

ニュートンの運動の第2法則

—『プリンキピア』の基本原理の二つの解釈—

有賀 暢迪*

Newton's second law of motion:
The two interpretations of the foundational principle in *Principia*

Nobumichi ARIGA

§1 序

物理学の基礎を学んだことのある人が、ニュートンの名著『自然哲学の数学的諸原理』（通称『プリンキピア』、初版 1687 年）に接してまず驚くのは、「ニュートンは運動方程式を書いていない」という事実であろう。『プリンキピア』に登場する運動の 3 法則のうち、第 2 法則はふつう、運動方程式 $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ という形で知られている。だが、実際の『プリンキピア』は徹頭徹尾、伝統的な幾何学的手法を使って書かれた本であり、およそ数式というものが登場しない。したがって、運動方程式は『プリンキピア』に現れない。

力学で用いられる数学的言語が図形から数式へと移っていく過程は、18 世紀力学史における重要な主題の一つである（有賀 2018, 第 1.1 節）。しかしニュートンの第 2 法則に関しては、『プリンキピア』の記述を単に数式で表したものが運動方程式であるのかどうかについて議論の余地がある。少なくとも『プリンキピア』の専門家のあいだでは、1970 年代以来、第 2 法則の意味について少し異なる解釈が通説となってきた。I. Bernard Cohen が提唱したこの解釈によれば、第 2 法則は力と加速度の関係というより、撃力と運動量変化の関係を述べたものであるとされる。

これに対して近年、まったく異なる解釈が Bruce Pourciau によって唱えられた。それによると、第 2 法則は衝撃による瞬間的变化と重力のような連続的作用による変化の両方に直接適用可能とされる。この解釈はニュートン研究者のあいだで一定の支持

* 国立科学博物館理工学研究部

を集めたと見え、2016年に出版された *The Cambridge Companion to Newton* の第2版では、初版(2002年)に収録されていた Cohen の論考に加え、Pourciau の論考が新たに収録された。同書はニュートンの学問の諸側面についてそれぞれの専門家が執筆した概説論文集であり、まず踏まえるべき文献の一つである。その最新版に両者の論考がともに収録されたという事実は、運動の第2法則の意味が現在進行形で再び問われていることを示している。

本稿の目的は、ニュートンの運動の第2法則に関する以上の二つの解釈がどのようなものであるかを紹介することにある。主たる関心は Pourciau の新しい解釈の内容にあるが、数十年來の定説である Cohen の解釈についても、日本語できちんと解説している文献が見当たらないため、改めて取り上げる。さらにそれに先立ち、議論を理解するための背景知識として『プリンキピア』の諸版や翻訳について述べ、第2法則の日本語訳についても検討を加える。

以上の紹介を行った上で、本稿の最終節では、Cohen と Pourciau の解釈について若干の比較考察を行う。筆者の見るところでは、二つの解釈の最大の違いは第2法則の対象が衝撃に限られるかどうかではなく、ニュートンの言う「運動の変化」とはそもそも何を指すかという点にあると思われる。このことを指摘した上で、今後の研究課題としてどのようなことが考えられるかを述べ、まとめとする。

§2 『プリンキピア』の諸版と翻訳

『プリンキピア』には主として三つの版がある。1687年の初版、1713年の第2版、1726年の第3版である。いずれもイギリスで出版されたが、英語ではなく、ヨーロッパ共通の学問用語であったラテン語で著された。また、第3版の内容に詳しい注解が付されたもの、通称「イエズス会士版」(Jesuite Edition)が1739年から42年にかけてスイスで出版され、後世にはこれが広く流布したと言われる。

三つの版のあいだには、無視できない相違がある。たとえば、「私は仮説を捏造しない」(hypotheses non fingo)というニュートンの有名な言葉は『プリンキピア』の最後に置かれた「一般注解」(Scholium Generale)に現れるが、この「一般注解」そのものが第2版での追加であり、初版に存在しない。このため、単に科学史上の著作として『プリンキピア』に言及する場合は、最終版である第3版を参照するのがふつうである。しかし、ニュートン自身の力学思想をその発展過程に即して考察する場合や、『プリンキピア』が当時どのように受容されたかといった問題を検討する場合には、諸版

