カント論理学の形式的分析 (2)

五十嵐涼介 *

1.　はじめに

「カント論理学の形式的分析 (1)」により、判断の論理的意味論の基礎となるところの cod-構造が定義された。本節では、この構造にもとづいて「判断」一般に対する形式的な真理条件を定義する[1]。カントの論理学において扱われる「判断」は、表 1 に表示された判断表によって与えられている。しかしながら、この判断表はあらゆる判断のクラスを表わすものではなく、判断を分類する場合に用いられる諸要素を列挙したものであるという点に注意が必要である。また、判断の「量」および「質」に分類される要素は判断一般ではなく、いわゆる定言判断と呼ばれる判断のクラスにのみ関わるなど、この判断表によって規定される判断のクラスは、この表の要素の単純な組み合わせによって得られるわけではない。そのため、まずはどのような「判断」のクラスが考えられているのかについて概観する[2]。

2.　判断一般の構文論

まず、判断全体の構造は、判断の「関係」に従って「定言判断」、「仮言判断」、「選言判断」に区分される。定言判断はもっとも基本的な判断の形式であり、主語名辞と述語名辞が繋辞 (copula) によって繋がれたものである。一般に、「S は P である」という形で表記されるものがこれの判断形式である。定言判断はさらに、主語の「量」に従って三つの種類に区分される。第一のものは「全称」判断であり、これは主語が「すべての S」という形で全称的に考えられる。第二のものは「特称」判断であり、こちらは主語が「ある S」という形で特称的に考えらえる。最後のものは「単称」判断であるが、この判断形式についての詳細を扱うためには認識論・形而上学にまたがる議論を必要とするため、以下では詳しい説明を省くことにする。同様に、定言判断は主

量	質	関係	様相
全称	肯定	定言	必然
特称	否定	仮言	実然
単称	無限	選言	蓋然

表 1: 判断表

語と述語の関係に関して判断の「質」に従って分類される。「肯定」判断は主語と述語の結びつきを表現しているが、「否定」判断はこの結びつきを否定するような判断である。一般に、否定判断は「S は P でない」という形で表現される。一方、「無限」判断は述語が否定的であるような判断であると考えられる。この判断に関しても簡単な定義を与える。全称肯定、特称肯定、全称否定、特称否定の四つの判断は、伝統的論理学の歴史においてもっとも主要な考察対象となってきたものであり、本節の説明も主にこれらの判断について与えられる。

仮言判断および選言判断はこの定言判断を複合的に組み合わせたものであるが、このうち仮言判断は、二つの定言判断を「もし φ ならば ψ」という前提と帰結の形に結びつけたものである。一方選言判断は、定言判断における述語が「P または Q または R...」というように選言的な形をとっているものを言う。これらの判断については定言判断の簡単な拡張によって定義することができ、また以後の議論にも深く関わらない。よって、本節ではカントの記述に従って簡単な定義を与えるに留める。

最後に考えられるのが判断の「様相」であるが、これは他の分類に比べて特殊な分類である。というのも、この分類が関わるのは「判断においてあることがいかに主張されたり否定されたりするかという仕方」(JL, IX 108) であり、「判断されている事柄には決して関わらない」(JL, IX 109) のである。すなわち、この分類が関係するのはいわばフレーゲ的な判断の「力 (force)」であり、判断の真理条件には関わらないと考えられる。したがって、以下の説明ではこの分類についてはひとまず捨象し、判断されている「事柄」を表わすところの真理条件のみを扱うことにする。

以上の整理により、本論で主に扱う判断のクラスが同定された。このうち、以下で特に重点的に扱われる定言判断は、以下の表によって列挙される。

全称肯定	$S\,\mathbf{a}\,P$	全称否定	$S\,\mathbf{e}\,P$
特称肯定	$S\,\mathbf{i}\,P$	特称否定	$S\,\mathbf{o}\,P$

それぞれの判断に伴っている記号的表現は、その判断を形式的に表現する文字列である。以下ではこのような記号的表現に対して、cod-構造に基づいた意味論を与えていく。ここで、カントの論理学に現われる論理的な表現は、この定言判断のクラスと仮言・選言判断によって尽きているということに注意してほしい。したがって、現代の論理学の枠組みとは異なり、判断一般を自由に組み合わせるような論理的結合子は存在しない。この点はカントの論理体系の表現力に対して強い制限を加えている。

形式的な構文として与えられた判断は、二つの名辞を主要な構成要素として含んでいるため、われわれはまず名辞のクラス、およびその解釈の形式的な定義を与えなければならない[3]。まず、名辞のクラスは以下の定義によって与えられる。

定義 2..1. 名辞の集合（$\mathcal{T}$）は、以下の要素を含む最小の集合である。

$$\text{肯定名辞} \quad A_0, A_1, A_2, \ldots$$
$$\text{否定名辞} \quad \bar{A_0}, \bar{A_1}, \bar{A_2}, \ldots$$

