【 16 】

氏　　　名	兼田英二（かねだ えいじ）
学位の種類	理　学　博　士
学位記番号	理　博　第　522　号
学位授与の日付	昭和53年5月23日
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当
研究科・専攻	理学研究科数学専攻
学位論文題目	On local isometric immersions of the spaces of negative constant curvature into the euclidean spaces （負定曲率空間のユークリッド空間への局所的等長はめ込みについて）
論文調査委員	（主査）教授 戸田　宏　教授 永田雅宜　教授 楠　幸男

論 文 内 容 の 要 旨

申請者兼田英二の取扱った問題は，Riemann 空間の局所的等長はめこみに関するものである。一般に，n次元 Riemann 空間は$\frac{1}{2}n(n+1)$ 次元の Euclid 空間に局所的等長にはめこむことができるという，Janet-Cartan の定理があるが，ある種の Riemann 空間はもっと低い次元の Euclid 空間にはめこむことができる。例えば，n次元の正定曲率空間は n+1 次元の Euclid 空間に等長にはめこむことができる。一方，n次元の負定曲率空間は 2n−2 次元の Euclid 空間に，局所的等長には，はめこむことができないことが，大槻によって証明されている。

申請者が本論文でめざしたものは，この大規の結果において，Euclid 空間の次元をこれ以上あげることができないことを示す次の主定理の証明である。

主定理：n次元負定曲率空間は 2n−1 次元の Euclid 空間へ局所的等長にはめこむことができる。

主定理の証明の概略は以下の様なものである。

(M, g) をn次元 Riemann 空間とするとき，そのm次元 Euclid 空間 R^m への局所的等長はめこみ f は等長はめこみの微分方程式

$$P : g=f^{*}ds^{2}$$

の解として与えられる。微分方程式Pを1回微分してえられる微分方程式(Gauss-Weingarten の方程式)とPを合せてえられる系を $P^{(1)}$ であらわし，さらに，$P^{(1)}$ の可積分条件である Gauss の方程式をつけ加えてえられる系をQとする。方程式系Qの考察は本質的には純粋に代数的な形式的 Gauss variety の考察に帰着される。

$m\geqq\frac{1}{2}n(n+1)$ の場合には，Gasqui および田中が，一般のMについてこの系Qが包含的であることを示すことによって，Janet-Cartan の定理の証明を与えている。しかし，$m<\frac{1}{2}n(n+1)$ の場合には，形式的 Gauss variety は独立変数よりも多い数の方程式によって定義されることになり，事情が大いに異

なる。申請者は，(M, g) を負定曲率空間，$m=2n-1$ とすることによって，形式的 Gauss variety は空でない多様体となり，その接空間が代数的に好ましい性質をもっていることを証明した。その結果，この場合には $P^{(1)}$の開集合 $P_{\sharp}^{(1)}$ があって $Q_{\sharp}=Q\cap P_{\sharp}^{(1)}$ は包含的な微分方程式系をなす，という定理がえられた。この定理は主定理の局所的等長はめこみの存在を示すばかりでなく，それらの局所的等長はめこみが $n(n-1)$ 個の関数で parametrize されることも示している。

論文審査の結果の要旨

Riemann 空間の Euclid 空間への局所的等長はめこみについては，n 次元の Riemann 空間は $\frac{1}{2}n(n+1)$ 次元の Euclid 空間へ局所的等長にはめこむことができる，という Janet-Cartan の定理がある。一方，大槻によって，n 次元の負定曲率空間は $2n-2$ 次元の Euclid 空間に，局所的等長にはめこむことができないということが証明されている。

申請者兼田英二は，上の大槻の結果を補強するものとして，主定理：n 次元の負定曲率空間は $2n-1$ 次元の Euclid 空間へはめこむことができる，を証明した。

はめこみ問題は，等長はめこみの微分方程式，Gauss-Weingarten の方程式および Gauss の方程式よりなる系Qが包含的であることを示すことに帰着される。実際，Gasqui および田中は，この系Qを考察して Janet-Cartan の定理の証明を与えた。しかし，申請者の取り扱う低い次元の Euclid 空間へのはめこみ問題については，形式的 Gauss variety が独立変数より多くの方程式によって定義されているという困難性が生じる。申請者は負定曲率空間に対して，系Qの方程式の間の相互関係を明らかにし，上記の結果を証明することに成功したものである。

申請者の主論文は，等長はめこみ問題について一つの主要な結果を証明したものとして，高く評価することができよう。また，参考論文は等長うめこみについての労作であり，申請者の並々ならぬ研究能力を示すに十分である。

よって，本論文は理学博士の学位を授与する価値あるものと認める。