

(続紙 1)

京都大学	博 士（理 学）	氏名	佐藤 哲也
論文題目	Identifying All Preorders on the Subdistribution Monad (劣確率分布モナド上の全ての前順序の特定)		
(論文内容の要旨)			
近年、状態遷移系のモデルを圏論における余代数として与える手法の研究が大きく進み、特に、モナドとそのKleisli圏における余代数を用いることにより、より幅広い状態遷移系・プロセス計算が的確に捉えられるようになってきている。そこでは、モナドは、状態遷移系における分岐の構造を定める役割をはたす。また、多くの応用において、モナドのKleisli圏の射の集合に適切な順序構造が入ることが重要となることがわかってきている。例えば、蓮尾らの一般化されたトレース意味論では、Kleisli圏に（最小元を持つ）完備半順序が入ることが、トレース意味論がKleisli圏上の終余代数によって与えられるための主要な条件のひとつとなっている。また、余代数間の模倣関係の理論についても、順序構造が本質的な役割を果たしている。 しかし、それらの先行研究においては、発見的に順序構造を見いだして利用するか、あるいは都合の良い順序構造が存在することを仮定して理論を構築する、というアプローチが取られており、目的に合った順序構造がいつも存在するのだろうか、また存在するならどのくらい多様な可能性があるのかを問うことは、ほぼ皆無であった。その状況を打破して、モナド上のすべての前順序構造を決定するための一般論を与えたのが、本論文の著者と勝股による論文「Preorders on monads and coalgebraic simulations」(2013)である。 本論文では、その手法をさらに発展・拡充させ、確率分岐を持つ状態遷移系のモデルに用いられる3つのモナドについて、可能な前順序構造をすべて決定することに成功した。具体的には、可算付値モナド（分布関数は高々可算個の点で正の実数値を取る）、確率分岐モナド（分布関数は各点で1以下の非負実数値を取りその総和が1になる）及び劣確率分岐モナド（分布関数は各点で1以下の非負実数値を取りその総和が1以下になる）の上の前順序をすべて特定し、更にそれらを少数の基本的な前順序の交わりや逆の組み合わせとして明示的に特徴づけた。 これらのモナドの上の前順序の定義には非加算無限集合が用いられているため、著者と勝股が先行研究で与えた有限的なアルゴリズムをそのまま適用することはできない。そこで、著者と勝股が得ていた、特定の集合のモナドによる像の上の合同的代入的前順序関係とそれに付随する随伴関手を用いてモナド上の前順序を見積もる手法を、これらのモナドに固有の性質から得られる情報と組み合わせるアプローチを取った。すなわち、1点集合ないし2点集合のこれらのモナドによる像が非負実数全体あるいは$[0, 1]$区間と同一視出来ることから、平面凸図形の性質を用いてそれらの上の合同的代入的前順序関係をすべて決定し、さらに随伴関手を具体的に計算することによりモナド上の前順序をすべて決定した。 この研究の結果、これらのモナドによる確率分岐のモデルにおいて使うことができる前順序の可能性は完全に尽くされた。また、そのために編み出されたモナド上の前順序を見積もる手法は応用範囲の広いものであり、モナドを用いた状態遷移系の分岐モデルやプログラム意味論の研究において有用な道具となるものである。			

(論文審査の結果の要旨)

本論文の研究は、計算の意味論・並行計算の理論における基礎的かつ重要な貢献である。

並行計算のモデル、特に状態遷移系やプロセス計算のモデルを圏論の余代数の概念を基礎として与える研究は数多く行われ、近年も著しい進歩を遂げている。特に、単なる集合と写像の圏における余代数だけではなく、モナドを用いて分岐構造を捉えたKleisli圏における余代数や、それらの射の集合上の順序構造など、より緻密な構造が入り豊穡化(enrichment)がなされた状況において多くの応用が見出され、活発に研究されている。本研究もその文脈に属するものである。

本研究および著者と勝股による先行研究「Preorders on monads and coalgebraic simulations」(2013)は、そのような前順序による豊穡化が取りうるすべての可能性を尽くしてしまおうという、これまでの常識を大きく覆す斬新なものである。既存の、適当な前順序を見つけ出して活用する、あるいは都合の良い前順序の存在を仮定したうえで計算モデルを構築する、というアプローチに真っ向から挑戦するものとも言える。そもそも、そのようにすべての可能性を尽くすことが可能であるかどうかさえ、著者らの研究以前にはほとんど全くわかっていなかった。すなわち、著者らの研究は、着眼点自体が非常に独創性の高いものである。しかも、具体的に前順序を決定する方法を考案し、実際に計算・数え上げを遂行し完全な結果をもたらすなど、技術的にも高い新規性と完成度を兼ね備えた研究となっている。

本論文では確率分岐のモデルに用いられる主要な3つのモナドについて前順序の完全な特定が行われているが、他の多くの重要なモナドについては、前順序の特定はほとんど手付かずのままというのが現状である。今後、それらの重要なモナドについても、本論文の手法を発展させることにより同様の成果が挙げられる可能性が高い。その応用範囲は、並行計算の理論のみならず、モナドを用いたプログラム意味論も含まれており、本研究の成果がこれらの話題における有用な道具として広く使われることが十分期待できる。

このように、本論文の成果は、重要かつ新しい内容を多く持つものであり、今後関連分野の発展に大きく寄与することが期待される。よって、本論文は博士(理学)の学位論文として価値あるものと認める。また、平成27年1月21日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。