3. 判断の真理条件

次に、名辞に対する「解釈」を以下のような名辞の集合から概念の集合上への関数として考える。

定義 3..1. 以下の条件を満たす関数 $[\![*]\!]: \mathcal{T} \longrightarrow C\backslash\{N\}$ を、名辞の解釈と呼ぶ。

$$[\![\bar{A_i}]\!] = \bar{a} \qquad \Longleftrightarrow \qquad [\![A_i]\!] = a$$

この定義では、解釈関数の終域は概念の集合から N を除いたもの ($C\backslash\{N\}$) になっているが、これはいわゆる「対立の正方形」(Square of Opposition) と呼ばれる推論を妥当とするためのテクニカルな要請である。この制限を除く場合は、個々の推論を解釈する場合に主語名辞の「存在措定」(existential import) を前提とすればよいため、本質的な要件ではない。解釈関数に対する条件は、肯定名辞と否定名辞が意味する概念が相互に矛盾対立していることを要求する自然な仮定である。以下では、S, P, M を名辞上を走るメタ変項として用い、特にそれらが否定名辞であることを表現する場合には $\bar{S}$ のように表記する。

解釈関数を定義したことにより、これと cod-構造とあわせて、判断の形式的な「モデル」の定義を以下のように与えることができる。

定義 3..2 (モデル)**.** 論理 L および解釈 $[\![*]\!]$ が与えられたとせよ。このとき、以下ように定義される組 $\mathfrak{M}$ を L のモデルと呼ぶ。

$$\mathfrak{M} := \langle S, [\![*]\!] \rangle$$

また、あるモデルが与えられたとき、その論理に属する構造 $\mathfrak{S}$ のもとで判断 φ が真であることを ‘$\mathfrak{S} \models \varphi$’ と表記する。

以上の定義により、判断に真理条件を与えるための前準備はすべて整った。以下では、個々の判断の具体的な真理条件を考察していこう。まず全称肯定判断においては、「一方の概念［主語］の範囲が他方の概念［述語］の範囲のうちに全面的に囲い込まれる」(JL, IX 102) ことが意味されている。一方で特称肯定判断はにおいては、「一方の概念［主語］の範囲の一部が他方の概念［述語］の範囲のうちに囲い込まれる」(*ibid*)。ここで「範囲」とされている語はしばしば「外延」と言いかえられる語であるので、この定義は概念の外延間の包含関係についてのものであると理解してよい。したがって、全称・特称肯定判断に対する真理条件は以下のように与えられる。

定義 3..3 (肯定判断)**.** 全称肯定判断 ($S\,\mathbf{a}P$) および特称肯定判断 ($S\;\mathbf{i}\,P$) の構造 $\mathfrak{S}$ における真理条件は以下のように与えられる。

$$\mathfrak{S} \models S\,\mathbf{a}P \overset{\text{def}}{\iff} \mathrm{Ext}([\![S]\!]) \neq \varnothing \ \wedge\ \mathrm{Ext}([\![S]\!]) \subseteq \mathrm{Ext}([\![P]\!])$$

$$\mathfrak{S} \models S\;\mathbf{i}\,P \overset{\text{def}}{\iff} \mathrm{Ext}([\![S]\!]) \cap \mathrm{Ext}([\![P]\!]) \neq \varnothing$$

次に全称否定判断および特称否定判断について見てみよう。否定判断一般が意味するのは、「主語が述語の範囲の外に定立される」(JL, IX 103) ということである。ここで問題になるのは、否定判断の真理条件において主語概念のもとに属する対象の存在が要求されるのかどうかである。換言すれば、主語概念にあてはまる対象が一切存在しないときに否定概念の真偽をどのように考えたらよいか、ということである。われわれの枠組みでは、「主語概念の外延が非空である」という条件が含まれるかどうか、という問題として捉えなおされる。この問題は伝統的論理学の解釈における主要な問題の一つであり、特にカントがどのように考えていたのかについて確定的な答えを出すことは難しい[(4)]。そこで以下では簡単のため、否定判断の真理条件は主語概念にあてはまる対象の存在を要求しないと考えよう[(5)]。このとき、全称否定判断および特称否定判断の真理条件は以下のように考えることができる。

定義 3..4 (否定判断)**.** 全称否定判断 ($S\,\mathbf{e}P$) および特称否定判断 ($S\,\mathbf{o}P$) の構造 $\mathfrak{S}$ における真理条件は以下のように与えられる。

$$\mathfrak{S} \models S\,\mathbf{e}P \overset{\text{def}}{\iff} \mathrm{Ext}([\![S]\!]) \cap \mathrm{Ext}([\![P]\!]) = \varnothing \qquad (\iff \mathfrak{M} \not\models S\;\mathbf{i}\,P)$$

$$\mathfrak{S} \models S\,\mathbf{o}P \overset{\text{def}}{\iff} \mathrm{Ext}([\![S]\!]) = \varnothing \ \vee\ \neg(\mathrm{Ext}([\![S]\!]) \subseteq \mathrm{Ext}([\![P]\!])) \qquad (\iff \mathfrak{M} \not\models S\,\mathbf{a}P)$$

