（ 続紙 1 ）

京都大学	博 士（ 理 学 ）	氏名	河口　祐輝
論文題目	Near Miss abc-Triples in General Number Fields (一般の数体におけるニアミスabc3つ組)		

（論文内容の要旨）

いわゆる「abc 予想」と呼ばれる主張に登場する「abc 不等式」には様々なヴァージョンがあるが、（a + b + c = 0 という関係式を満たす）数体の元 a, b, c に対して、三つ組み（a, b, c）の大きさを表す「高さ」h(a, b, c) はこれらの元たち a, b, c の素因子分解に現れる素イデアルたちの大きさの和の定数倍によって、少なくとも漸近挙動の上においては抑えられることが不等式の趣旨である。

一方、そのような不等式に現れる漸近的な「上限」が果たして最良であるかどうか、という問題もあり、漸近的な上限に収束する三つ組み（a,b,c）の列を「ニアミス abc 三つ組み」と呼ぶ。つまり、「ニアミス abc 三つ組み」の存在はまさに、不等式の上限が「最良」であることを示すという論理関係になる。また、「ニアミス abc 三つ組み」には様々な種類があり、同じく不等式の上限に収束するものでも、収束する極限との差の漸近的挙動によって分類することができる。

有理数体の abc 不等式の場合、1980年代にMasser や Stewart-Tijdeman によって、「ニアミス abc 三つ組み」は構成されている。また、これらの仕事で用いられる手法では、極限との差の漸近的挙動も「最良」と考えられている挙動になる、つまり、ある意味、最も理想的な種類の「ニアミス abc 三つ組み」が構成可能である。

一方、有理数体以外の数体の場合、少なくともよく知られている文献を見る限りにおいては、「ニアミス abc 三つ組み」の存在は知られていなかったようである。河口氏の学位論文の主結果は、ある技術的な条件を満たすかなり広い範疇の数体に対して、

より小さい数体に含まれない「ニアミス abc 三つ組み」を構成する

という内容のものである。ただし、河口氏が用いた「ニアミス abc 三つ組み」の構成方法には、先行研究と（重なる部分もあるが）本質的に違う部分もあり、それによって極限との差の漸近的挙動は「最良」と考えられている挙動にはほど遠いものになってしまうという、まだ改善の余地のある側面もある。

また、上記の結果ほど大きな意味を持つ結果ではないが、上記の結果の「技術的条件」によって排除されてしまう数体の種類の一つである「虚二次体」の場合においても、Masser が用いたのと同様の手法によって「ニアミス abc 三つ組み」が構成可能であることも、河口氏の学位論文で示されている。ただし、こちらの方の手法によって構成された「ニアミス abc 三つ組み」の場合、「有理数体に含まれない」、つまり Masser が実際に証明した結果よりも「真に強い」結果であるということが従わないという、多少残念な側面がある。

（続紙　２　）

（論文審査の結果の要旨）

学位論文の主結果である

より小さい数体に含まれない「ニアミス abc 三つ組み」の構成

は、先行研究と違って、与えられた数体の（1のベキ乗根でない）単数のベキたちの適切な部分列をとることによって行なわれる。この手法は河口氏による、全く新しくかつとても独創性の高いアプローチであり、また、将来的には、単数とは限らない数体の（1のベキ乗根でない）元の場合への拡張の可能性を示唆する、興味深い手法である。なお、「ニアミス abc 三つ組み」の存在のみを主張する先行研究と違って、具体的な計算にも役立つ極めて明示的な構成法である点も高く評価できる。

一方、河口氏の論文を、abc 不等式の数値的研究の第一人者である海外の研究者に閲読いただいたところ、一般の数体に対して、より小さい数体に含まれない「ニアミス abc 三つ組み」を構成する研究はこれまで見たことがなく、とても面白い結果であるとの評価をいただいた。

よって、本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。また、平成３０年１２月２７日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行なった結果、合格と認めた。

要旨公表可能日：　　２０１９年０３月３１日以降