

氏名	志賀徳造
学位の種類	理学博士
学位記番号	論理博第650号
学位授与の日付	昭和54年5月23日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	An interacting system in population genetics (集団遺伝学におけるある相互作用系)

論文調査委員 (主査) 教授 渡辺信三 教授 吉沢尚明 教授 山口昌哉

論文内容の要旨

集団遺伝学において遺伝子頻度の時間発展を地域構造との関連で考察するために跳び石モデル (stepping stone model) というものが考察されている。それはコロニーとよばれる可算無限個の地域集団があり、各コロニー内では乱交配、突然変異により、又コロニー間では移住という相互作用によって遺伝子頻度の変化がひきおこされるものである。この論文における主要な結果はこの跳び石モデルをマルコフ過程として数学的に定式化してその構成を行い、そのマルコフ過程の可能な定常状態の記述、および時間の経過とともに定常状態へ移行する様相をくわしくしらべたものである。

まずマルコフ過程モデルの数学的構成に関する結果は次のようなものである。簡単のため対立遺伝子が2つの場合を考えるがその場合遺伝子頻度は区間 $[0, 1]$ 内の一点であらわされ、したがって各コロニーにおける遺伝子頻度の状態は区間 $[0, 1]$ をコロニーの数だけ並べた無限直積空間の一点であらわされる。このマルコフ過程はこの無限直積区間を状態空間とし、乱交配、突然変異、移住をあらわすパラメーターによって記述されるある無限変数の2階微分作用素をその生成作用素にもつものとして定式化される。そしてこのマルコフ過程の存在と一意性が無限変数の確率微分方程式の解の存在と一意性に帰着することにより示されている。

次にこのモデルの定常状態 (平衡状態) はこのマルコフ過程の不変確率測度として定義される。状態空間がコンパクトであるので不変確率測度の全体はコンパクトな凸集合をなす。したがってこの全体をきめるにはその端点をきめればよい。この点について申請者は次の結果を得ている。

- (i) まず突然変異があるときはエルゴード的、すなわち定常状態は唯一つであり任意の初期状態から出発するとこの定常状態へ移行していく。
- (ii) 突然変異がない場合には大きくいって、移住のパラメーターより定まるある可算状態マルコフ連鎖の性質によって3つの場合に分類されそれぞれの場合について次の結果が得られる。

第一の場合は定常状態の端点は2点であり、それぞれ各コロニーの頻度がすべて1の場合、すべて0の場合に対応する。任意の初期状態から出発するとこの状態の一次結合に移行する。すなわちこの場合はど

のコロニーの遺伝子の型も同一化する。

第二の場合は定常状態は多様に存在し、その端点は上のマルコフ連鎖の有界調和関数と1対1に対応する。ある初期状態から出発するとどれかの定常状態に移行するがその様相が解明されている。

第三の場合は、第一、第二と異なる現象をもつ例が与えられている。

論文審査の結果の要旨

申請者は集団遺伝学における跳び石モデルを区間 $[0, 1]$ の無限直積空間上のマルコフ過程として定式化しその存在と一意性を示したが、これは近年盛んに研究されている相互作用をもつ無限粒子系マルコフ過程の興味ある一例と考えられる。このようなマルコフ過程の研究は10年程前に統計物理における種々の現象をモデルとして米国の Spitzer ヤソ連の Dobrushin 等によって数学的に定式化されて以来急速に進展してきたものである。特に Liggett, Holly, Stroock 等によって重要な結果が得られている。申請者が跳び石モデルをこの無限粒子系マルコフ過程の一つの場合としてとらえたことは非凡な着眼である。一般にこの無限粒子系マルコフ過程では系を記述するために与えられたパラメーター（生成作用素）からこのマルコフ過程の存在と一意性を示すことが一つの難かしい基本問題となっている。この点申請者はある無限次元の確率微分方程式を解くことにより解決している。

この論文であつかわれているのはこのマルコフ過程の定常状態（平衡状態）の記述及びある初期状態から出発したときある定常状態への極限移行の問題である。この問題をしらべるのに申請者は上記の人達によって開発されていた一つの強力な研究方法であるところの共役過程（dual process）の方法を巧妙に用いている。この確率論的方法により内容要旨でのべた結果が得られたのであり、これはこのモデルの定常、内至、極限状態のあり方をほぼ完全に解明したものと見える。それは又集団遺伝学の立場からみても興味ある内容を含むものと考えられる。

申請者は無限粒子系マルコフ過程を中心にマルコフ過程に関し幅広い研究を行なって重要ないくつかの貢献があり世界の学会ですでに名のしられている研究者である。そのような研究のうちで特に無限粒子系に関する論文が参考論文としてあげられている。この申請論文は申請者がこの分野の研究にきわめて優れた手腕をもつことを示したものである。

よって、本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。