この定義によれば、全称否定判断は特称肯定判断の、特称否定判断は全称肯定判断の単純な否定として理解される。

最後に「無限判断」の定義を与えよう。無限判断とはある種の否定的判断であるが、その否定が繋辞に作用する否定判断とは異なり、述語を否定するような判断である (cf. JL, IX 104)。このため、判断形式全体としては「肯定判断に数えらえる」(A 72/B 97)。したがって、無限判断のもっとも素直な解釈は以下のようなものであろう。

定義 3..5 (無限判断)**.** 述語 (P) が否定名辞であるような肯定判断を無限判断と呼ぶ。

最後に、仮言判断と定言判断の定義を見ておこう。まず、仮言判断についてのカントの説明は以下のようなものである。

> 仮言判断の実質は、根拠と帰結として相互に連結されている二つの判断からなる。それらの判断のうちの一方は根拠を含んでいて、前件 (antecedens,

prius) であり、それに対して帰結として関係する他方は、後件 (consequens, posterius) である。（中略）仮言判断における連結の形式は、定立する形式 (modus ponens 肯定式) か、あるいは廃棄する形式 (modus tollens 否定式) の二様である。

1. 根拠（前件）が真である場合には、それによって規定された帰結（後件）も真である。これは肯定式と呼ばれる。
2. 帰結（後件）が偽である場合には、根拠（前件）も偽である。これは否定式と呼ばれる。

(JL, IX 105-106)

この定義からわかるのは、仮言判断による連結は前件が真であれば後件も真であり、また後件が偽であれば前件も偽であるという性質を満たすものであるということである。これに加えて、仮言判断においては前件は蓋然的なものである（実際に真であることを含意しない）とされていることから (*ibid*)、おそらくカントは反実仮想的思考を取り扱いうるような含意関係を考えていたと思われる。しかしながら、このような特徴のみでは論理的に見て具体的な含意関係を特定することは難しい。したがってここでは、あくまで蓋然的なものとして、以下のような定義を与えておく。

定義 3..6 (仮言判断)**.** 同じ論理 S に属する二つのモデル $\mathfrak{M}_1$ と $\mathfrak{M}_2$ が解釈を共有していることを $\mathfrak{M}_1 \asymp \mathfrak{M}_2$ と書くことにする。このとき、仮言判断 $(\varphi \supset \psi)$ の真理条件は以下のように定義される。

$$\mathfrak{M} \models \varphi \supset \psi \quad \overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow} \quad \forall \mathfrak{N}\ s.t\ \mathfrak{M} \asymp \mathfrak{N}\ (\ \mathfrak{N} \models \varphi \implies \mathfrak{N} \models \psi\ )$$

このように定義される含意関係は、$S5$ 様相における厳密含意に一致する。このとき、φ および ψ のドメインは定言判断および選言判断を含むことがわかるが (6)、仮言判断をさらに連結したような仮言判断がありえるのかは不明である。次に、カントによる選言判断の定義は以下のようなものとなる。

この判断の形式は選言関係そのものにおいて成りたつ。換言すれば、さまざまな判断が、区分された認識の範囲全体を成す諸分肢であって、相互に排除し合いつつ、相互に補完し合うものとしてもつような関係を規定すること、において成りたつ。(JL, IX 106)

したがって、選言判断はいわゆる排他的選言 ($\veebar$) を用いて以下のように定義できる。

定義 3..7 (選言判断)**.** $P_1, ..., P_2$ を名辞とする。このとき、選言判断 $(S\,\mathbf{a}[P_1 \otimes \cdots \otimes P_n])$

の真理条件は以下のように定義される。

$$\mathfrak{M} \models S\,\mathbf{a}[P_1 \otimes \cdots \otimes P_n] \quad \overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow} \quad S\,\mathbf{a}P_1 \veebar \cdots \veebar S\,\mathbf{a}P_n$$

また、以下の議論のために、ある概念の外延が空でないことを主張する判断（存在判断）を以下のように定義しておく。

定義 3..8 (存在判断)**.** 存在判断 ($\boldsymbol{E}(S)$) の真理条件は以下のように定義される。

$$\mathfrak{M} \models \boldsymbol{E}(S) \quad \overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow} \quad \mathrm{Ext}([\![S]\!]) \neq \varnothing$$

以上の考察によって、考察するべき判断の真理条件はすべて定義できた。以後はこれらの判断の間の帰結関係を定め、この帰結関係の性質によって GL という論理体系の特徴付けを行う。まずは、判断の帰結関係を以下のように定義する。

定義 3..9 (帰結関係)**.** Γ を判断の集合とし、φ を判断とする。このとき、論理 L において帰結関係 $\Gamma \models \varphi$ が成りたつのは、L の任意のモデル $\mathfrak{M}$ において、以下が成りたつ場合である。

$$\forall \mathfrak{S} \in L\,(\,\forall \varphi \in \Gamma\,(\,\mathfrak{S} \models \varphi\,) \quad \Longrightarrow \quad \mathfrak{S} \models \psi\,)$$

以上の定義からの帰結として、まずは一般論理学において妥当であると考えられている論理的推論の妥当性を考えよう。これらの推論の詳細とその形式化は付録 A に記載しているため、そちらを参照してもらいたい。このような推論に関しては、以下の命題が成りたつ。

