

氏 名	笠 原 勇 二 かさ はら ゆう じ
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	論 理 博 第 598 号
学位授与の日付	昭 和 53 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学位論文題目	<b>Spectral theory of generalized second order differential operators and its applications to Markov processes</b> (一般化2階微分作用素のスペクトル理論とそのマルコフ過程への応用)
論文調査委員	(主査) 教 授 渡 辺 信 三 教 授 吉 沢 尚 明 教 授 伊 藤 清

### 論 文 内 容 の 要 旨

一般化2階微分作用素のスペクトル理論は主として M. G. Krein によってうちたてられた。それは物理学的には弦 (string) の質量分布とそのスペクトル関数との一対一対応に関するものであるが、数学的には古典的な Stieltjes モーメント問題や Stieltjes 連分数の理論、および2階微分作用素に関する固有関数展開理論などを包括し、解析学や確率論の諸問題と深くかかわる重要な理論である。又一般化2階微分作用素の概念は、一次元拡散過程の研究において W. Feller によっても導入され、一次元拡散過程や出生死滅過程を含むいわゆる一般化一次元拡散過程といわれる確率過程のクラスを記述する際に基本になる。

申請者の研究はこの理論において弦の質量分布とスペクトル関数の対応の漸近的性質をしらべ、その結果を確率過程の理論に応用したものである。確率過程への応用としては主として次元の一般化拡散過程についてその占有時間 (occupation time) の極限定理を精密にしらべた。この方面では Darling Kac の研究により一般のマルコフ過程の占有時間の極限分布が Mittag-Leffler 分布になること、又収束のための必要十分条件がマルコフ過程のグリーン関数の条件で与えられているが、申請者は上記の Krein の対応に関する漸近挙動に関する結果を用いて、この収束のための必要十分条件を一般化拡散過程を特性づける量であるところの速度測度 (speed measure) の条件で与えることに成功している。この占有時間の研究は参考論文 [1] で null-charge の場合に拡張されている。又こうした理論を含めて解析学でよく使われる Tauber 型の定理について特にその指数関数型のものを研究したのが参考論文 [2] である。

### 論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

Krein の対応の漸近的挙動については Marcenko, I. S. Kac 等によって、又確率論に関連する問題において Karlin-McGregor 等によって得られた結果があるが、申請者のこれに関する結果 (申請論

文の Theorem 2 及び 3) はこれらを含むほぼ完全な結果といえる。この証明(この証明自身、従来のものと比して簡単で明快なものになっている)において申請者は Krein の変換の homogeneity を巧妙に用い、この対応のある種の連続性とあわせて結果を得ている。Krein の変換そのものはきわめて複雑な非線型の変換であるが、その漸近的挙動に関しては Laplace 変換の Tauber 型の定理の類似がなりたち、その漸近挙動は Karamata の意味の regularly varying function の概念を用いて有効にのべられる。

この漸近定理は解析学や確率論の問題に重要な応用をもつが、この申請論文においてはマルコフ過程の占有時間 (occupation time) にそれが応用されている。Darling-M. Kac は占有時間を定義する関数が無限遠の方で 0 に近い場合には、その極限法則として必ずある位数の Mittag-Leffler 分布があらわれることを示し、その収束のための必要十分条件をマルコフ過程のグリーン関数の条件で与えた。ところで上記の漸近定理を用いることにより、1次元の一般化拡散過程に対してはその収束のための条件を一般化拡散過程の速度測度の条件で与えることが出来る。すなわちこの収束定理の索引圏 (domain of attraction) が速度測度の言葉で完全に与えられている。これは従来の Karlin-McGregor や Stone の結果を完成したものとして高く評価できる。さらに占有時間に関する極限定理は null charge の場合にまで参考論文 [1] によって拡張されているが、これらの結果は、最近種々の立場から多くの研究が進展しているところのマルコフ過程の極限理論において、一つの重要な場合の結果として注目されている。

このようにこの論文は解析学における一つの有用な定理を与え、又その応用はマルコフ過程の理論に重要な貢献をもたらしたものである。

よって、本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。