるのかの一端をごく表面的にご紹介するにすぎないケースも少なくないかもしれません。詳細については参考文献などを適宜ご参照いただくことで何卒ご容赦いただけますと幸いです。

2 研究概要の簡単な紹介

2.1 サンプル値制御系に関する研究

今日至るところで使われている制御系は、ごく単純なものを除けばほとんどがデジタル機器を利用しています。しかしそれは、実装面におけるデジタル機器のメリットが主たる理由であって、制御方策としてはあえて制約を課したことになっている点、とくにそのことが制御性能に及ぼす影響について十分に考慮されていないことも少なくありません。おおざっぱに言えば、サンプリング周期が h であるデジタル制御系においては、それが対象とする連続時間信号の h ごとの値にしか着目しないという意識でのみ利用されているといえます。このこと自体はもちろん、デジタル機器を利用する以上、制御系の動作上の話としては必然であるのですが、制御性能を最大限に引き出すためにどのような設計が可能であるのかといった本質を意識した問題に取り組む上では、十分な視点とはいえません。とくに、正確なモデル化の難しい制御対象、おかれる環境による特性変動の大きな制御対象、顕著な外乱にさらされる制御対象などに対して高度の制御性能を達成する上では、サンプリング時刻間での応答（サンプル点間応答といいます）がどのような挙動を示すかについて正確に解析し、その振舞いに関する性能までも含めた形での適切な設計を行うことが重要になります。そのような意味でサンプル点間応答に着目するとき、デジタル機器が見ている時間 h ごとの信号は、背景にある連続時間信号のあくまでもサンプル値にすぎず、より本質はもとの連続時間信号そのものであるという（本来は当然ながらも軽んじられている）視点に行き着くため、このような立場での研究はサンプル値制御系の研究と呼ばれます。

本研究室では、サンプル点間応答を厳密に考慮した制御のための理論の構築を行っています。そのために高速リフティングと呼ばれる手法を導入し、制御系の振舞いを厳密に記述した上で正確な解析や設

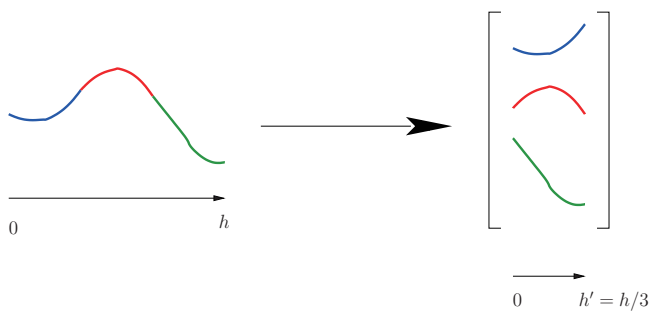
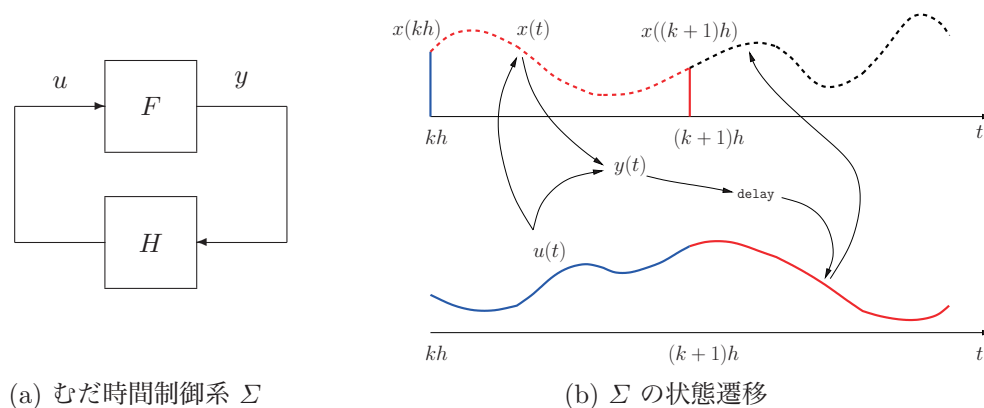


