氏　　　名	前田　茂（まえだ　しげる）
学位の種類	工　学　博　士
学位記番号	論工博第1379号
学位授与の日付	昭和56年3月23日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	A DIFFERENTIAL GEOMETRIC STUDY OF DISCRETE SYSTEMS （離散系の微分幾何学的研究）
論文調査委員	（主査）教授 池田峰夫　教授 大矢勇次郎　教授 上田　顯

論文内容の要旨

本論文は，離散時間系の諸性質を微分幾何学的な視点から研究し，特に正準構造をもつ離散系とその対称性を詳細に論じたもので，8章から成り立っている。

第1章では，離散系の研究に関する沿革や最近の発展に触れ，離散系の問題をさらに広い観点から研究するため，微分幾何学的な取扱いについて予備的な考察を行っている。

第2章では，本論文に現れる基礎的概念を定式化している。すなわち，離散系を多様体上の写像とみなして，離散系の保存量，擬保存量，対称性作用素などを定義し，特に正規型の離散系についてこれらの概念の性質を詳しく調べている。

第3章では，余接バンドル上の離散系を取扱い，ハミルトン力学系に固有な2性質を仮定して，正準構造をもつ離散系の概念を導いている。このような正準構造は，離散系の対称性理論の基礎をなすものである。事実，正準構造をもつ離散系において，（擬）保存量が対称性理論で果す役割を明らかにするとともに，リー変換論によって対称性作用素の形を求めている。

第4章では，正準構造をもつ離散系を差分空間（接バンドルを離散化したもの）の上で取扱っている。すなわち，離散型の変分原理から出発して，差分空間内の座標変換や離散型ルジャンドル変換の性質を論じ，さらに運動学的対称性が1次保存量（運動量に関して斉1次の保存量）と密接に関係することを示している。

第5章では，離散系と連続系とを比較する目的で，自然力学系に対応する離散自然系を考え，その運動学的対称性群を研究している。まず，離散自然系の運動学的対称性群は，i）ある条件のもとでアフィン変換群の部分群となること，ii）配位空間が平担でない定曲率空間の場合に，連続系の運動学的対称性群の真部分群になることを示している。次に，離散ユークリッド系の運動学的対称性群は，対応する連続系の運動学的対称性群と一致することを示し，高次の運動学的対称性を許容する離散ユークリッド系を完全に決定している。

第６章では，このような離散ユークリッド系について，すべての２次保存量を求めるとともにそのリー代数構造を調べている。まず，固有でない２次保存量（１次保存量の２次形式で表わされるもの）は，連続系の場合と同じであることを示している。固有な２次保存量については，ポテンシャル関数が座標の２次以下の多項式のとき，連続系の場合と同じリー代数構造をもつものが存在するが，他のポテンシャル関数では，このような２次保存量は存在しないことを見出している。一方，離散系特有の２次保存量で，解の周期性等を反映するものが存在することを示し，ある種の系では，軌道の様相の変化が対称性群の変化に対応することも明らかにしている。

第７章では，離散系の正準構造に関連して，最適制御問題における離散型最大原理に言及している。最大原理では，与えられた制御系（Ａ系）から変数の多い新しい系（Ｂ系）が導かれるが，Ｂ系がＡ系の余接バンドルへの持上げとみなされること，Ａ系の対称性作用素とＢ系の１次保存量との間に，リー代数としての同形写像が存在することを示している。

第８章では，離散系と連続系の関係に簡単に触れたのち，将来の問題を提起している。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

最近の多様体論やリー群論の発展に伴い，力学系，制御系などの種々の系について微分幾何学的な研究が盛んになってきた。その中でも，正準構造の問題は対称性（不変性）理論の基礎をなすもので，それについて数多くの研究が発表されている。著者は，このような背景のもとで，離散系，すなわち常差分方程式系について，その正準構造と対称性の問題を研究してきたが，本論文はその成果をまとめたもので，主な結果は次のとおりである。

１． 与えられた離散系を多様体上の写像とみなして，離散系の保存量，擬保存量，対称性作用素などを定義し，それらの性質を正規型の離散系について詳しく調べている。

２． 多様体の余接バンドル上の離散系に対して正準構造を導入し，このような構造をもつ離散系において，（擬）保存量が対称性理論で果す役割を明らかにするとともに，リー変換論によって対称性作用素の形を求めている。

３． 通常，速度ベクトルは前進差分によって離散近似されるが，後者は多様体上では接ベクトルとならないから，前進差分を用いて接バンドルを定義することは不可能である。そこで，著者は，接バンドルに代るものとして差分空間の考えを提案して，正準構造をもつ離散系を差分空間上で取扱い，運動学的対称性と１次保存量（運動量の１次形式）との関係を解明している。

４． いわゆる自然力学系に対応して離散自然系を導入し，その運動学的対称性群は，離散ユークリッド系では連続系の場合と一致するが，それ以外の系では連続系の場合の部分群となることを見出している。

５． 高次の運動学的対称性をもつ離散ユークリッド系を完全に分類し，各々の系について，すべての２次保存量（運動量の２次多項式）を求めるとともに，そのリー代数構造を調べ，自然力学系との類似点・相違点を明らかにしている。他方，離散系特有の２次保存量で解の周期性を反映するものを見出し，ある場合には，軌道の様相の変化が対称性群の変化に対応することも示している。

６． 離散系の正準構造の立場から，Katz の離散型最大原理を拡張し，その対称性を余接バンドルの考

えを用いて明らかにしている。

離散系に対する正準構造の導入と差分空間の提唱とは，著者の創意によるものであって，このような考え方は，種々の力学系の解明に役立つものと思われる。

要するに，本論文は，離散系の正準構造の問題を微分幾何学的立場から研究し，いくつかの新知見を得たものであって，理論上貢献するところが多いだけでなく，工学における力学系，制御系などへの応用も期待される。

以上の理由から，本論文は，工学博士の学位論文として価値あるものと認める。