（ 続紙 １ ）

京都大学	博 士（ 理 学 ）	氏名	社本　陽太
論文題目	Hodge-Tate conditions for Landau-Ginzburg models (Landau-Ginzburg模型に対するHodge-Tate条件)		

（論文内容の要旨）

代数多様体上に代数的な関数fが与えられると，外微分dの代わりにd+dfという微分によって通常のde Rham複体をひねった複体が得られる．これに付随するコホモロジー群は代数幾何学や数理物理学において興味深い対象であり，盛んに研究されている．本論文では，このコホモロジー群に関してKatzarkov, Kontsevich, Pantev（以下，KKPと略す）によって提案された二つの問題が研究されている．

一つ目の問題は，このコホモロジー群上に誘導される二つのフィルトレーションの関係である．Kontsevich, Esnault-Sabbah-Yuの研究より，このコホモロジー群は不確定ホッジフィルトレーションを持つ．一方，0でない複素数τについてd+τdfという微分に伴うde Rham複体のひねりを考えることで，複素直線から0を除いた空間上の局所系が得られ，そのモノドロミーのベキ零部分のウェイトフィルトレーションが得られる．適切な条件の下では，この二つのフィルトレーションに同伴する次数付きベクトル空間の斉次部分の次元に関する等式が成り立つ，という予想がKKPによって提案された．（正確には，二つめのフィルトレーションは別のベクトル空間上のベキ零写像のウェイトフィルトレーションとして与えられた．上に述べたものと同値であることは本論文で明確にされている.）

二つ目の問題は，複素直線上に自然に誘導される正則ベクトル束の延長に関するものである．複素数λを用いてλd+dfという微分に伴うde Rham複体のひねりとそのコホモロジー群より，複素直線上の正則ベクトル束が得られる．(正確にはλが0 になるところでは適切な修正が必要になる.)KKPはこれを複素射影直線上の正則ベクトル束に延長する標準的な方法を提案し，適切な条件のもとでは射影直線上の直積束と同型なものが得られることを予想した．

本論文では，二つの主張を同時に確かめるための代数幾何的な条件(Hodge-Tate条件)を導入している．そのために，複素数の組(λ, τ)によってパラメータづけられた微分λd+τdfとde Rham複体を修正して得られるKontsevich複体のコホモロジー群より得られる複素平面上の正則ベクトル束を考える．これは自然に有理形平坦接続を持ち，トーラス作用に関して同変になる．そして(λ, τ)=(1,0)に対応するベクトル空間上には，トーラス作用から誘導されるフィルトレーションと有理形接続から誘導されるベキ零写像のウェイトフィルトレーションが定まる．その上で，まずこれらが混合Hodge構造をなすことが証明された．そして，この混合Hodge構造がHodge-Tate条件を満たせばKKPの二つの主張が成り立つことが証明されている．さらに，この混合Hodge構造を，別の二つの混合Hodge構造と結びつける完全列が与えられた．後の二つの混合Hodge構造を調べるための古典的な方法を用いることで，十分条件が成り立つかどうかを判定する簡明な方法が得られている．この判定法によって，２次元と３次元のいくつかの興味深い例の場合に，KKPの二つの主張が成り立つことが証明された．

（続紙 ２ ）

（論文審査の結果の要旨）

Katzarkov-Kontsevich-Pantevによって提案された二つの問題は，「非可換Hodge理論」を定式化しようという試みの中で提案されたものであり，それ自体が興味深い．特に二つ目の問題は，特異点論やミラー対称性の研究において重要な役割を果たす原始形式やFrobenius多様体を構成する際に本質的な性質と関係していて意義深い．しかし，このような問題を研究するための一般的な手法はあまり開発されていなかった．実際，先行研究では個別の例が具体的な計算によって調べられていた．

本論文では，古典的なHodge理論を用いてこの二つの問題に取り組むための一般的な手法が提供されている．すなわち，二つの問題における主張が成り立つための十分条件が，あるコホモロジー群上の混合Hodge構造の性質として与えられている．

そして，この十分条件から幾何学的に簡明な判定法が導かれ，２次元や３次元における具体的な例の場合にKatzarkov-Kontsvich-Pantevによる二つの主張が成り立つことが証明されている．２次元の例では，LuntzとPrzyjalkowskiによる先行研究があり，二つの主張のうち，次元の一致は詳細な計算を遂行することで確認されていた．しかし，本論文の方法はそのような計算を必要とせず， fが定義されている代数曲面の有理性，および，fの極が射影直線の和である，という二つの非常に簡単な事実から，より強い結果がただちに得られている．また，３次元の例に関する先行研究では，Harderによる部分的な計算はあったものの，次元の一致も証明されてはいなかった．以上のことより，本論文で与えられた十分条件や判定法は強力で実用的なものであると考えられる．

ある代数的関数がFano多様体のミラーの候補として構成されても，付随する導来圏の同値や量子D加群やフロベニウス多様体の同型をただちに得るのは難しい場合が多い．より調べやすい本論文の条件を確かめることが，そのような候補に関する研究における一つの指針になると考えられる．

本論文の十分条件において重要な$(\lambda,\tau)=(1,0)$に対応するベクトル空間は，関数fに付随するBeilinson関手を用いて構成されるD加群のコホモロジー群であり，このことからも一般論を用いて，このベクトル空間上の混合ホッジ構造の存在を示すことはできる．しかし，そのようにして得られた混合Hodge構造のウェイトフィルトレーションが，Katzarkov-Kontsevich-Pantevが提案したようなベキ零写像に関するウェイトフィルトレーションをずらしたものと一致するかどうかは，非自明な問題である．本論文では，Deligne，Steenbrink，Guillen，Navarro Aznarによって開発された混合Hodge複体に関する理論を適切に用いて混合Hodge構造を構成することで，この困難を乗り越えている．

よって，本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める．また，平成３０年１月１６日，論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果，合格と認めた．

要旨公表可能日：　　　　　年　　　月　　　日以降