

氏名	小林敏弘 こばやしとしひろ
学位の種類	工学博士
学位記番号	工博第395号
学位授与の日付	昭和50年1月23日
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当
研究科・専攻	工学研究科数理工学専攻
学位論文題目	STUDIES ON SENSITIVITY SYNTHESIS AND DIFFERENTIAL GAMES OF DISTRIBUTED PARAMETER SYSTEMS (分布定数系の感度を考慮したシンセシスと微分ゲームに関する研究)
論文調査委員	(主査) 教授 榎木義一 教授 得丸英勝 教授 明石 一

論文内容の要旨

本論文は、分布定数系の制御問題について論じたものであり、基本的制御問題である可制御性、可観測性の研究および実際の観点から重要である最適制御問題への感度理論の適用、さらには微分ゲームの理論的研究の成果をまとめたもので、6章からなっている。

第1章では、本論文全体の緒論として、分布定数系の制御問題に対する従来の研究成果について簡単にふれてから、従来の研究における問題点と本研究の目的および論文内容の概要について述べている。また2章以下での数学的準備として行列グリーン公式、最適性の条件の導出、固有関数展開法についても論じている。

第2章では、従来の研究で得られている分布定数系の可制御、可観測性の条件が、単独の偏微分方程式で記述される系に対して抽象的な形でしか与えられていず、実際問題としてのその適用が困難である。そこでまず連立偏微分方程式で記述される分布定数系が状態空間のある一つの要素空間の基底を用いて展開することにより有限次元の線形常微分方程式で記述される可算個の独立な集中定数系の組へと変換されることを示し、対応する個々の集中定数系に対する条件を用いて、分布定数系に対する可制御性、初期値に関する出力可制御性および可観測性のそれぞれの条件が具体的に求められることを示している。さらにこの結果を分布制御、点制御、走査制御、境界制御および平均観測、点観測、走査観測、境界観測をもつ種々の系に適用し、固有値の重複度数および走査制御、走査観測の理論的、実際的重要性をも指摘している。最後に差分方程式で記述される離散時間分布定数系に対し、N段可制御、N段可観測の概念を導入し、それらに対する条件をも具体的な形で与えている。

第3章では、分布定数系に対する感度を考慮した最適制御のシンセシスについて考察している。その目的は制御系における種々のパラメータの不確定性や変動のおよぼす状態への悪影響を補償することであり、また微小むだ時間遅れ系や変動する境界をもつ系に対する近似最適化手法を与えることである。まず一般の非線形偏微分方程式で記述される系に対し、開ループ制御の時に、4つのパラメータ変動の型、す

なわち通常の系のパラメータ変動 (α -変動), 初期値変動 (β -変動), 時間遅れパラメータの変動 (δ -変動), 空間領域の変動 (σ -変動) における感度関数を定義し, 感度方程式を導出している。さらに数学モデルのみならず感度方程式を含む仮想的制御対象 (感度合成系) を考察の対象とすることにより, モデル系の状態のみならず感度関数をも制御できることを示し, 新しい最適制御の概念を与えている。この新しい最適制御の実現性が, 感度合成系の可制御性にかかっていることを指摘し, それについて詳細に解析している。そして感度を考慮した最適制御のシンセシスの応用例として, 終端拘束条件をもつ最小エネルギー問題を論じている。従来の取扱いでは, パラメータ変動が生じないと考えたり, パラメータが微小であるためそれを無視するという立場で最適設計がなされているために, パラメータ変動のため終端拘束条件が大幅に乱される可能性があることを指摘し, 感度関数に関する終端拘束条件を加えた最適制御問題を解くことを提案している。なお簡単な数値例を与えることにより, この手法が従来の最適化手法に比して極めて有効であることを明らかにしている。最後に出力フィードバックとプレフィルターの組み合わせにより構成できる最適性を保ったままでシステム感度をも考慮できる最適フィードバックシンセシスについて言及している。

第4章では, 前章の議論の拡張として, 2人零和分布定数微分ゲームに対して感度を考慮した最適戦略のシンセシスについて考察している。まず前半でヒルベルト空間における静的ミニマックス問題について鞍点の存在定理とその満たすべき変分不等式を導き, その結果を分布定数微分ゲームに適用し, 分布制御, 境界制御, 点制御をもつそれぞれの場合を検討している。後半では終端拘束条件をもつ2人零和微分ゲームについて考え, 可制御性に相当するゲーム可能性の条件に関する詳しい検討を行なっている。その後で種々の変動するパラメータをもつ系で支配される微分ゲームに対し, 感度を考慮した最適戦略のシンセシスについて述べているが, その実現のために, 感度合成系ゲーム可能性が重要であることを指摘し, α -変動, β -変動, δ -変動の場合に, それを解析している。その結果, 最適制御問題の場合と異なり, 制御関数にかかるパラメータの変動に対しても感度を考慮したシンセシスが可能であること, その場合感度関数と一方の最適戦略が恒等的に零となり, 状態がパラメータ変動に対し不変となる例も示される。最後に簡単な数値例によりゲームの場合にも, この手法の有効性が明らかにされ, 制御エネルギーが感度を考慮することにより必ずしも大きくなるという, 最適制御問題の場合と異なる結果も得ている。

