【176】

氏名	島 公 脩（しま まさ すけ）
学位の種類	工学博士
学位記番号	工博第144号
学位授与の日付	昭和43年9月24日
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当
研究科・専攻	工学研究科数理工学専攻
学位論文題目	**Studies on Optimization of the Nonlinear Control System with Controls Appearing Linearly** （操作量を線型に含む非線型制御系の最適化に関する研究）
論文調査委員	（主査）教授 椹木義一　教授 高松武一郎　教授 得丸英勝

論文内容の要旨

この論文は，操作量を線型に含む非線型制御系の動最適化を，とくに定常最適操作および特異操作に重点をおいて研究したもので，緒論，4章および結論からなっている。

緒論では研究の動機を明らかにし，本論文で研究する非線型制御系においては，定常最適操作および特異操作の研究が重要であることを説明し，各章の主題について述べている。

第一章では，まずこの研究の端緒となった槽型流通反応系の最適供給量を決定する問題について述べ，簡単な場合には最大原理の二点境界値問題を相平面上で考察することにより定常最適操作および特異操作のあらわれる最適操作が得られることを示した。しかし高次の複雑な反応については最大原理は無力であり，何んらかの方法が考えられねばならぬことが示されている。そこで，著者は問題の特徴を生かした一般化，つまり，操作量を線型に含む非線型制御系の最適操作の性質を調べることにより問題の解決を試みている。すなわち，この一般化された問題においても，最大原理の特異な場合に相当する特異操作は最適操作において重要な役割を果たすであろうという推測のもとに，化学反応系の例から帰納され得るいくつかの最適操作の型を示している。そうして，それらの型の間の優劣を比較し，最適操作の性質を調べることを以下の章における課題として提出している。また，この種の化学反応プロセスにおいて許容操作量を可測関数ととるとき，適当な条件のもとで最適操作の存在することを証明している。ついで，特異な場合の解析の方法を説明し，特異な場合と古典変分法との関係および特異操作と定常最適操作との関係を示し，この二種類の操作が一次近似の意味で同値であることを述べる。

第二章においては，さらに高次の微少量まで考慮したとき，定常最適操作と定常最適点の近くでの特異操作のいずれが有利であるかという問題が三次元制御系について論じられている。定常最適操作は状態量・操作量をともに一定するという条件のもとで評価規範を最大にする操作のことであり，一般にプロセス工業において採用されている操作方法である。したがって，この章の結論はそのような操作方法が必ずしも最適ではない場合があることを示している。著者は，まず，本論文で取扱う最適問題は，古典変分法の

正則でない場合に対応することを示し，特異軌道はその Euler の微分方程式の解となり，かつそれらの式の形は正則な座標変換によっては不変であることを用いて，二次元の場合の定常最適操作よりも有利な特異操作が存在するための判定条件を三次元にまで拡張している。

第三章において著者は，二次元制御系における特異操作の最適性について検討を加えている。まず，特異操作が最適であるための必要条件が，前述の Euler の方程式の解（特異軌道）が評価規範の極大値を与えることとなることを述べ，ついで特異軌道に特殊な変分を与えることにより，つぎの結果を導いている。すなわちある一次微分形式が完全微分でなければ，特異軌道は評価規模の極大値・極小値のいずれをも与えていず，したがって特異操作を一部分にでも含む操作は最適操作とはなり得ないことを明らかにしている。なおこの微分形式が完全微分であるかどうかは容易に調べることができる。

第四章では前章の結果が一般に高次元制御系に対しても成立することが明らかにされており，評価規範決定の際の任意性および市場価格等のパラメーター変動を考慮すれば高次元制御系においては特異操作したがって定常最適操作は一般に，動的な意味では最適でないことが示されている。

結論は以上の結果をまとめたものである。

論文審査の結果の要旨

最適制御の研究において，実際に解かれ，かつそれが一つのまとまった体系をなしているものは極めて少く，線形系，すなわち，状態量と操作量に関してそれぞれ線型であるような微分方程式で記述される系に限られている。すなわち，線型系の最短時間制御問題，および線型系の二次汎関数の最小問題を数えるにすぎない。しかし，言うまでもなく，実在のプロセスは多少とも非線型性を含んでいるものである。この研究では，化学反応プロセスの最適化という具体的局面より生じた問題を一般化，かつ抽象化し，プロセス方程式，目的関数ともに，状態量に関しては非線型，操作量に関しては線型であるような対象の最適制御問題を取扱っている。

まず，最も簡単な化学反応プロセスを例にとり，長時間運転の場合には，運転開始後の過渡状態が終熄した後には，定常最適運転が動的な意味でも最適であることを確認している。このいわば常識的結論が，さらに高次の複雑な系に対しても成立するか否かを解決するため，問題を上述の操作量を線型に含む系の最適制御問題という形に一般化して，２章以下で議論を進めている。

このように一般化された問題では，最適解が許容操作範囲の境界値をとるか，許容範囲の内部の値をとるかを決定することが重要な問題点である。今迄この問題は一般的には解決されていなかった。

とくに前者の場合は，古典変分法によって取扱うことは出来ず，最大原理(M.P)または動的計画法(D.P.）を用いて初めて議論することができる。他方後者の場合は，特異な場合とよばれ，M.P.,D.P. いずれを用いても取扱いが困難であり，これらの新理論もそこではほとんど無力といってよい状態であった。ここにおいて，著者は，この特異な場合は，古典変分法における非正則な場合に相当することに着眼し，定常最適操作が特異操作によって改善される可能性を示した。このことはすでに，二次元の場合に得られていたが，三次元の場合にも，特異軌道が定常最適点を中心とする周期軌道になることに注目し，一周期に亘っての目的関数の平均値と定常最適点における目的関数の値を比較して，その大小を判定する基準を

求めたのである。

著者は更に議論を進め，特異軌道の近くの変分を巧みにとって，第2変分を考察し，その符号が正負いずれともなり得ることを示した。その結果，ある一次分形式が完全微分でない場合には，特異解は最適解を構成する要素にはなり得ないことを示した。すなわち最適操作は許容操作範囲の境界上の値をとることを明らかにした。このことはつぎの意味で重要である。すなわち特異な場合は，定常最適操作を含んでいるので，従来現場で行なわれている定常最適操作は，たとえ長時間運転を行なう場合でも，一般には，動的な意味においては最適操作ではないという結論も同時に得られるからである。

この論文では，そのほか，この種の化学プロセスの最適解の存在の確認もなされている。

以上，これを要するに，流量を操作量とする実際のプロセスは，本論文で取扱った型の最適制御問題となるので，ここで得られた結果は，単に学問上興味あるにとどまらず，応用上にも新しい知見を加えたものというべきであり，実用上なお幾多の解決を要する問題であるものの，それらは新らしい問題を提供するものであり，工学博士の学位論文として価値あるものと認める。