【161】

氏名　竹松正樹（たけまつまさき）

学位の種類　工学博士

学位記番号　論工博第353号

学位授与の日付　昭和45年5月23日

学位授与の要件　学位規則第5条第2項該当

学位論文題目　**可撓境界に沿う流れの層流安定性**

論文調査委員　（主査）教授 玉田 珖　教授 桜井健郎　教授 山田彦児

論文内容の要旨

この論文は可撓境界壁に沿う粘性流体の層流の安定性を線型安定理論によって統一的に研究したもので，7章からなっている。

第1章の序論では，可撓壁が流れを安定化しうるとする Krämer の実験の理論的裏付けを試みた Benjamin, Landahl 等の一連の研究を批判的に概観し，予期される3種の不安定すなわち，(A) 剛壁の場合の Tollmien-Schlichting 型（T—S波），(B) 二層流の Kelvin-Helmholtz 型（K—H波），及び (C) 一種の共振不安定を一つの安定特性図の上に統一的に記述することが必要である所以を述べて本研究の意義を明らかにしている。

第2章は問題の一般的な定式化を述べたもので，まず Navier-Stokes の方程式から，定常な主流に加えられる微小攪乱の消長を支配する Orr-Sommerfeld の方程式（4階線型常微分方程式）を導びき，次に境界条件特に可撓壁における運動学的，力学的条件を求め，さらにこのような方程式及び境界条件が主流の Reynolds 数R，攪乱素波の波数α，可撓壁の剛性係数Z（壁の慣性，散逸性等を表わす。$Z\to\infty$で剛壁）を副変数として，素波の位相速度及び増巾率を決定する固有値問題を構成することを述べている。

第3章においては，まず流体が非粘性で主流は一様流であるような特に簡単な場合を取扱っている。この場合には問題の単純化の故にT—S波は得られないが，K—H波の大要は促えることができ，特に固有値の解析式が求められるのでそれによって可撓壁の性質と安定限界との関係を論じている。

第4章では，主流の速度分布が，壁からの距離と共に直線的に増大する内層と，それに続く一様流の外層とからなる特殊な場合について，粘性を考慮した解析を行なっている。この場合各層内では速度分布が直線的であるので，Orr-Sommerfeld 方程式は厳密に解くことができ，その結果に無限遠と両層の界面及び可撓壁における条件を適用して厳密な固有値方程式を導びいている。ついで剛壁の場合及び自由流（噴流など）に対する従来の解析にならって，副変数αR（波数×Reynolds 数）の大きい値に対してこの方程式を近似的に解き，特に可撓壁が非散逸的である場合について数値計算を行ない，$\alpha\sim\alpha$R面における中立

曲線として，剛壁の場合のT—S波の下側分枝に相当するA分枝及び前章（$\alpha R \to \infty$に相当）のK—H波に接続するB分枝が得られることを示している。B分枝はαR軸の近くに横たわっており，A分枝はα（従ってZ）が大きいところでは剛壁のT—S波下側分枝に近いが，αが小さくなるとαRの或最大値に達して後B分枝と共にαRの小さい領域に向かって伸びる。このようにK—H不安定とT—S不安定とが始めて一つの安定特性図の上に統一記述されたわけであるが，主流に折れ線速度分布を用いたために速度分布の曲率に敏感なT—S波の上側分枝は見失われている。

