

(続紙 1)

京都大学	博士 (理学)	氏名	中村 ちから
論文題目	Asymptotic behaviors of random walks; application of heat kernel estimates (ランダムウォークの漸近挙動について ; 熱核評価の応用)		

(論文内容の要旨)

本論文は中村ちから氏が博士後期課程の間に執筆した3編の論文を thesis 形式にまとめたものであり、最初の論文は熊谷隆教授との共著、最後の論文は Stanford 大学の Amir Dembo 教授及び熊谷隆教授との共著である。本論文では熱核評価を応用して、ランダム媒質中のランダムウォークや、ランプライターウォークと呼ばれるある配置空間上のランダムウォークの漸近挙動を解析している。後者の簡単な例としては、ある群と位数2の巡回群の輪積の上のランダムウォークが挙げられる。本論文の主結果は以下の3つである。

- I) ランダムコンダクタンス上のランダムウォークに対する重複対数の法則の導出
- II) ランダムコンダクタンス上の連続時間ランダムウォークの escape rate の解析
- III) フラクタルを含むグラフ上のランプライターウォークのカットオフ現象のスペクトル次元に基づく判定

グラフ上のランダムウォークの漸近挙動を、熱核評価などのポテンシャル論を用いて解析する方法は古くから知られている。中村氏の研究は近年研究が盛んなランダムコンダクタンスモデルを始めとするランダム媒質や、ランプライターグラフと呼ばれる体積増大度が指数増大するようなモデルに熱核の手法を応用させるものであり、重複対数の法則や escape rate、またカットオフ現象といった、ランダムウォークの漸近挙動に関連する興味深い性質を導き出すことに成功している。

I) ではランダム媒質中の離散時間ランダムウォークについて、その熱核の長時間挙動の評価を仮定して、出発点からの距離の上極限と (距離の最大値の) 下極限に関する重複対数の法則が示されている。長時間の熱核挙動の仮定は優臨界パーコレーションを始めとする重要なランダム媒質において成り立つことが知られているので、この結果は多くの例を含んでいる。上極限に関する重複対数の法則については特別な場合に先行研究があるが、この研究ではより一般の範疇でこれらの重複対数の法則を証明している。さらに媒質にエルゴード性を仮定した場合には極限で現れる定数が媒質の取り方によらず一定値を取ることも証明されている。

II) ではランダム媒質中の連続時間ランダムウォークについて、離散時間の場合と同様の重複対数の法則とともに、escape rate と呼ばれる十分時間が経った際に粒子が出発点からどのくらい離れた位置にいるかについて積分テストの形で判定する結果が得られている。ランダム媒質上のランダムウォークについてこの精度で escape rate を議論したのは、本論文が最初であると思われる。

III) ではフラクタルグラフを典型例とする劣ガウス型の熱核評価を持つグラフについて、対応するグラフの増大列上のランプライターウォークのカットオフ現象の有無が元のグラフのスペクトル次元と呼ばれる量で決まることが示されている。有限状態マルコフ連鎖の分布は規約で非周期的ならば定常分布に収束することは古典的な事実であるが、いくつかの増大するグラフの列に対してはその収束がある時刻を境に急激に起こることが 1980 年代に Diaconis, ShahShahani, Aldous らによって示された。その背景にある機構が何であるかは多くの研究者の興味を惹き、一般論と具体例の両面から活発に研究が行われてきた。ランプライターウォークの場合にはスペクトル次元が2より大きい遷移的な場合については、ハルナック不等式等を仮定することでカッ

(続紙 2)

トオフ現象が起こることが近年のMillerと Peresの論文でかなり一般のグラフにおいて証明されており、本論文でもその結果を援用している。一方でスペクトル次元が2より小さい強再帰的な場合については、知られている結果は元のグラフが一次元格子の場合のみであり、本研究によって上述の条件を満たす幅広い範疇のランプライトーウォークについてカットオフ現象が起きないことが明確になった。

(論文審査の結果の要旨)

論文内容の要旨に記したように中村氏の thesis 形式の博士論文は3編の論文をまとめたものである。最初の2編はランダムコンダクタンス上のランダムウォークに関する研究である。このうち上極限に関する重複対数法則は先行研究も存在するが下極限に関しては新しい結果であり、また古典的なランダムウォークの場合と同様に後者の方が技術的には難しい。さらに escape rate の積分テストによる判定は古典的な設定でも知られている限り最良の精度の結果であり、それをランダム媒質の場合に拡張したことは意義がある。熱核評価からこれらの結果を導く方針自体は標準的であるが、ランダム媒質の設定では通常は短時間での熱核評価が仮定できないことが工夫を要する点である。最後の1編はランプライトーウォークのカットオフ現象の有無を議論したものである。先述の通りとくに強再帰的な場合にカットオフ現象が起きないことは極めて特殊な場合にしか証明されておらず、それを広い枠組みで示したことは意義がある。さらにその証明においては元のグラフの被覆時間の揺らぎが大きいことを示すことが重要になっているが、その揺らぎの評価も当該論文の一般性の下では興味ある結果と思われる。この部分の証明はランダムウォークの局所時間の評価、とくに最近 Croydon によって示された連続性の評価を上手く援用することが一つの鍵になっている。

論文題目の後半に「熱核評価の応用」とあるが、実際に応用するにあたっては問題ごとに非自明な努力が必要となっており、それぞれ十分に評価に値する。また本論文の研究は、重複対数法則の極限に現れる定数の確率論的な意味づけや、カットオフ現象が起きないときの定常分布への収束の様子など、興味深い将来の課題を提起するという意味で新しい研究の起点ともなるであろう。また博士論文には含まれていないが、参考論文として挙げられている“Lamplighter random walks on fractals” (熊谷教授と共著)は中村氏が修士課程で行った研究が基になった論文であり、この論文は Journal of Theoretical Probability という国際誌に掲載が決まっている。

なお中村氏の学位は、KTGU 数学系サブユニットが進めるスーパーグローバルコースによる学位となる予定であることを附言しておく。今回の博士論文はスーパーグローバルコースの規定に従い、Dembo 教授にも査読を依頼した。同教授は中村氏の博士論文を“the novelty in these three works makes Nakamura’s thesis definitely worthy of a PhD degree”と評価している。

学位論文審査にかかる公開講演とそれに伴う口頭試問においても、非専門家にも分かりやすい形で自身の研究内容をまとめ、試問にも的確に答えた。とくに上述の将来の課題についても中村氏はいくつかの具体的な展望を示した。

よって本論文は博士(理学)の学位論文として価値あるものと認める。また、論文内容とそれに関連した事項について平成30年1月17日に公開講演および口頭試問を行った結果、合格と認めた。

要旨公表可能日： 年 月 日以降