の比較検討が不可欠となる。

このような事情あるいは需要から、『プリンキピア』に関しては、科学史研究用に編まれた校訂版が存在する。これは A. Koyré と I. B. Cohen が A. Whitman の協力を得て 1972 年に刊行したもので、原書第 3 版の画像をベースに、諸版の異同を詳しく注記したものである (Newton 1972)。これには上述の三つの版のあいだの相違だけでなく、現存する初版原稿との違いや、ニュートン自身が所持していた初版本と第 2 版本に見られる書き込みなども記されている。

続けて、『プリンキピア』の英語訳についても述べておこう。従来、最も流通していた英語訳は、Motte-Cajori 版と呼ばれるものである。これはもともと 1729 年に A. Motte が原書第 3 版から英語に翻訳したもので、何度か再版されたあと、1934 年になって F. Cajori が全面的な改訂を行った (Newton 1934)。この版も繰り返し印刷され、幅広い読者に読まれることになった。

これに対し、前出の Cohen と Whitman はそれまでのニュートン研究の成果を踏まえ、『プリンキピア』の新しい英語訳に着手した。この翻訳は J. Budenz の協力を得て 1999 年に刊行され、今日の科学史研究では英語訳として基本的にこの版が参照される (Newton 1999)。加えてこの英訳本には、Cohen による長大な解説が付された。同書は全部で 971 ページあるが、最初の 370 ページは解説である (Cohen 1999)。Cohen はニュートンの科学思想研究の第一人者であり、『プリンキピア』の校訂版も編んでいたことから、この英語訳に付された解説は『プリンキピア』の標準的解釈あるいは定説を与えていると見なせる。実際、同書は 2016 年に再版された際、自ら「正式版」(Authoritative Edition) を名乗っているのである。またこの再版時には、Cohen の解説部分を除いた『プリンキピア』本体の英語訳のみの版も出され、かなり安価に入手可能となったため、今後は Cohen-Whitman 版が広く普及すると予想される。

『プリンキピア』の日本語訳について言えば、今日でも参照しやすいものが 2 種類ある。一つは河辺六男によるもので、「世界の名著」シリーズの一冊として 1971 年に出版され、後に「中公バックス 世界の名著」として再版された (1979 年)。もう一つは中野猿人によるもので、『プリンシピア』という題名の下¹、単行本として 1977 年に刊行された。これは最近 (2019 年)、講談社ブルーバックスとして再版されたが、中身は旧版そのままであるように見受けられる。

¹ この表題は、戦前に存在した岡邦雄訳を踏襲した可能性が考えられる。ラテン語の発音としては「プリンシピア」でなく「プリンキピア」である。

河辺訳の底本は1760年にジュネーブで刊行された「イエズス会士版」(九州大学桑木文庫所蔵本)であり、ラテン語の初版と Motte-Cajori の英語訳も参照したと書かれている。河辺はまた、「古典の翻訳というとき、いろいろな考え方がありうるであろうが、ここではできるだけ原著の文体と数式の体裁を残すように心がけた」と記している(Newton 1971, p. 45)。他方の中野訳は、Motte-Cajori の英語訳を底本とし、これとラテン語の初版本(第3版ではない)を比較参照して翻訳したとされる(河辺訳への言及はない)。翻訳に際しては、『プリンシピア』の全巻にわたって、その内容を自分なりにいちいち検証し、あるいはニュートンの証明を追証し、理解納得し得たうえで、訳述を進めた」とあり(Newton [1977] 2019, 第I編, p. 11)、そうした数学的証明が訳者注として付されている点に特色がある。

二つの日本語訳は、元をたどれば同じく原著第3版に基づいているため、内容面での相違はない。しかし学問的な観点からは、ラテン語から直接翻訳された河辺訳のほうが重視されるべきであろう。特に、中野訳の底本である Motte-Cajori の英訳が、Cohen-Whitman の仕事によって事実上「古い翻訳」になっている以上、この判断は避けられないと思われる。ただし、新書化されたことで中野訳が極めて入手しやすくなった事情もあるため、本稿における日本語での引用に当たっては河辺訳と中野訳の両方を参考にしつつ、原則としてラテン語から直接訳出した。

