

氏名	澤口昭聿
	さわぐちしやういつ
学位の種類	文学博士
学位記番号	論文博第138号
学位授与の日付	昭和54年11月24日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	連続体の数理哲学

(主査)
論文調査委員 教授 辻村公一 教授 酒井修 教授 梶山雄一

論文内容の要旨

本論文『連続体の数理哲学』（A5版296頁、1977年5月、東京、東海大学出版会刊行）は、「序」、「序論」、第Ⅰ章 空間と運動、第Ⅱ章 数学における自同律・矛盾律、第Ⅲ章 連続体の認識論、から成り立っている。

「序」の中では本論文の意図が次のように定められている。すなわち、数学の基礎概念の中で「連続体」(continuum)は、感性的所与が直ちに論理化を必要とするという意味において、哲学に直接に関係する概念である。それ故、連続体についての数学的理論の内に伏在する幾多の哲学的課題を解明し、第二次世界戦争後、特に1960年代において驚くべき発達を遂げた数学的研究（数学基礎論を含む）によって露呈されてきた「連続体の本性」が要求する「新たなる数理哲学」を展開することが、本論文の意図である。

「序論」の中では、前記の意図に従って、連続体の本性の限定、連続体の問題の根本的問題点の指摘、それらにもとづく本論文の分節が次のように述べられている。すなわち、図形や集合を生産する連続体の本性は運動であり、運動は空間における位置の変化と規定される。運動を直接に論理的に思考すれば、それは矛盾となる。それ故、連続体の問題の根本的問題点は、運動と論理的思考の原理との不一致乃至矛盾に存する。この矛盾とその解消へ向う努力とが根本的動力となって、連続体に関する数学的理論の歴史的発展が生じてきたのである。このような事情は同時に、論理的思考の原理たる「自同律・矛盾律」の意味への新たなる反省を必要とする。以上の考察を経て、現段階における連続体の問題について認識論的省察がなされる。従って本論文は、Ⅰ空間と運動、Ⅱ数学における自同律・矛盾律、Ⅲ連続体の認識論、の三章に区分される。ⅠとⅡとは、本論文の主要部たるⅢへの準備である。

第Ⅰ章 空間と運動。本章は歴史的には、ユークリッド幾何学に代表される古代ギリシアの数学との対比における Leibniz の微積分法の発見から19世紀後半における Cantor と Dedekind とによる（古典的）集合概念の発見に至るまでの考察である。その考察を導いている基本的テーゼは、「直観的空間を前提すれば、運動が否定され（Zenon の逆理）、逆に運動を前提すれば、空間の連続性が否定される（Leibniz の運動論における creatio continua の導入）」ということである。ユークリッド幾何学に代表される古代の

数学は「図形の数学」として直観的空間を前提しており、数学的認識の内への運動の侵入は極度に抑止されている。それに反して Leibniz から始まる近代の数学は「運動の数学」として運動を前提する。図形の数学から運動の数学への転換には思考法の転換が必要であり、思考法の転換には、それを可能にする新たな基礎概念の発見がなければならず、これが結局（古典的）集合概念である。

古典的集合概念を根拠とすることにより、それ以前において矛盾、パラドックスと目されていたものは、ことごとく解決されると考えられた。集合概念は多くの側面で近代哲学の基礎概念である「主観乃至主体」と深く関係している。すなわち、集合を基礎概念として数学を建設することによって、数学の対象は認識主観と分離できない仕方では思考されることになる。集合概念の主観的乃至主体的性格は所謂「選択公理」(axiom of choice) によって最も徹底した形で実現されている。