第5章ではより現実的な主流速度分布として境界層型の $U(y) = \tanh(2y)$（yは壁からの距離)を用い，有意な安定限界を見極めて可撓壁の効果を判定することをめざしている。そのためにまず非粘性の極限（$R \to \infty$）における安定性について一般的考察を行ない，特に可撓境界の場合には速度分布が変曲点を持たなくても不安定が存在しうること，中立攪乱の場合に Reynolds 応力のなす仕事（主流から攪乱に与えられるエネルギ）は結局可撓壁の散逸性によって吸収されるべきこと等の点を明らかにし，次に前記の曲線速度分布について非粘性固有値方程式を近似的に解いて第3章の結果に対する補正，特に散逸壁の場合の安定限界を求めている。次に粘性を考慮した解析に進み，まず Orr-Sommerfeld 方程式の4つの特解の，αRが大きい場合の解析的性質と近似表式について論じ，これらの線型結合に無限遠及び可撓壁上の条件を適用してαRが大きい場合の固有値方程式を導びいている。次に剛壁の場合と同様な近似を使って固有値方程式を解き，散逸性の小さい壁の場合，T—S波の上下二分枝に相当する完全な中立曲線を見出すと共に，非粘性の極限（$\alpha R \to \infty$）におけるK—H不安定（既述）を確認し，さらに後者の粘性域への延長を，前章と同様自由流の場合の手法で固有値方程式を解き直すことによって達成している。なおこの場合，T—S波の上側分枝もαの値が小さくなると剛壁のそれから離れ，前章で述べた下側分枝と同様なふるまいを示す。他方，壁の散逸性が大きい場合も剛壁に近いが，この場合にはT—S不安定とK—H不安定が融合したような安定特性となることを示している。

第6章では以上の漸近解法が信頼できなくなる低いαRの領域に伸びる不安定を明らかにし，また解析解法の結果を確めるために，基礎方程式と境界条件を差分式で置換え，その結果得られる極めて多元の代数方程式を電子計算機によって解き，直接固有値を求める方法を展開している。

第7章は以上を要約したもので，特に，本論文で調べたαRの範囲には（C）型不安定は見出されなかったこと，及び Krämer の着想（可撓壁の安定効果）には否定的な見解を述べている。

論文審査の結果の要旨

1960年に Krämer は，流体中を運動する物体の表面をイルカの表皮に近い可撓層で覆うと，物体の抵抗が大巾に減少するという注目すべき実験結果を報告し，これは境界層遷移のひき金である Tollmien-Schlichting 波が可撓壁の内部摩擦によって鎮静される結果であろうと推測した。これに刺戟されて Benjamin, Landahl 等は可撓壁に沿う流れの安定性を線型安定理論（与えられた層流に微小攪乱を加え，その消長を流体力学上の固有値問題として調べる方法，剛壁に沿う境界層流のT—S波もこの理論によって予言された）によって研究し，境界が可撓性をもつ場合には三種の不安定すなわち（A）前記のT—S波，（B）二層流の不安定として知られる Kelvin-Helmholtz の波，（C）境界面の固有波動に同調する不安

定波，が起り得ることを指摘した。しかし現象の複雑さと安定理論の数学的困難さの為に，これらの研究では三種の不安定が問題のパラメタ（主流の Reynolds 数，壁の性質，攪乱の波長等）の変域内にどのように配置しているかについては明確に答えられていない。本論文はこの点に於て従来の研究を大きく前進させたものである。すなわちまず可撓壁に対する線型安定問題を一般的に定式化し，次に主流の速度分布を一様流折れ線分布，境界層型と段階的に現実に近づけ，また完全流体から粘性流体へと進むことによって，順次現われる新しい型の不安定（又はその分枝）を適確に捉えるための近似方式を見出すと共に，従来不明確であった各種不安定の相互関係やその変遷を明らかにした。特に，波長の長い攪乱の特性が剛壁の場合とは著しく異なること，本論文で検討したパラメタの範囲では，臨界 Reynolds 数（始めて不安定の現われる Reynolds 数）は剛壁の場合より下り，従って可撓壁の安定効果は認められないこと（Krämer 以後の実験でもはっきりした効果は報告されていない），（C）型不安定は見出されなかったことなどが注目される点である。可撓壁に沿う流れの安定問題は流体抵抗の問題に限らず，薄板の振動，風波の生成，血管中の血流の問題などに広く関連し，以上の成果は学術上，応用上寄与する所が少なくないと考えられる。

よって，本論文は工学博士の学位論文として価値あるものと認める。