§3 『プリンキピア』における運動の第2法則

『プリンキピア』は、本論に相当する三つの篇(原書では“*liber*”, すなわち「本、書物」の意味で、英語では文字通り“*book*”と訳される)と、それに先立つ前置きの部分から構成されている。第1篇では、「向心力」(*vis centripeta*, ある中心に向かって物体が引かれる力)による物体の運動が、一般的な仕方で論じられる。第2篇は、同じく物体の運動を扱うが、抵抗のある媒質中での運動が主たるテーマである。第3篇は天文学と天体力学に関する内容であり、万有引力による惑星の運動などが具体的な観測データとともに議論される。

第1篇の前、本全体の序文の後には、「定義」(*definitio*)ならびに「公理、あるいは運動の法則」(*axiomata, sive leges motus*)と題された部分がある。「定義」では、「物質の量」(*quantitas materiae*)や「運動の量」(*quantitas motus*)、さまざまな「力」(*vis*)について述べられるほか、時間と空間に関する長い議論がある。これに続く「公理、あるいは運動の法則」では、三つの運動の法則と、そこから帰結するさまざまな「系

(*corollarium*) が与えられる。ここに見られる「定義」「公理」「系」といった言葉遣いは、『プリンキピア』が伝統的な幾何学書の体裁で書かれていることの一つの表れである。実際、本編の中でも特に第1篇と第2篇は、「命題」(*propositio*) を書き連ねていく形で進行する。各々の「命題」は「定理」(*theorema*) もしくは「問題」(*problema*) の形を取り、前者には証明が、後者には解法が与えられる。

三つの運動の法則のうち、第1法則と第3法則は本稿の主題でないが、ごく簡単に述べておこう。第1法則はいわゆる慣性の法則であり、『プリンキピア』(第3版)では、「すべての物体は、刻印力によってその状態を変えるよう強いられない限り、静止または一様直進運動の状態を堅持する」²と述べられている(「一様」は一定の速度で、という意味)。第3法則は作用・反作用の法則であって、「作用に対しては、常に逆向きでかつ等しい反作用があること。すなわち、2つの物体の相互作用が常に等しく、かつ反対側を向いていること」³である。この二つの法則については、今日の教科書で説明されるものと基本的に同じ内容と考えてよいと思われる。

問題は第2法則である。まず、実際にどのように述べられているかを、ラテン語原文、英語訳、2種類の日本語訳について書き並べておく。なお第2法則に関する限り、初版と第2版と第3版の記述は同じである。

原文 *Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae, & fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.*

Cohen-Whitman 訳 A change in motion is proportional to the motive force impressed and takes place along the straight line in which that force is impressed.

河辺訳 運動の変化は、及ぼされる起動力に比例し、その力が及ぼされる直線の方向に行なわれる。

中野訳 運動の変化は加えられた動力に比例し、かつその力が働いた直線の方向にそって行なわれる。

いずれも特に文法上の相違はないが、二つの日本語訳では訳語に違いがある。すなわち、原文の“*vis motrix impressa*”⁴(英語の“*motive force impressed*”)を河辺は「及

² “*Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus illud a viribus impressis cogitur statum suum mutare*”

³ “*Actioni contrariam semper & aequalem esse reactionem : sive corporum duorum actiones in se mutuo semper esse aequales & in partes contrarias dirigi*”

⁴ 引用中の“*vi motrici impressae*”はラテン語の格変化の一つである与格の形であるが、後の説明に合わせて主格に変えている。

ぼされる起動力」とし、中野は「加えられた動力」としている。

この原文の表現は実のところ、『プリンキピア』における二つの定義と関連している。一つは定義 4 で規定される“vis impressa” (impressed force) であり、これは河辺訳では「外力」、中野訳では「物体に加えられた力」となっている。この「力」は、物体の運動状態を変えようとする作用であるとされ、その由来としては衝突や圧や向心力があるとされる。それゆえ、今日の力学における一般的な「力」の意味に理解してよいと考えられるが、有賀は歴史的な理由から「刻印力」という訳語を提唱している（有賀 2018, pp. 43–44）。