然るに古典的集合論は所謂集合論のパラドックスを露呈するに至る。ここにおいて吾々は論理的思考の原理たる「自同律・矛盾律」に向って新たな反省を行わざるを得なくなる。

第Ⅱ章 数学における自同律・矛盾律。本章においては、論理学の原理乃至原則とされている自同律・矛盾律を、数学の内におけるその原理の使用法を考慮して、次の三つの段階に区別する。(1) 対象に関して自同律・矛盾律が非分離的に使用される場合であり、これは古代ギリシア数学において図形の幾何学的考察の内に見られる。(2) 対象に関して自同律・矛盾律が分離されて使用される場合であり、これは19世紀の古典的集合論に見られる。古典的集合論において両原理が分離的に使用されていることは、例えばその集合論が露呈する二種のパラドックスからも明らかである。すなわち「論理のパラドックス」—例えば Cantor のパラドックス, Russell のパラドックス—は、自同律を維持し矛盾律が成立しないという性格のパラドックスであり、それに反して「意味論のパラドックス」—例えば「虚言者のパラドックス」—は、矛盾律を維持し自同律を否定するという性格のパラドックスである。対象に関する自同律・矛盾律による思考法からは、(1), (2) の場合とも排中律は自動的に帰結する。併し、排中律が成立しないような論理体系が必要となる場合には、対象に関する自同律・矛盾律によって思考してはならないことになる。(3) それが命題に関する自同律・矛盾律が考えられねばならない場合である。それは記号的に $A \rightarrow A, \sim(A \& \sim A)$ と表現されるが、このような自同律・矛盾律にもとづく体系は記号論理学を使用する。ここにおいて排中律は、自同律・矛盾律から独立な原則であり、その否定も充分許容されることになる。排中律の成立しない体系は、古典的集合論を越えるとき直ちに出現する。かくして論理的思考は以上の三段階に分けられるが、これらの論理の原則を、思考の対象が満たさねばならない条件の強弱という点から見れば、第1段階が最も強く次第に弱くなる。

ここにおいて論者は「矛盾」を「論理の原則に反すること」と定義する。そうすると三種の矛盾が存在することになる。第一種は非分離的な自同律・矛盾律に反する場合であり、第二種は分離的な自同律に反する場合と分離的な矛盾律に反する場合であり、第三種は命題に関する自同律に反する場合とその矛盾律に反する場合である。矛盾のこの定義によれば、第一種の矛盾が一番弱く、第三種の矛盾が最強であることになる。

ここにおいて「矛盾の解消」とは如何なることであるかが明らかとなる。それは高い段階の論理に移行することにより、その段階の原則に反しなくなることである。実際、古典的集合論において、それ以前の

矛盾，パラドックスがすべて解消するのは，このためである。

第二段階から第三段階に至って現代の連続体の理論となるが，そこでは古典的集合論のパラドックスは消滅するのである。現代の連続体理論は集合論のパラドックスの超克を条件として成立するのである。かくして吾々は第三章へ移る。

第三章 連続体の認識論。本章は，連続体理論乃至集合論の細部に立ち入った概観とそれについての認識論的反省とを，内容としている。

(1) 連続体理論の現状は，Zermelo-Fraenkel の公理系 (ZF) 乃至 Gödel-Bernays の公理系 (GB) 一両者は根本的には同値である—という公理的集合論が一方の極に位し，実証主義的な記述的集合論が他方の極に位し，その中間に幾つかの体系を可能にするさまざまな公理が提起されているということである。その場合，各体系内部には矛盾はないが，一つの体系と他の体系とでは相矛盾した公理が立てられている。このような事態が成立する根拠を明らかにするのに先立って，現代における公理的集合論と記述的集合論に言及して置かねばならない。

(2) 19世紀の古典的集合論を真に凌駕する現代の公理的集合論の性格は，Gödel のモデル \mathcal{M} と Cohen 拡大とに最も顕著に現われている。Gödel のモデル \mathcal{M} は，古典集合論における普遍類 (古典的集合の全体) に相当するモデルであるが，このモデルは，古典的普遍類について予想されていたその性質を殆どすべて定義したり証明したりして，古典的普遍類を形式主義の枠内に再建し確定したという意義をもつものである。このような古典的普遍類の諸性質の確定は，その普遍類の外部の集合にまで認識を拡大することへと導く。これが Cohen 拡大であるが，古典的普遍類の外部の集合とは，そこでは元が集合に属するか否かが然りと否という二値的な仕方では決定され得ない集合であり，論者はかかる集合を哲学的には，吾々が存在を決定する決断の領域を，集合論の内部において表現しているものと解している。

(3) 他方，記述的集合論は，直観を超越せる公理的集合論とは異なり，19世紀末頃のフランスの実証主義の影響を受けて成立した立場である。その特色は，最も単純にして基本的な図形から出発して一定の操作規則に従って集合を構成して行くことに存する。記述的集合論は公理的集合論と対極を成すのみならず，相互に矛盾する。何故ならば，公理的集合論を成立せしめる「選択公理」と，記述的集合論において図形的性質を完全に実現せしめる「決定性の公理」(axiom of determinateness) とは，相容れないからである。

それでは，かくの如く公理的集合論と記述的集合論とを両極として，その中間に種々なる理論を成立せしめる諸々の公理が並列するという現状は，一体如何なる諸根拠にもとづいているのか。

(4) その根拠は次の三つのことに存する。第一に，相矛盾した体系の並列が許容されるのは，それらの体系が形式的体系であり，形式的体系は本来仮説的知識であるからである。第二に，古典的集合論の普遍類の外部の集合の認識が連続体理論で使用され，その外部の集合は古典的には矛盾した集合であるからである。