命題 3..10. 一般論理学の妥当な論理的推論を形式化した帰結関係は、すべて GL においても成りたつ (7) 。

この事実は、GL として形式化された論理体系がカントの形式論理学の性質を適切に反映しているということを示している。

さらに、カント自身は明示的に言及していないが、GL において妥当となる推論の例として以下のものがある。

命題 3..11. GL においては、以下の帰結関係が成りたつ。

$$\text{(i)} \quad S\,\mathbf{a}\bar{P} \models S\,\mathbf{e}P \qquad \text{(ii)} \quad S\,\mathbf{a}P \models S\,\mathbf{e}\bar{P}$$
$$\text{(ii)} \quad S\,\mathbf{i}\,\bar{P} \models S\,\mathbf{o}P \qquad \text{(iv)} \quad S\,\mathbf{i}\,P \models S\,\mathbf{o}\bar{P}$$

この命題は、無限判断が否定判断を含意するということを意味している。これらの推論の逆をあわせたものが、伝統論理学において「換質 (obversion)」と呼ばれる推論である。しかしながら、この逆方向への推論は一般に妥当ではない。これは主に、$\neg(x \to g)$ の成立が $\bar{x} \to g$ の成立を保証しないことによる。

4.　分析判断と総合判断

前節までででは、カントの論理学において考察されるいくつかの判断について、cod-構造に基づいた真理条件を与えた。ところで、カントの有名な分析／総合判断の区別は、カントの論理体系のを考察するにあたって非常に重要なものであるが、これまでの考察においては留保される形となっていた。したがって、以下ではまずこの区別についてカントのテキストを元に検討し、これを踏まえて分析／総合判断に対して形式的な定義を与える。

まず注意されなければならないのは、カントは分析／総合判断の判断は特徴付けを三種類与えているということである。以下ではそれらを順に概観していこう。第一の特徴は、分析／総合判断の区別の直接の定義に関わる。この定義についてカントが説明している箇所でもっとも有名なものは以下のものであろう。

> すべての判断においては、そこに主語と述語の関係が考えられているが（否定判断に関してはこれを適用することは容易であるから肯定判断だけを考える）、この関係は二様の仕方で可能である。述語 B が述語 A という概念中に（潜在的に）含まれているものとして主語 A に属しているか、それとも B は A と結びついてはいるけれどもまったくAという概念の外にあるかである。前の場合にはわたしはその判断を分析的と言い、後の場合には総合的と称する。(KrV, A 5-7/B 10-11)

すなわち、分析判断と総合判断は、その判断において主張されている主語概念と述語概念の関係性において異なる。分析判断においては主語と述語は概念の内包的部分-全体関係によって結びついているのに対し、総合判断の場合はこの内包的関係以外の関係によって結びついているということである [8]。

ここで、このような特徴付けにしたがって分析判断を特徴付ける際に一つの問題が生じる。それは、分析判断が前節で外延の包含関係を用いて定義したようなものと異なる、固有の真理条件を主張するとして特徴付けられるのか、それとも真理条件とは異なる特徴付けを持つのか、という問題である。前者の解釈をとった場合、分析判断とは概念の内包的関係それ自体を直接に主張するような真理条件を持つことになる。すなわち、前節で与えられた外延的包含関係とは独立の真理条件が内包的関係にもとづいて与えられるということである。一方、後者の立場からは、分析／総合判断の区別はあくまで真である全称判断の間の区別であるということになる。この対立に関しては、多く論者が前者の立場を取る一方、Allison (2004) や Lu-Adler (2012) のように後者の解釈を主張する研究も存在する。

この論点に関しては、カント自身は箇所によって両方の特徴付けを用いているように見える。例えば、以下の記述は分析判断の真理が、内包的関係以外を参照しないものであるということを示唆している。

> すべての分析的命題は、たとえその諸概念が経験的であるとしても—例えば「金は黄色の金属である」—アプリオリな判断である。というのは、このことを知るために私は、この物体が黄色で金属であるということを含むはずの、金についての私の概念のほかに、それ以上のいかなる経験をも要しないから。(PM, IV 267)

一方、以下の箇所は真である全称判断の分類に関するものであることを主張しているように見える。

> 物体の概念 $(a+b)$ が属するすべての x には、延長も属するというのは、分析的な命題の一例である。物体の概念 $(a+b)$ が属するすべての x には、引力も属するというのは、総合的な命題の一例である。(JL, IX 111)

ここでカントは、真である全称判断のうち、主語概念と述語概念の間に内包的な部分-全体関係が成りたつものを分析判断、成りたたないものを総合判断に分類している。このような記述は、そもそもカントの定義に両義性があることに由来していると解釈できる。そのため、本論ではひとまず分析判断の真理条件を独立したものとして与えた上で、言わば定義を濫用する形で、対応する分析判断が成りたつような全称判断のことも「分析判断」の一種であると考えることにする。