もう一つは、定義 8 で述べられる“vis centripetae quantitas motrix” (motive quantity of centripetal force) であり、河辺は「向心力の起動量」、中野は「求心力の動力的量」と訳している。意味に立ち入らずに言葉の問題にだけ触れておくと、ニュートンはこの量を「簡単のため」に“vis motrix” (motive force) と呼ぶとした。これは既存の日本語訳では「起動力」（河辺訳）あるいは「動力的力」（中野訳）であるが、有賀は「向心力の駆動的量」および「駆動力」という訳を与えた（有賀 2018, p. 55）。なお、ニュートンは向心力だけでなく衝突や圧についても同様に「駆動的」「駆動力」と呼ぶとしているため、この定義 8 は事実上、力一般の「駆動的量」あるいは「駆動力」を定義したものであるとして理解できる。

運動の第 2 法則に現れる“vis motrix impressa” は、以上の二つの術語を組み合わせたものと考えられる。ここで“vis motrix” が一種の省略表現であるとするれば、本来的には“vis impressae quantitas motrix” すなわち「刻印力の駆動的量」になると予想される。このため本稿ではあえて、“vis motrix impressa” を「駆動的な刻印力」と訳す。このことと、ラテン語の原文が不定形で書かれていることを踏まえ、ここでは第 2 法則を次のように訳しておく。

有賀訳 運動の変化は駆動的な刻印力に比例し、その力の刻印される直線に沿ってもたらされること。

この法則には二つの言明が含まれている。「運動の変化」が「駆動的な刻印力」に比例することと、その変化が「その力の刻印される直線に沿って」生じることである。では、それらはいったい何を意味するのだろうか。

§4 Cohen の衝撃解釈

『プリンキピア』の校訂版を Koyré とともに編纂し、新しい英語訳を Whitman とともに世に出した Cohen は、それに付した長大な解説の中で第2法則の意味についても述べている (Cohen 1999, §5.3). Cohen はまた、概説論文集である *The Cambridge Companion to Newton* (初版 2002 年) にも『プリンキピア』に関する論考を寄せ、ほぼ同じ説明を与えている。それらの見解は実質的には、1970 年以前に提示されていたものである (Cohen 1970). 本節ではこれらを材料として、Cohen の解釈を見ることにしよう。なお、*The Cambridge Companion to Newton* は Cohen が逝去したあとの 2016 年に第2版が出ているが、同じ原稿がそのまま収録されているため、本稿では第2版を参照した (Cohen [2002] 2016).

Cohen は第2法則の内容について、現在理解されているような $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ (力は質量と加速度の積に等しい) ではなく、むしろ「force」= $k \times \Delta(m\mathbf{v})$ (「力」は運動量の変化に比例する) に近いと述べている (Cohen 1970, p. 144, 表記は若干変更した). 第2法則の言明には「運動の変化」と書かれており、「加速度」や「単位時間あたりの運動の変化」ではない。他方、『プリンキピア』では「運動の量」が「速度」と「物質の量」に比例するものとして定義されており (定義 2), これは現代の意味での運動量 (質量と速度の積) と理解できる。それゆえ、「運動の変化」とは運動量の変化 (上式の $\Delta(m\mathbf{v})$) のことであると Cohen は考える。

現代の力学において、運動量の変化に比例するものは力でなく撃力である。撃力とはごく短い時間だけ瞬間的に働く作用であり、『プリンキピア』では「衝撃」(impulsus, 英訳では impulse) と呼ばれる。おそらくはこのことを念頭に置いて、Cohen は、第2法則は基本的には衝撃による運動の変化について述べたものだと主張する。以下ではこれを衝撃解釈と呼んでおこう。

Cohen が衝撃解釈を取る根拠はいくつかある。一つは、第2法則の直後に書かれている次の説明である ([] は有賀による補足)。

何らかの力が、何であれ運動を生み出すとせよ。すると、刻印が同時かつ1度きりであったにせよ、段階的かつ継起的であったにせよ、2倍 [の力] は2倍 [の運動] を、3倍 [の力] は3倍 [の運動] を生み出すだろう。またこの [生み出された] 運動は (生成力と常に同じほうに向けられているのだから)、もし物体がそれ以前に運動していたのなら、同じ向きの運動に付加されるか、逆向

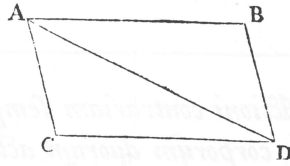


図 1 『プリンキピア』「運動の法則」系 1 (Newton 1972 より引用)

