

氏名	亀高惟倫 かめ たか よし のり
学位の種類	理学博士
学位記番号	論理博第379号
学位授与の日付	昭和47年3月23日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	<b>On a nonlinear Bessel equation</b> (非線型ベッセル方程式について)
論文調査委員	(主査) 教授 山口昌哉 教授 溝畑 茂 教授 松浦重武

### 論文内容の要旨

非線型の現象を記述する微分方程式を取扱うのに、いわゆる線型近似をとらずに、非線型のままで、解の大局的な性質を議論することは極めて困難な仕事であり、一般論といったものは望めない。しかし物理学におけるいくつかの分野であらわれる基礎方程式について、それぞれの理論をつくっておくことは重要な事と考えられる。申請論文では、超伝導理論の基礎方程式 Ginzburg-Landau の方程式から A. A. Abrikosov が導いた方程式、(これはその後超流体中の渦糸を記述する方程式としても導びかれたものでもある) について解の存在および一意性を論理的に導いている。方程式は  $W(r)$  を未知函数として  $-\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{d}{dr} W(r) \right) + \frac{\nu^2}{r^2} W(r) = (1 - W^2(r)) W(r)$  ( $0 < r < +\infty$ ) として書かれ、境界条件は  $W(0) = 0$ ,  $W(\infty) = 1$  である。

この問題の特徴は方程式の成立する変数の範囲が  $0$  から  $+\infty$  の無限領域であること、しかも係数の特異点および無限遠点に境界条件がおかれている特異境界値問題であること、さらに右辺が非線型性であることである。この方面で得られている最も進んだ結果としては、有限区間でかつ係数が特異点をもたない非線型方程式についての A. Pazy と P. H. Rabinowitz の結果があるが、亀高氏の研究はそれ以上に上の困難点を克服している。彼は有限区間  $(0, L)$  での精密な考察を行い、そのような解の  $L \rightarrow \infty$  での極限として、上の問題の解を得ているが、更に微細な研究を行うことにより、 $\nu > 0$  のときこの解が唯一のものであり、実際的に重要な  $\nu = 1$  の場合については、解  $W(r, \nu)$  の性質について、2階連続的微分可能かつ単調といった性質の他に、原点における漸近展開を厳密に決定している。また  $r = \infty$  における形式的巾級数展開についても解の漸近展開と第2項まで等しいことを示し、数値実験における結果を正当づけている。また途中、解の構成に用いられた理論は近似解の構成について重要な注意をあたえている。

参考論文4編はいずれも、ソリトンの存在で有名な Korteweg de Vries 方程式の解についての研究であって、初期値問題についてその適切性、解の正則性、およびそれを構成する差分法の研究であり、この方面の研究については先駆的なものである。

## 論文審査の結果の要旨

申請者の研究は超伝導の問題と超流動の問題とに共通に現われる基礎的な方程式：

$$-\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{d}{dr} W(r) + \frac{\nu^2}{r^2} W(r) \right) = (1 - W^2(r)) W(r) \quad 0 < r < +\infty, \nu > 0$$

について、特異境界条件  $W(0)=0, W(\infty)=1$  の下での解の存在および一意性について厳密な取扱いを行ない決定的な証明を行なっている。特に一意性の証明についてはその解析は極めてデリケートな計算を要し、卑怯な着想のもとにこれに成功しているのは、申請者の十分な解析力を示している。

更に、 $r=0$  における解の漸近展開の係数を決定していることは大変興味ある結果であって、その係数が解の大局的な情報から決定されることなど、線型方程式とは全く異なる新しい事実である。更に、 $r=\infty$  における漸近展開について2項まで形式的巾級数の係数と一致し、それ以上については大変困難な問題であることを示唆しているのは、応用上も興味がある。また、近似解の構成についても重要な結果を含み、これはこれら現象の数値計算の手法に寄与するものである。

申請者の参考論文は4編とも、Korteweg de Vries の方程式の初期値問題について、その適切性および解の正則性更に、これを構成する差分法について前駆的な結果であって、申請者の独特の研究態度を示している。以上を総合すれば、申請者の論文は参考論文とともに、新しい非線型方程式について重要な知見を得たものである。

よって、本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。