また、この特徴から以下の二点が帰結する。第一に、分析／総合判断の区別は、de Jong や Anderson が指摘するように Jong 1995; Anderson 2015、第一義的には定言判断にのみ適用されるものであるということが帰結する。これは、定言判断のみが概念間の関係を直接に記述しており、したがって内包的関係の成否を適用できるものであることによる。第二に、この区別が適用されるのは、基本的には全称判断のみであるということである。分析／総合判断に区別に関してカントがあげた例は様々あるが、そのほとんどは全称判断となっている。これはおそらく全称判断のみが、主語と述語の間のある種の必然的関係を表現するのに対し、特称判断はその否定、もしくは単なる可能性を表現する機能しかもたないと考えられるからである。例えば、「すべての物体は重さをもつ」という判断は「重さ」という概念を「物体」という概念に必然的に結びつけるのに対して、「ある物体は重さをもつ」という判断が意味するのは「重さをもつ物体」の可能性であり、すなわちこの判断は「すべての物体は重さを持たない」という判断の否定であるに留まる。したがって以下では、分析／総合判断の区別は全

称判断にのみ適用可能であるということを前提とする。

次に分析／総合判断の第二の特徴を検討しよう。カントは本節で最初に引用した箇所の直後で以下のように述べている。

> 前者［分析判断］はまた説明判断とも呼ばれようし、後者［総合判断］は拡張判断とも呼ばれよう。(KrV, A 7/B 11)

また同様に、『イエッシェ論理学』においては以下のように述べている。

> 認識は、総合的な命題によって実質的に増大し、分析的な命題によって単に形式的に増大する。(JL, IX 111)

すなわち、分析判断によってはわれわれの認識は拡張されないのに対して、総合判断によって主張されている主語・述語概念間の関係はわれわれの認識を実質的に拡張するということである。カントにとって認識とは一般に「客観的な表象」(KrV, A 320/B 376-7) を意味するため、ここでは総合判断のみが対象についてのわれわれの知識を増大させるということを意味していると考えられる。この特徴は、分析判断の真理は概念の内包的関係によって定まるという第一の特徴からの帰結であると考えられる (9) 。

次に注目すべきなのは、分析判断と矛盾律の関係である。カントは以下に見るように、分析判断の真理は、矛盾律のみにもとづいて認識が可能であると考えている。

> 判断が分析的である場合には、その判断が肯定的であろうと否定的であろうと、その真理性はつねに矛盾律にしたがって十分認識されるはずである。（中略）それゆえわれわれは矛盾律をこそ、あらゆる分析的認識の普遍的にしてかつ十分な原理と認めなければならない。(KrV, A151/B191)

したがって、われわれが分析／総合判断の定義を考える際には、分析判断の真偽と矛盾律がどのように関係しているのかについての説明を与える必要がある。

以下では、以上の考察を元に *GL* の意味論に基づいた分析／総合判断に対する形式的な定義を与え、またこの定義から帰結する判断間の関係がこの区別に関する哲学的帰結（認識の拡張性・分析判断と矛盾律の関係）を適切に反映しているということを示す。ここでは肯定判断と否定判断双方の意味内容に言及した以下の箇所に注目しよう。

> 分析判断が肯定的である場合には、わたしはこの与えらえた判断に、単にその中ですでに考えられていたことを付け加えるにすぎない。もしそれが否定的である場合には、わたしは与えられた概念に反するものをこの与えらえた概念から排除するだけである。(KrV, A154/B193)

すなわち、肯定的な分析判断は、主語と述語の間に概念の内包的部分-全体関係が成りたつ場合に真となる。一方否定判断の場合には、述語概念が「与えられた［主語］

	$\llbracket A \rrbracket$	$\llbracket B \rrbracket$	$\llbracket C \rrbracket$	$\llbracket D \rrbracket$	$\llbracket E \rrbracket$	$\llbracket F \rrbracket$
o_1	✓		✓			✓
o_2		✓	✓	✓	✓	
o_3		✓		✓		
o_4		✓			✓	✓
o_5	✓		✓	✓		

$$\llbracket A \rrbracket \leq \llbracket C \rrbracket, \qquad \llbracket D \rrbracket + \llbracket F \rrbracket = N.$$

表 2: モデルの例

概念に反する」とされているところから、主語概念と述語概念が矛盾対立の関係にある、ということを意味していると解釈する。すなわち、否定的分析判断が真であるのは、主語概念と矛盾概念の合成が矛盾概念を生成する場合である。したがって、分析判断の真理条件は以下のようなものとなる。

定義 4..1 (分析判断)**.** 肯定的分析判断 $(S \ll P)$ および否定的分析判断 $(S \perp P)$ のモデル $\mathfrak{M}$ における真理条件は以下のように与えられる。

$$\mathfrak{M} \models S \ll P \quad \overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow} \quad \llbracket S \rrbracket \leq \llbracket P \rrbracket$$
$$\mathfrak{M} \models S \perp P \quad \overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow} \quad \llbracket S \rrbracket + \llbracket P \rrbracket = N$$

この定義は、分析判断の必然性を説明している。「カント論理学の形式的分析（1）」第 3 節で見たように、GL に含まれる cod-構造は C 上に定義される概念構造を共有している。したがって、分析判断の真偽は、同じ解釈を共有するすべてのモデルにおいて不変である。