図1：サンプル点間応答の高速リフティングによる取り扱い

計を可能とするような様々な問題に取り組んでいます [1, 2, 3]。そこでは、信号を関数空間上でとらえ、それが動特性を有するシステムの中でどのように時間遷移していくかを作用素として表現するといった数学的（関数解析的）アプローチをとっています。基本的に、高速リフティングではサンプリング周期 h の間の信号を（サンプリングに相当する両端の値のみでなく）全体としてそのまま厳密に扱う際に、 N 個のより細かい区間での信号の集まりととらえてベクトル的に表現します（図1は $N = 3$ の場合）。このような表現上の変換においては信号の情報を一切失いませんが、より細かい区間での信号の集まりとしてとらえていることが鍵となり、その信号の振舞いを定める（動特性を有する）システム側については、解析や設計に関する都合に合わせて適切な方法を構築した上で近似的に扱っても、（ある程度大きな N のもと）制御系の漸近的に厳密な（あるいは近似誤差の影響を厳密に評価しうる）解析と設計が可能となるといったからくりを構築しているのだ、といった雰囲気をご理解いただければ幸いです。

2.2 むだ時間制御系に関する研究

信号の伝搬遅延を内部に有するシステムは数多く存在し、それはしばしば制御系の性能を劣化させる要因となります。そのような遅延のことを制御分野ではむだ時間と呼んでいます。本研究室ではそのようなむだ時間制御系に関する研究を行っています [4, 5]。このような制御系に関する微分差分方程式と呼ばれる表現法と図2(a) のような有限次元系 F とむだ時間要素 H からなるフィードバック系 Σ との関係性を明らかにする研究や、この Σ の動特性に関する時間遷移が、 F の内部状態 $x(t)$ と H の内部状態 $u(t)$ のセットがむだ時間の長さ h ごとに図2(b) における青のものから赤のもののように離散時間的に遷移することにより生じるととらえることによる、新たな視点での研究などです。これらの研究でもむだ時間要素 H の中の信号を厳密に取り扱うことが重要となり、関数解析などの数学的枠組みを活用しています。



(a) むだ時間制御系 Σ

(b) Σ の状態遷移

図2：むだ時間制御系 Σ とその状態遷移

2.3 凸最適化に基づく制御理論研究と非負システム解析・設計への展開

半正定値計画 (Semidefinite Programming, SDP)、線形行列不等式 (Linear Matrix Inequality, LMI) や線形計画 (Linear Programming, LP) といった凸最適化を用いた制御系の解析・設計手法の開発に関する研究を軸に、近年は非負システムの制御理論の構築に向けた研究を展開しています。

2.3.1 凸最適化に基づく制御理論研究

現代制御理論においては、制御対象のダイナミクスを微分方程式 (状態方程式) で (近似的に) 表現することでモデル化し、このモデルに基づいて制御系の解析や設計が行われます。しかしながら、実際の制御対象のダイナミクスとモデルとの間に誤差 (ずれ) が生じることは不可避であり、そのようなモデル化誤差の存在のもとでモデルに基づいて設計された制御器が実際の制御対象に対してどの程度の性能を発揮できるかを事前に見積もることは極めて重要です。モデル化誤差の要因が制御対象の物理パラメータの不確かさである場合、制御系のロバスト性能を解析する問題はパラメータの不確かさ (変動) に応じた無限個の線形行列不等式を制約条件とする最適化問題 (半無限計画問題) として定式化されます。この数学的に厳密な取り扱いが難しい制御系のロバスト性能解析問題に対して、本研究室では凸解析、LMI および双対理論に基づいた独創的な研究を展開しています [6]。さらに設計する制御器に、過去の履歴に関する特別な周期時変メモリ構造を持たせることで、高いロバスト性能を有する制御器を SDP を用いて極めて効率的に設計できることなどを明らかにしています [7]。図 3 の青点は、不確かな 2 つの物理パラメータを有する不安定な離散時間システムに対して、周期 2 の周期時変メモリ型制御器を設計することでロバスト安定化を達成した際の (適切な意味での) 閉ループ極を示しています。パラメータの変動に応じて変動する極がすべて赤線で表される単位円内に留まっており、ロバスト安定化が達成されていることを確認できます。なお、極の変動を図示するために、図 3 を描く上ではパラメータ空間をグリiddingしていますが、開発した制御器設計手法はそのようなグリiddingを必要としない (パラメータの変動を一括して取り扱える) ものとなっています。