き [の運動] から除去されるか、もしくは斜め [の運動] に添加され両者の方向に応じてそれ [以前からの運動] と合成される⁵。

2 倍の力が 2 倍の運動を、3 倍の力が 3 倍の運動を生み出すという主張は、「力」を撃力、「運動」を運動量と読み替えれば、現代的にも意味が通る。また、その作用は「同時かつ 1 度きり」であっても「段階的かつ継起的」であっても構わないと注記されているが、これについても、ある大きさの撃力が 1 回だけ働く場合と、たとえばその半分の大きさの撃力が 2 回に分けて働く場合とで結果は同じである、と読める。

衝撃解釈は、三つの法則の直後に置かれた系 1 からも支持される。これは、「物体は一緒になった力によって、平行四辺形の対角線を、辺々を別々に描くのと同じ時間で描くこと⁶ という内容で、図 1 のような図形が付されており、今日の意味での力の合成または運動の合成であるようにも見える。しかしニュートンのここでの説明は、物体が A において力 M の作用を受けて「一様な運動で」(uniformi cum motu)、つまり等速で A から B に運ばれ、同様に別の力 N だけによって A から C に運ばれるならば、両方の力によって物体は A から D に運ばれる、というものである。Cohen は、いずれの力も連続的ではなく A においてのみ作用していることや、運動が一様である(すなわち加速しない)とされていることから、第 2 法則における「力」とは第一義的には衝撃であると見なしている。

これと関連して Cohen は、『プリンキピア』第 1 篇第 11 節に現れる文章に注意を促

⁵ “Si vis aliqua motum quemvis generet; dupla duplum, tripla triplum generabit, sive simul et semel, sive gradatim et successive impressa fuerit. Et hic motus (quoniam in eandem semper plagam cum vi generatrice determinatur) si corpus antea movebatur, motui ejus vel conspiranti additur, vel contrario subducitur, vel obliquo oblique adjicitur, et cum eo secundum utriusque determinationem componitur.”

⁶ “Corpus viribus conjunctis diagonalem parallelogrammi eodem tempore describere, quo latera separatis.”

す⁷。この節では二つ以上の物体が相互に引き合っているような系の運動が議論されるが、ニュートンはそうした物体相互の「誘引」(attractio)⁸について、「もしかすると、自然学的に言うならば、より正しくは衝撃と呼ばれるのかもしれないが⁹と述べている。これは、いわゆる万有引力が、究極的には何らかの衝撃的作用に還元されるかもしれないとの推測を述べたものと理解できる。

このように第2法則は、Cohenによれば、基本的には衝撃による運動状態の変化に関する法則である。だがそのことは、今日の運動方程式に相当する内容、あるいは連続的作用による変化が、『プリンキピア』で扱われていないことを意味するのではない。実際、それは第2篇の命題24(定理19)において明確に出現する。この命題(定理)は振り子の運動に関するものだが、ニュートンはその証明の冒頭で次のように書いているからである。

実際、与えられた力が与えられた物質において、与えられた時間に生み出すことのできる速度は、力と時間に比例し、物質に反比例する。力が大きいか時間が長いかが物質が少ないほど、いっそう大きな速度が生み出されるであろう。そのことは運動の第2法則によって明らかである¹⁰。

ここには第2法則そのものの言明と異なり、時間という要素が明示的に含まれている。Cohenによれば、この追加は連続的作用を扱うために必要である。この命題24に現れた表現を、便宜上、拡張された第2法則と呼んでおこう。ニュートンは明らかに、この内容が第2法則から自然に帰結すると考えている。つまりCohenの考えに従えば、第2法則それ自体は衝撃に関するものなのだが、それを拡張することで連続的作用も扱えるのである。

衝撃から連続的作用への拡張がもっとも分かりやすい形で示されるのは、『プリンキピア』第1篇の命題1(定理1)である。これは一般にはケプラーの第2法則もしくは面積速度一定の法則として知られるもので、原文では、「周回運動をさせられている物体が不動の力の中心へと引かれた動径によって描く面積は、不動の平面内にあり、ま

⁷ 河辺訳と中野訳は「節」でなく「章」としているが、原文の“sectio”を活かして「節」としておく。

⁸ 日本語では「引力」がふつうだが、ここでは「力」という字を含まない形で訳した。

⁹ “quamvis fortasse, si physice loquamur, verius dicantur impulsus”

¹⁰ “Nam velocitas, quam data vis in data materia, dato tempore generare potest, est ut vis et tempus directe, et materia inverse. Quo major est vis vel majus tempus vel minor materia, eo major generabitur velocitas. Id quod per motus legem secundum manifestum est.”

