

【 33 】

氏 名	渡 辺 信 三 わた なべ しん ぞう
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	論 理 博 第 39 号
学位授与の日付	昭 和 38 年 9 月 17 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学位論文題目	On stable processes with boundary conditions (境界条件をともなった安定過程について)

論文調査委員 (主 査)
教 授 溝 畑 茂 教 授 小 堀 憲 教 授 小 松 醇 郎

論 文 内 容 の 要 旨

推定確率 $p(t, x)$ が

$$p(t, x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\alpha\xi} e^{-t|\xi|^\alpha} d\xi, \quad 0 < \alpha \leq 2$$

で与えられる 1 次元のマルコフ過程を、指数 α の定常過程または安定過程という。この定常過程の研究で、特に重要な役割を果たす量は、ある区間を、路 $x_t(w)$ が出るまでの時間と、出たときの位置の変動である。

この論文では、それを具体的に示すとともに、過程を特徴づける M の生成作用素、ならびに境界条件の具体的な決定を考えている。さらに、もっとも典型的な境界条件である反射壁の場合の路の具体的な決定の重要な性質を調べている。この場合に、ポテンシャル論と半群の理論をたくみに用いて、導き出している。

つぎに、路が $[-1, 1]$ を出たときは、その路は吸収されてしまうと考える新たなマルコフ過程の生成作用素を、前の問題に関連して調べ、具体的な表示を得ている。

この論文の後半においては、反射壁と呼ばれる境界条件のもとでの路の構造を決定し、さらに、路の零点のハウスドルフ次元についての考察を行なっている。

参考論文においては、問題をさらに一般化した場合において、定常確率過程を決定する生成作用素の研究を行ない、さらに、調和測度との関係を明確にしている。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

指数 α の定常マルコフ過程において、境界条件をつけた場合の確率過程の研究が、著者の主な目的である。よく知られているように、 $\alpha=2$ のときがブラウン運動である。角谷静夫がブラウン運動とニューー

トン・ポテンシャルとに深い関係があることを示したことは、重要な業績である(1944~45)。ついで Kac は α が、 $0 < \alpha \leq 2$ を満足する場合において、定常過程を考え、リース・ポテンシャルとの関係を調べて、積分方程式の研究と関係のあることを示した(1951)。また、他方で、Feller, Elliott などは、半群の生成作用素の立場から、これらの問題を論じ、境界条件をつけた場合について考察した(1956)。

著者はこれらの研究を総合する立場をとりながら、具体的な決定を行なっている。たとえば、基本的な事実として、指数 α の定常過程に対応する半群の生成作用素は

$$\Omega u(x) = \lim_{A \rightarrow +\infty} \frac{c(\alpha)}{\alpha(\alpha-1)} \frac{d^2}{dx^2} \int_{-A}^A \frac{u(y)}{|x-y|^{\alpha-1}} dy$$

であることを示している。

このように、ポテンシャル論、半群の理論を駆使して、はじめて基本的な結果を得ているが、さらにこれを基として、つぎつぎと境界条件つけた場合における半群の生成作用素を、具体的に表現することに成功している。これは著者の解析学における知識と能力の非凡であることを明瞭に示している。

参考論文においても、問題を一般化して、生成作用素の研究に大きな飛躍を与えただけではなく、調和測度やレヴィ測度との関係を綿密に調べて、この方面の研究に有力な武器を提供している。

よって本論文は理学博士の学位論文としての価値が十分にあるものと認めることができる。