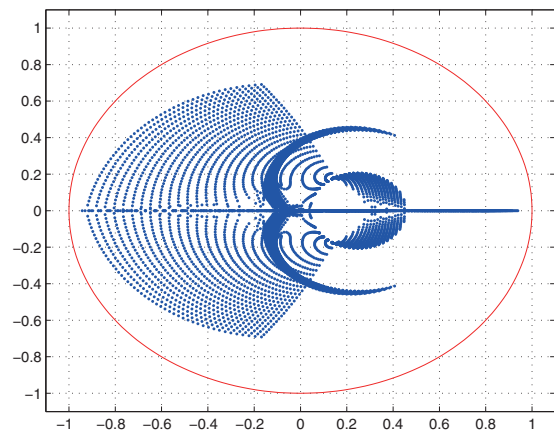


図 3 : 不確かな離散時間システムのロバスト安定化

2.3.2 非負システム解析・設計への展開

非負システムとは、非負の入力と非負の初期状態に対して、状態と出力が常に非負となる動的システムです。このような非負性は資源、エネルギー、製品、化学物質といった“負の値を取り得ない物理量のやりとり”を表すダイナミクスにおいて普遍的に現れるものであり、非負システム理論は経済学や社会システム工学、生物学といった多彩な分野で重要な研究対象となっています。また、積分器や一次遅れ系、およびそれらの (正の係数による) 直列結合、並列結合で表されるシステムはすべて非負システムです。もちろん積分器や一次遅れ系のダイナミクスは極めて単純ですが、これらが多数結合することで構成される大規模システムの挙動は複雑であり、マルチエージェントシステムに関連する分野で十分に研究深い研究対象となっています。

本研究室では、非負システムの制御理論の基盤を確立することを目的として、とくに凸最適化に基づいた解析・設計手法の開発に力を注いでいます。重要な研究成果として、非負システムの安定性や H_∞

性能を特徴づける種々の LMI 条件を導出しています [8, 9]. さらに非負システムのシステムゲインとして重みつき L_1 誘導ノルムに注目し、安定な線形非負システムの重みつき L_1 誘導ノルムの計算を LP に帰着できること、また重みつき L_1 誘導ノルムが大規模結合線形非負システムの安定性やパーシステンス性を解析する上で重要な役割を果たすことを明らかにしています [10]. 大規模結合非負システムのパーシステンス性に関する結果は、マルチエージェントシステムのフォーメーション制御 (図 4 参照) といった実問題に適用することが可能であり、さらには資源の動的有効配分や自動車群の車頭時間制御、電力システムの需給制御といった多様な問題への応用も期待できる将来性の高いものとなっています。