第三に，上記の事態に一層立ち入ってその根拠を探究すれば，次の如くなる。すなわち集合論における客観性の根拠は二つある。一つは古典的集合概念であり，他の一つは古代の図形概念である。客観性のこの二つの根拠に応じて，集合論は超越的な公理的集合論と実証的な記述的集合論との二つに分裂するの

である。換言すれば、この分裂の根拠は、図形と集合とが運動を中間として不可避的な矛盾関係に立っていることに存する。しかも、この矛盾は命題相互間の矛盾であるからして、最強の矛盾であり、解消不可能である。従って体系の分岐は必然的となる。

(5) 上述の現状とその根拠にもとづいて、単一な連続体理論の不可能性が帰結される。すなわち、連続体は一挙に単一の理論の内で把握されることは不可能であり、常に多くの体系への分岐という仕方での認識が深化される。このことは、論理的に何等不都合ではなく、連続体が元々自然学的対象として、それについての理論が仮説的であることを、指示している。

(6) 結語、連続体理論の現状の要約。上述の諸根拠にもとづいて现阶段の連続体理論は、公理的集合論と記述的集合論とを両極として、その中間に幾つかの体系を可能にする多種多様な公理が提起されている。それらのうちで注目に値するのは「可測基数の公理」と「Martin の公理」とである。両者とも中間に位置づけられるが、前者は「選択公理」と矛盾しない点で幾分公理的集合論に近づいた公理であり、後者は幾分か図形に近い。Martin の公理で注目すべきことは、Cohen 理論における普遍類の拡大 (Cohen 拡大) と図形的性質との関係を与える点にある。

論文審査の結果の要旨

数理哲学の研究は、本論文においてもその一端が窺えるように、第二次世界戦争以後、著しい進歩を示している。併し、本邦におけるその方面の研究は、概して個別的問題についての研究であるか、もしくは数学における形式主義的体系の言語となる記号論理学に関する研究である。それに対して、本論文の根本性格は、数学の基礎概念の中で哲学に直接に関係する連続体 (continuum) について、一定の根本的洞察にもとづいてなされた包括的研究として特色づけられる。数理哲学の分野における根本的にして全般的な研究という点で本論文は、調査担当者の知る限りでは、田辺元博士『数理哲学研究』(1925年)、下村寅太郎博士『無限論の形成と構造』(1944年)、永井博博士『数理の存在論的基礎』(1961年)に続く労作であるとともに、前三者においては時代的制約のため論究不可能であった最新の諸問題をも克明に取扱っている。次に哲学的観点から見て本論文の優れた諸点を指摘する。

I 根本的洞察乃至着眼点の首尾一貫性。本論文の根本的着眼点は、連続体の本性を最も広い意味での運動として規定し、運動は矛盾を本質的契機とするということである。このような着眼点は必ずしも論者の創見とは言えない。併しその着眼点の首尾一貫性は極めて徹底しており、直観的空間と運動との矛盾から出発して、数学の歴史を、それについての豊富な知識を駆使しつつ、矛盾とそれを解決せんとする努力と一応の解決に達した後に更に形を変えて激化して現われてくる矛盾として精細に追究して、現代における連続体理論の多元性という事態を、連続体という事柄自身の含む矛盾の帰結として説明するに至ったのは、論者の創見と言わざるを得ない。

II 集合論の基本構造に関する創見。連続体の本質的契機である矛盾は、連続体が論理化されて集合となった場合には、集合の「一」とその要素の「多」として現われてくる。すなわち、集合概念乃至集合論の基本的構造は「一にして多」として特色づけられ、その場合「一」と「多」とは、一方を他方へ還元することの出来ない集合論の本質的契機である。古典的集合論成立以前の数学的思考の根本性格は、「一

乃至単位」(Eins oder Einheit)を根本としてそれを次々と集積して行くが故に、それは「一論」(Einsenlehre oder Einheitenlehre)として論者によって特色づけられる。それに対して、「集合論」(Mengenlehre)は初めから「一」と「多」とを構成契機として、それ自身の内に矛盾的に含むことによって「集合論」たり得ると、論者は考える。この見解は、Cantor以来現代までの集合論にどこまでも内在的に数理哲学省察を行った帰結として、「一にして多」という集合概念乃至集合論の基本構造に到達した論者の創見である。然るに、その基本構造は調査担当者をして、後期西田哲学における「世界の論理的構造」を形成する最も根本的な規定としての「全体的一」と「個物的多」との関係を想起せしめる。このことは、論者が西田哲学から全く独立に、数理哲学的考察を遂行した上で到達した見解であるだけに、それだけ一層吾々をして現代数学の最も普遍的基礎概念たる「集合概念」と後期西田哲学における「世界概念」との未だ明らかにされていない内面的聯関に思いを致さしめる。このことは勿論両者に於ける一と多との関係が全く同じであることを意味しない。