次に総合判断について検討しよう。前掲した引用箇所から、総合判断とは対応する分析判断が成りたたないような全称判断であると解釈できる。したがって、総合判断の形式的な定義は以下のように定義される。

定義 4..2 (総合判断)**.** 総合判断は以下のような条件を満たす（全称）判断のことを言う。

$$S\,\mathbf{a}P \text{ が（}\mathfrak{M}\text{ において）総合的} \quad \overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow} \quad \mathfrak{M} \models S\,\mathbf{a}P \ \wedge\ \mathfrak{M} \not\models S \ll P.$$
$$S\,\mathbf{e}P \text{ が（}\mathfrak{M}\text{ において）総合的} \quad \overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow} \quad \mathfrak{M} \models S\,\mathbf{e}P \ \wedge\ \mathfrak{M} \not\models S \perp P.$$

また前述したカントの定義の多義性を踏まえるならば、真でありかつ対応する分析判断が成りたつような判断もまた分析的であると見なしうるだろう。

ここで具体例として、表 2 に示されているようなモデルを考えてみよう。このモデルは、対象領域として $O := \{o_1, o_2, o_3, o_4, o_5\}$、さらに名辞として $\mathcal{T} := \{A, B, C, D, E, F\}$ を持ち、適用関係の成立はチェックマークによって表現されている。また、このモデ

ルでは、概念の内包的構造として、$[\![A]\!] \leq [\![C]\!]$ および $[\![D]\!] + [\![F]\!] = N$ が成りたっている。このとき、このモデルにおいて成りたつ全称判断は主に以下の四つである (10)。

$$A\,\mathbf{a}\,C, \quad E\,\mathbf{a}\,B, \quad D\,\mathbf{e}\,F, \quad A\,\mathbf{e}\,B$$

一方、概念の内包的関係より、以下の分析判断が成りたつ。

$$A \ll C, \quad D \perp F$$

したがって、総合判断とみなされるのは以下の二つである。。

$$E\,\mathbf{a}\,B, \quad A\,\mathbf{e}\,B$$

次に、以上の定義に基づいて、分析／総合判断の特徴（認識の拡張性・矛盾律との関係）について考察する。まず、この区別と認識の拡張性の関係を見るために、以下の事実が成りたつことを確認しておこう。

命題 4..3. *GL* において以下が成りたつ。

(i) $S \ll P, \boldsymbol{E}(S) \models S\,\mathbf{a}\,P$

(ii) $S \perp P \models S\,\mathbf{e}\,P$

ここで注目されるべき点は、判断は一般に外延相互の包含関係を記述したものであるにも関わらず、対応する分析判断が成りたつような全称判断の根拠は、実質的には概念の内包的関係にのみに関係しているということである (11)。還元すれば、このような判断は、客観の状態を表象する外延的な包含関係についての、実質的な情報をまったく持っていない。このような特性が、総合判断が拡張判断とみなされる所以であると考えられる。

最後に、分析判断と矛盾律の関係を考察し、この節を閉じることにする。すでに議論した通り、分析判断の真理は矛盾律に基づく。矛盾律とは、「いかなる事物にもそれに矛盾する述語は付加されない」(KrV, A151/B190) という原理であるが、分析判断はこれまで検討してきたように概念の内包的関係を記述する判断であり、また「概念に反するものは対象にも矛盾する」(KrV, A151/B191) のであるから、ここで問題となっているのは概念間の矛盾対立関係であると考えられる。このとき、否定的な分析判断に関しては簡単に解釈することができる。というのも、定義 4..1 を見れば明らかなように、否定的分析判断は主語概念と述語概念が矛盾対立の関係にあるということを意味しているからである。一方肯定的分析判断に関しては、『プロレゴメナ』における以下の記述が重要である。

> 肯定的な分析判断の述語は、すでに前もって、主語の概念のうちで思惟されるため、その述語がその主語について矛盾なしに否定されるとはできず、同様に、その述語の反対は、分析的な、しかし否定的な判断において、必然的に主語について、しかも矛盾律に準拠して否定されるからである。(PM, IV 267)

すなわち、肯定的分析判断 ($S \ll P$) の真理は、その述語の反対 ($\bar{P}$) についての否定的な分析判断 ($S \perp \bar{P}$) が真であるということに還元されるということである。ここで、われわれは「カント論理学の形式的分析（1）」第 3 節で言及した以下の性質に訴えることができる。

CON $x \leq y \iff x + \bar{y} = N$

この性質が意味しているのは、ある概念 y が x に内包的な部分として含まれているということと、x と $\bar{y}$ が矛盾することが同値であるということである。このため、以下のことが成りたつ。

命題 4..4. GL の任意のモデル $\mathfrak{M}$ において、以下が成りたつ。

$$\mathfrak{M} \models S \ll P \iff [\![S]\!] + [\![\bar{P}]\!] = N \quad (\mathfrak{M} \models S \perp \bar{P})$$