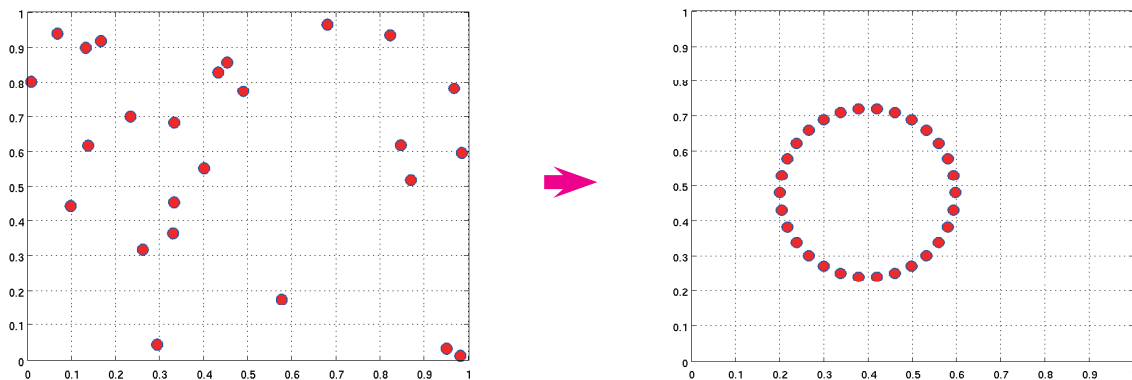


図 4: マルチエージェント非負システムのフォーメーション制御

2.4 非因果的周期時変スケージングに基づくロバスト制御

現実の制御対象に制御理論を適用する際、まずはその対象のモデルを求めるのが一般的です。しかし、実対象は物理パラメータに関する不正確さや非線形性等の取り扱いの厄介な要因を含んでおり、そのような側面を含めて厳密なモデル化を行うことは事実上、不可能です。したがって、あらかじめ現実の制御対象とそのモデルの間にずれが生じてよいよう不確かさを想定し、その取り扱いのもとで制御系を設計することが制御の実用上重要になります。本研究は、そのような不確かさを含む系に対して安定性等の保証を与えるためのロバスト制御技術に関するものです。

ロバスト制御の分野では、しばしば図 5 のような不確かさを含まない系 G (ノミナル系と呼ばれる) と不確かさ Δ からなる閉ループ系を考えます。そして、想定している範囲の中で不確かさがどのような値をとったとしても、上記の閉ループ系が所望の仕様を満たすかを判定することをロバスト性解析、またそのような仕様を満たされるよう (ノミナル系 G が内包する) 制御器を設計することをロバスト制御器設計と呼びます。本研究室では、これら解析・設計のための基礎理論として非因果的周期時変スケージング [1, 11] と呼ぶアプローチを提案しています。このアプローチは、リフティングと呼ばれる時間的な操作を介

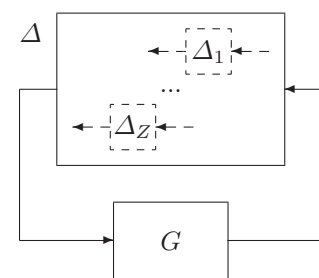


図 5: ノミナル系 G と不確かさ Δ からなる閉ループ系

して導入され、図 5 の閉ループ系のロバスト性を判定する上での基礎技術であるスケージングにおいて、ある範囲で因果性を無視した仮想的なスケージング要素を用いるものです。リフティングを介すことにより、より広いクラスのスケージングを活用することができ、その結果としてリフティングを介さない従来のスケージングに比して精度が高い解析や、性能が高い制御器の設計が可能となります。非因果的周期時変スケージングの有効性は、理論的な側面からは文献 [12] 等において、また実用上は文献 [13] 等において示されています。今後同研究をさらに発展させることにより、さまざまな場面において、よ

り広いクラスのロバスト制御問題に対処可能になると期待されます。

2.5 確率的なダイナミクスを有する系のロバスト制御

本研究は、いわゆる確率系のロバスト制御に関するものです。制御対象がシンプルな構造を有していれば、多くの場合、十分にその特徴を反映させる形で確定系としてモデル化することができます。一方、複雑なダイナミクスを有していたり、本質的にランダム性を排除できない対象を扱う場合には、確定系によるモデル化ではその特徴を十分に表現できないおそれがあります（モデルにおけるそのような情報の欠落は最終的には設計される制御系の性能劣化につながります）。したがって、上記の複雑な対象を扱う場合には、確率的な現象も系の構造の一部とみなした上で、確率的なダイナミクスを有する系としてモデル化することが望まれます。

モデルとして確率系を扱う場合、確定系と同様に、モデル化誤差が生じることは避けられません。とくに、上記確率系においてはその背後にあるランダム性も系の構造とみなすことから、それ自体にもモデル化誤差が生じうると考えるのが自然です。本研究は、このモデル化誤差を不確かさとみなし、それに対処するためのロバスト制御技術を確立することを目的としています。また、その議論においては新たに導入する確率的ポリトープという概念がキーとなります。確率的ポリトープは、端点ランダム行列（行列を値にとる確率変数）で与えられるポリトープとして定義されます（図6参照）。確率的ポリトープに属する点はすべて端点行列の凸結合として与えられるので、この性質を活用すれば、端点に関する条件判定のみによってそれらすべての点を尽くした解析あるいは設計が行える可能性があります（これは不確かな確率系のロバスト制御につながります）。本研究室ではこの課題に関して基礎理論の構築から取り組んでおり、一定の成果 [14, 15] を得ています。