第5章では, N人非零和分布定数微分ゲームに対する考察が行なわれている。まずヒルベルト空間における静的なN人非零和ゲームについて考察される。一般のゲームでは最適解の定義が一意ではないので, Nash 平衡解, ミニマックス解, non-inferior 解のそれぞれの場合に, 最適解の存在する条件が求められている。そしてその結果がN人非零和微分ゲームに適用され, 分布制御, 境界制御, 点制御をもつ分布定数微分ゲームが具体的に考察される。その時 Nash 平衡解, ミニマックス解, non-inferior 解のそれぞれの場合に, 開ループ解は随伴系を導入することにより得られ, 閉ループ解はハミルトン-ヤコビの方程式から得られる。更に両者の関係をみるため, 開ループ解のフィードバックシンセシスを考え, それの満たすべきリッカチ型微分方程式と閉ループ解の満たすべき方程式とを比較することにより, ミニマックス解と non-inferior 解については両者の微分方程式が一致することも示されている。

最後の第6章は, 本論文の結論で内容全体についてまとめたものである。

論文審査の結果の要旨

熱、流体、物質移動などを扱うプロセス制御系は典型的な分布定数系であり、大気域、水域などの環境システムの制御の分野にも分布定数系の制御理論が応用される可能性がある。その動特性は一般に偏微分方程式で記述され、初期条件とともに環境条件が課せられる。また制御、観測の方法も分布制御、点制御、走査制御、境界制御、平均制御、点観測、走査観測および境界観測と多種多様であり、理論的面でも応用的面でも多くの問題が残されている。

著者はこれら分布定数系の制御の問題点のうち、まず基本的問題である可制御性、可観測性について検討し、つぎに応用的観点から最適制御問題および2人零和微分ゲームへの感度理論の適用について論じ、さらにN人非零和分布定数微分ゲームについて研究し多くの成果を得ている。得られた成果の主なものを列挙すればつぎの通りである。

(1) ある種の連立線形偏微分方程式で記述される系の可制御性・可観測性の条件が、系を状態空間における一つの要素空間の固有関数を用いて展開することにより得られるそれぞれ独立な可算個の集中定数系の可制御性・可観測性の条件により具体的に与えられることを示している。またこのことが、離散時間分布定数系のN段可制御性・N段可観測性の条件についても言えることを明らかにしている。さらに種々の例を考えることにより走査制御・走査観測の概念を明確にし、固有値の重複度数の重要性を指摘している。

(2) 分布定数系の種々のパラメータ変動に対し、感度関数を定義し、感度方程式を導出している。モデル方程式と感度方程式を連立させることにより得られる感度合成系を導入し、終端拘束条件をもつ最適制御問題に感度を考慮した最適制御のシンセシスを適用した結果、その有効性を示している。すなわち感度を考慮したシンセシスでは、通常のシンセシスと比較し制御エネルギーは少し大きくはなるが、シンセシスの主目的である終端拘束条件が、パラメータ変動の微小なるとき、はるかに精度よく満たされる。

(3) 感度を考慮した最適制御のシンセシスは、微小むだ時間遅れ系や変動する境界をもつ系のように、最適性の条件から実際に最適解を求めるのが困難である場合に用いた時、簡単な数値計算で制御目的をよりよく満たすという意味ですぐれた近似最適化手法であることを指摘している。

(4) 2人零和分布定数微分ゲームで終端拘束条件が課せられている場合にゲームが成立する条件を、最適制御問題における可制御性の理論を用いて明らかにし、さらにこの問題に対し感度を考慮した最適戦略のシンセシスを適用した結果、この場合にも最適制御問題の場合と同様、その有効性を数値例により確認した。

(5) N人非零和分布定数微分ゲームに対し、Nash 平衡解、ミニマックス解、non-inferior 解のそれぞれの場合に、最適解の存在と一意性について考察している。さらに随伴系を導入することにより得られる開ループ解にもとづいて考えられるフィードバックシンセシスの満たすべき微分方程式とハミルトンヤコビの理論から得られる閉ループ解の満たすべき微分方程式とが、ミニマックス解、non-inferior 解の場合には一致することを示している。

これを要するに、本論文は分布定数系の制御問題に関する独創的研究であり、特に最適制御問題への感

度理論の積極的導入，多人数制御者あるいは一義的に決定できない評価基準に対応するための微分ゲームの考察などは，学術上，実際上寄与するところが少なくない。よって，本論文は工学博士の学位論文として価値あるものと認める。