Ⅲ 自同律・矛盾律に関する見解。論者は論理学の原理たる「自同律・矛盾律」を、既述の如く、三つの段階に区別する。そして「論理学の原理乃至原則に反すること」を「矛盾」と定義し、従って三種の矛盾があることになり、その間に強弱関係を置いている。自同律・矛盾律に関する論者のかかる見解には、なお論議の余地があると考えられるであろうが、それが数学的研究及び数理哲学的考察の実際によって確証された見解という点では適切な段階的区分であり、その限りにおいて十分に説得的である。論者が「数学における自同律・矛盾律」として慎重な制限を附加する所以であるが、論者の見解は同時に、論理学、哲学におけるこの問題について新たなる省察を喚起するであろう。

Ⅳ 現代の連続体理論乃至集合論に関する見解。これは、「論文内容の要旨」に述べられたように、本論文の主要部たる第Ⅲ章の内容を成している。本論文全体について言えることであるが、論者の論議とその進行とは、特にこの第Ⅲ章において、極めて緊密であり、一つの節から次の節への移行には寸分の間もない。第1節から第6節までは、超越的な公理的集合論に関係した諸問題を究明し、第7節では公理的集合論の体系を実在の集合に接近させる方法についての問題を論じ、第8節、第9節は夫々記述的集合論とその特色をなす決定性の公理とを論究し、第10節から第12節までは、両極をなす二つの集合論の中間に介在して中間的な理論を成立せしめ得ると考えられる公理について説明している。論究の範囲は1974年頃までに発表された諸々の理論に及んでおり、それらの最近の連続体理論乃至集合論に関する論者の造詣の深さと広さとは驚嘆に値する。特に、「選択公理」、「Gödel のモデルⅡ」、「Cohen 拡大」等の哲学的意味の解明は、論者にして初めてなし得るところであろう。更にまた超越的な公理的集合論と実証的な記述的集合論との対立とその中間に位置づけられる諸理論とは、現代哲学における超越論的哲学と実証主義的哲学とその中間に位する解釈学的傾向の哲学とを、意図せずして、数理哲学の内に反映していると見做され得る。その他、連続体理論の一元性の断念すなわちその多元性と仮説性との承認も、現代哲学に通有な「絶対性への要求」(Absolutheitsanspruch)の断念の一つの現われとも見做され得る。現代哲学に対する本論文のこのような関係は、単に興味深いのみならず、本論文が数理哲学の領域における卓抜なる労作であることによって、同時に現代哲学の自己省察に寄与するところの多い力作であることを、示している。

併しながら、本論文にも多少の欠点と思われることが見出される。それらをまとめれば次のようになる。

I 二、三の箇所における歴史上の哲学に関する理解の疎略。これは、例えば、パルメニデスの所謂三つの道に関する箇所、矛盾律否定に対するアリストテレスの論駁の箇所等に見出される。

II 若干の箇所における表現の不的確性乃至不明瞭性。「完全に imagination の数学である古代幾何学」とか「哲学的思考の特色は概念を絶対的なものとして考えるところにある」という表現は誤解を招き易いし、場合によっては間違いとなる。「超越的」という表現は元来多義的であるが、本論文の中でもその意味の不明瞭な箇所が二、三見出される。

III 更に望蜀の感を述べる事が許されるとすれば、数理哲学の著作である故に弁証法を使用することは出来ないであろうが、集合論的思考法と弁証法との異同を哲学的見地から更に判明にすることが望ましい。更にまた論者の言う「数学的実在」乃至「数学的存在」が記号論理学で言われる存在つまり「論理的存在」と区別されることは明らかであるが、前者が何を意味するかは、必ずしも十分積極的に規定されていない。併し、この問題の追究は「連続体の認識論」の範囲を越えて、その存在論を要求することになるであろう。論者自身既に「集合論の基本構造」を言う以上、単なる認識論には留まり得ないであろう。

併しながら、如上の三点にまとめられる欠点と目されることは、明確に限定された問題を極めて徹底的に首尾一貫して追究した本論文の根本的筋道には累を及ぼさない瑕瑾であるか、もしくは本論文の意図した事柄を越える要望であるかに過ぎず、上述の如き本論文の卓越性を損うものではない。一言で要約すれば、本論文は、最近の難解なる数理哲学に精通せる数少ないエキスパートの一人によって書かれた精緻なる労作であり、数理哲学のみならず現代哲学の自己理解にも貢献するところ大なるものと判断される。

よって、本論文は文学博士の学位論文として価値あるものと認められる。