すなわち、ある判断が分析的に真であるかどうかは、述語概念の否定と主語概念が矛盾対立するか否かによって判断することができる。以上の議論から、分析判断の真偽はすべて主語概念と述語概念、もしくはその否定の間の矛盾対立関係に還元されることがわかった。これがすなわち、カントが矛盾律を「あらゆる分析的認識の普遍的にしてかつ十分な原理」(KrV, A 151/B 191) であると考えた理由であると考えられる。

5.　おわりに

以上で与えられたカントの論理学体系に対する形式的分析は、カントの論理学・哲学思想のよりよい理解のために寄与することができると考えられる。具体的には、『純粋理性批判』の中心的なトピックであり、形式論理学と対照される「超越論的論理学」は、本論で与えられた形式的モデルを踏まえることで、より詳細かつ厳密に理解することが可能になる。さらに、本論で与えられたモデルは、カントのみならず、彼の先駆者であるライプニッツ、ヴォルフといった哲学者も基本的に共有していたものである。したがって、本論の枠組みはこれらの哲学者とカントの思想に差異を分析するために用いることもできると考えられる。

付録. 「一般論理学」の論理的推論とその形式化

以下では、一般論理学において成りたつとされる定言判断に関する推論とその形式化を列挙する。このような推論は、大きく分けて「対立の四方形」、「換質および換質換位」、「三段論法」という三つに分類できる。

対立の四方形

「対立の四方形」は、全称肯定・全称否定・特称肯定・特称否定という四つの基本的な定言判断の含意・対立関係についての推論である。これらは以下のように形式化される。

OPP1 $\mathfrak{M} \models S\,\mathbf{a}P \iff \mathfrak{M} \not\models S\,\mathbf{o}P$

OPP2 $\mathfrak{M} \models S\,\mathbf{e}P \iff \mathfrak{M} \not\models S\,\mathbf{i}P$

OPP3 $\mathfrak{M} \models S\,\mathbf{a}P \implies \mathfrak{M} \not\models S\,\mathbf{e}P \quad \wedge \quad \mathfrak{M} \models S\,\mathbf{e}P \implies \mathfrak{M} \not\models S\,\mathbf{a}P$

OPP4 $\mathfrak{M} \not\models S\,\mathbf{i}P \implies \mathfrak{M} \models S\,\mathbf{o}P \quad \wedge \quad \mathfrak{M} \not\models S\,\mathbf{o}P \implies \mathfrak{M} \models S\,\mathbf{i}P$

換位と換質換位

「換質」および「換質換位」は、ある種の判断の形式の書き換えに関わる。これらの推論はすべて主語と述語の位置を交換するものとなっている。

CON1 $S\,\mathbf{o}P \models P\mathbf{o}S$

CON2 $S\,\mathbf{a}P \models P\,\mathbf{i}S$

CON3 $S\,\mathbf{e}P \models P\mathbf{o}S$

CONT $S\,\mathbf{a}P \models \bar{P}\mathbf{e}S$

定言的三段論法

三段論法は一般に大前提、小前提、結論という三つの判断からなる推論である。このため、これまでの推論は「直接推論」もしくは「悟性推論」と呼ばれるのに対して、三段論法は「間接推論」あるいは「理性推論」と呼称される。

定言判断に関する三段論法は、それぞれ妥当な六つの推論を含む四つの格に分類される。四つの格は、推論に登場する三つの概念の位置によって分類されている。三段論法には全部で 64 もの推論が属しているため、ここでは第一格の推論のみ列挙することにする。

AAA1 $M\,\mathbf{a}P, S\,\mathbf{a}M \models S\,\mathbf{a}P$

EAE1 $M\,\mathbf{e}\,P, S\,\mathbf{a}\,M \models S\,\mathbf{e}\,P$

AII1 $M\,\mathbf{a}\,P, S\,\mathbf{i}\,M \models S\,\mathbf{i}\,P$

EIO1 $M\,\mathbf{e}\,P, S\,\mathbf{i}\,M \models S\,\mathbf{o}\,P$

AAI1 $M\,\mathbf{a}\,P, S\,\mathbf{i}\,M \models S\,\mathbf{i}\,P$

EAO1 $M\,\mathbf{e}\,P, S\,\mathbf{a}\,M \models S\,\mathbf{o}\,P$

仮言的および選言的三段論法

上述のものはすべて定言判断に関するものであったが、仮言判断および選言判断に関する理性推論も存在している。これらについては、以下の引用を参照してほしい。

> 仮言推論とは、大前提に仮言命題をもつような推論である。だから大前提は (1) 前件 (antecedens) と (2) 後件 (consequens) という二つの命題から成り立っており、ここでは肯定式にしたがって推論されるか、否定式にしたがって推論されるかのいずれかである。(JL, IX 129)

> 選言判断においては大前提は選言命題であり、だから、そうしたものとして区分の分肢ないしは選言肢をもたねばらなない。この推論においては、(1) 選言肢の一つが真であることから、その他の選言肢が偽であることへと推論されるか、(2) 一つを除くすべての分肢が偽であることから、その一つの分肢が真であることへと推論されるかのいずれかである。(JL, IX 129-130)