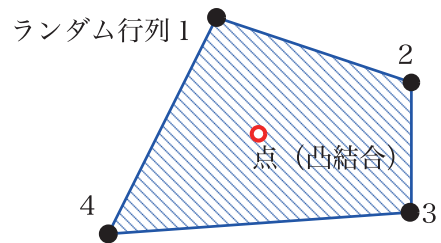


図6：確率的ポリトープの概念図（端点数4の例）

3 おわりに

萩原研究室での研究概要についてごく簡単なながらも紹介させていただきました。皆様のご理解とご支援をたまわれますと幸いです。今後とも何卒よろしくお願い申し上げます。

参考文献

- [1] 萩原朋道：（解説記事）サンプル値制御とデジタル制御の新展開—高速リフティングと非因果的周期時変スケーリングを中心として—，計測と制御，第52巻，第4号，pp. 316–322（2013）。
- [2] T. Hagiwara and K. Okada: Modified Fast-Sample/Fast-Hold Approximation and γ -Independent H_∞ -Discretisation for General Sampled-Data Systems by Fast-Lifting, *International Journal of Control*, Vol. 82, No. 9, pp. 1762–1771（2009）。
- [3] J. H. Kim and T. Hagiwara: Computing the $L_\infty [0, h)$ -Induced Norm of a Compression Operator via Fast-Lifting, *Systems & Control Letters*, Vol. 67, pp. 1–8（2014）。
- [4] 萩原朋道：（解説記事）むだ時間系の表現モデルと初期値問題，システム／制御／情報，第58巻，第9号，pp. 378–383（2014）。
- [5] T. Hagiwara and K. Hirata: Fast-Lifting Approach to the Computation of the Spectrum of Retarded Time-Delay Systems, *European Journal of Control*, Vol. 17, No. 2, pp. 162–171（2011）。
- [6] Y. Ebihara, Y. Onishi and T. Hagiwara: Robust Performance Analysis of Uncertain LTI Systems:

- Dual LMI Approach and Verifications for Exactness, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Special Issue on Positive Polynomials in Control, Vol. 54, No. 5, pp. 938–951 (2009).
- [7] J. F. Tréguët, D. Peaucelle, D. Arzelier and Y. Ebihara: Periodic Memory State-feedback Controller: New Formulation, Analysis and Design Results, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 58, No. 8, pp. 1986–2000 (2013).
- [8] 松村大気, 蛭原義雄, 萩原朋道: LMI を用いた離散時間非負システムの安定性と H_∞ 性能解析, システム制御情報学会論文誌, 第 26 巻, 第 1 号, pp. 45–51 (2013).
- [9] Y. Ebihara, D. Peaucelle and D. Arzelier: LMI Approach to Linear Positive System Analysis and Synthesis, *Systems & Control Letters*, Vol. 63, No. 1, pp. 50–56 (2014).
- [10] 松村大気, 蛭原義雄, 萩原朋道: 重み付き l_1 誘導ノルムを用いた離散時間結合非負システムの安定性解析, システム制御情報学会論文誌, 第 26 巻, 第 10 号, pp. 355–364 (2013).
- [11] T. Hagiwara and Y. Ohara: Noncausal Linear Periodically Time-Varying Scaling for Robust Stability Analysis of Discrete-Time Systems: Frequency-Dependent Scaling Induced by Static Separators, *Automatica*, Vol. 46, No. 1, pp. 167–173 (2010).
- [12] Y. Hosoe and T. Hagiwara: Unified Treatment of Robust Stability Conditions for Discrete-Time Systems through an Infinite Matrix Framework, *Automatica*, Vol. 49, No. 5, pp. 1488–1493 (2013).
- [13] 片山啓, 細江陽平, 萩原朋道: 台車型倒立振子制御実験による非因果的周期時変スケーリングに基づくロバスト性能設計の有効性検証, システム制御情報学会論文誌, 第 26 巻, 第 5 号, pp. 165–173 (2013).
- [14] Y. Hosoe and T. Hagiwara: Robust Stability Analysis of Discrete-Time Linear Systems Characterized by Stochastic Polytopes, Proc. 2014 American Control Conference, pp. 4973–4978 (2014).
- [15] Y. Hosoe and T. Hagiwara: State Feedback Synthesis for Robust Stabilization of Discrete-Time Linear Systems Characterized by Stochastic Polytopes, Proc. 13th European Control Conference, pp. 612–617 (2014).