最後に、仮言推論と選言推論の組合せである「ディレンマ」についても言及がなされている。

> ディレンマとは、仮言選言理性推論、あるいは、その後件が選言判断であるような仮言推論である。すなわち、その後件が選言であるような仮言命題が大前提である。小前提は、その後件が (per omnia membra すべての分肢にわたって) 偽であることを肯定し、そして結論が、前件が偽であることを肯定するのである。(JL, IX 130)

これらの推論の形式化および妥当性の証明は読者への練習問題とする。

註

* igarashi.r0922@gmail.com

(1) 以下で定義される真理条件は、あくまで論理的形式に関係するものを記述したものであり、判断一般が意味するところの真理条件を完全に同定するわけではない。これは現代の数理論理学の意味論において考えられる真理条件が論理的語彙のみに関わり、実際にわれわれが用

いる言明の具体的な真理条件に関わらないのとまったく同じである。
(2) 以下の議論の典拠および詳細については『イエッシェ論理学』第二章 (JL, IX 101 ff.) を参照せよ。
(3) カントは「名辞」と「概念」という二つの存在論的クラスをそれほど厳密に区別していないということに注意せよ。実際に、彼らはしばしば「判断」を概念相互の結合それ自体として定義する。このため、「名辞」ではなく「概念」を直接に扱ったほうがよいように思われるかもしれない。しかしながら、「ある性質が任意の解釈のもとで成りたつ」ということは論理の形式性の一つの指標であり、対象化して扱うためには、これら二つのクラスを分離して考えたほうが都合がよい。
(4) 例えば、『ウィーン論理学』においては、無限判断との対比において、否定判断が意味するのは単に主語の範囲が述語の範囲に「含まれていない」(WL, XXIV 930) ことのみであるとされる説明をしている。
(5) 仮に主語にあてはまる対象の存在を真理条件に加える場合は、以下の議論に若干の修正が必要となる。まず第一に、「対立の四方形」の妥当性を考えるときには「主語の存在仮定」を条件に加えてる必要がある。また、「換質換位（conversion）」の推論においては、結論の主語 ($\bar{P}$) に関して、その外延が非空であることを前提とする必要がある。これらの推論の詳細については付録を参照のこと。
(6) 選言判断を含むことについては、付録 A の「仮言および選言的三段論法」を参照のこと。
(7) 妥当とされる推論およびその形式化については付録を参照のこと。
(8) この他に、同一性による定義も存在しているが、これは「述語概念が主語概念の部分と同一である」ということを意味していると解釈されえる。したがって、これは部分-全体関係へと還元されるものであるから、本論では特に問題としない。
(9) Henry Alison はむしろ、この第二の特徴を分析判断のより基礎的な定義であると考えた。これは概念の内包的関係に基づく定義が、個々人の心理的状態に依存する主観的なものであり、論理的な区別としては認められない、という古くから提示されてきた批判に答えたものである (cf. Eberhard, 1789; Maaß, 1789)。また、概念の内包的関係に基づく定義は、定言判断にしか適用できないという問題を抱えている。しかし、本論ではこの問題に対してはこれ以上立ちいらない。というのも、本章での議論はすでに概念の内包的関係が客観的かつ論理的な関係であるということを十分に根拠付けていると考えられるからである。また、分析／総合判断の区別が定言判断にしか適用できないという問題についても、そもそもカントの論理学は概念間の関係を記述を主とする伝統論理学の一形態であり、この意味で定言判断が他の判断形式とは異なる特別な位置を持っていることは疑いえないことから、むしろ自然な制限であると考える。
(10) 実際には $B\mathbf{e}A$ および $F\mathbf{e}D$ も成りたつが、これはそれぞれ $A\mathbf{e}B$、$D\mathbf{e}F$ と同値であるため省略している。以下においても同様である。
(11) 実際には肯定的分析判断の場合は主語概念の外延が空でないという条件も加わる。しかしながら、この事実は主語と述語の結びつきのみを問題としている現在の文脈ではそれほど重要性を持たない。

文献

Allison, H. (2004). *Kant's Transcendental Idealism: An Interpretation and Defense*, New Haven: Yale University Press.

Anderson, R. L. (2015). *The Poverty of Conceptual Truth: Kant's Analytic/Synthetic Distinction and the Limits of Metaphysics*: Oxford University Press.

Eberhard, J. A. (1789). 'Über die Underscheidung der Urtheile in analytische und synthetische,' *Philosophisches Magazin*, *1*, 307-332.

de Jong, W. R. (1995). 'Kant's Analytic Judgments and the Traditional Theory of Concepts,' *Journal of the History of Philosophy*, *33*, *4*, 613-641.

Lu-Adler, H. (2012). 'Kant's Conception of Logical Extension and Its Implications,' Ph.D. dissertation, University of California, Davis, California.

Maaß, J. G. (1789). 'Über den höhsten Grundsatz der synthetischen Urtheile; in Beziehung auf die Theorie von der mathematischen Gewissheit,' *Philosophisches Magazin*, *2*, *2*, 186-231.

〔京都大学大学院博士後期課程・哲学〕