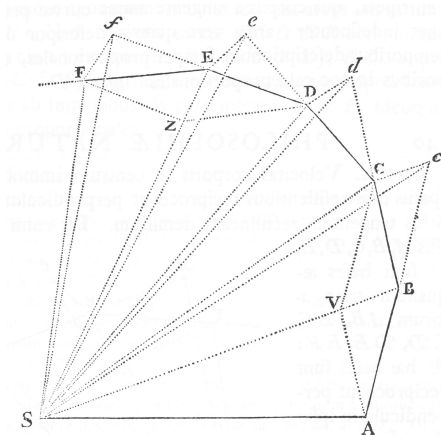


図2 『プリンキピア』第1篇命題1 (Newton 1972 より引用)

た時間に比例すること」¹¹と述べられる。

ニュートンによるこの命題(定理)の証明は、図2を用いてなされる。物体は最初Aにあり、不動の力の中心Sに向かって常に引かれている。いま、考えている最初の時間において、物体がAからBへとまっすぐ運動したとしよう。仮に何の作用も受けないとすれば、物体は次の時間(最初の時間と等しい長さ)にBからcへと運動したであろう。しかしニュートンは、物体がBに来たとき、「向心力が1回の、しかし大きな衝撃をもって作用するものと」¹²想定する。この結果、物体は次の時間にはBからCへと運動する。以下同様に、向心力がC, D, E等で次々に作用すると考えると、物体は線分AB, BC, CD, DE, EF上を順に進む。このとき、三角形SAB, SBC等はすべて面積が等しくなることが示せるが、ニュートンはそこで、「いま、三角形の数を無限に増やし、かつ幅を無限に減らすとせよ」¹³と述べる。このような極限操作によって、最終的に命題が証明される。

この議論では、向心力の連続的な作用が、瞬間的な衝撃の繰り返しとして扱われている。このことは、第2法則の衝撃解釈と拡張された第2法則(第2篇命題24)と

¹¹ “Areas, quas corpora in gyros acta radiis ad immobile centrum virium ductis describunt, et in planis immobilibus consistere, et esse temporibus proportionales”

¹² “agat vis centripeta impulsu unico sed magno”

¹³ “Augeatur jam numerus et minuatur latitudo triangulorum in infinitum”

を橋渡しするものと考えられ、かつ、物体間の誘引が衝撃に還元されるのではないかという推測（第 1 篇第 11 節）とも整合している。第 2 法則に関する Cohen の衝撃解釈は、以上のように、『プリンキピア』の本文テキスト中に相応の根拠を有するものである。

§5 Pourciau の合成解釈

第 2 法則が衝撃に関するものだとする解釈は間違っている—そう主張する論文が、Cohen 没後の 2006 年に出版された (Pourciau 2006)。著者の Pourciau は数学者であり、後には自身の説を物理学者向けに要約した記事も書いている (Pourciau 2011)。そして *The Cambridge Companion to Newton* の第 2 版が編まれた際には、その新しい解釈を述べた長い概説論文が新たに収録された (Pourciau 2016)。Pourciau はこれらの論考で多岐にわたる議論を展開しているが、本節では第 2 法則の解釈に関わる中心的部分を取り出してみよう。

5.1 「合成第 2 法則」の定式化

Pourciau によれば、Cohen が与えたような解釈は、ニュートン自身が考えていた意味での第 2 法則ではない。Pourciau はそこで、ニュートンが本来意図したとする解釈を「合成第 2 法則」(Compound Second Law) と名付ける。ここで「合成」という言葉が選ばれているのには理由が二つあり、一つはこの法則が衝撃と連続的作用の両方に直接適用できるため、もう一つは、それがあつた種のベクトルの合成に関わっているためである。

Pourciau が「合成第 2 法則」を主張する直接的根拠は、『プリンキピア』のテキストそのものではなく、ニュートンの手稿にある。第 2 法則は同書の初版から第 3 版まで同一の文章となっていたが、ニュートンが遺した手書きの原稿あるいはメモ書きの中には、第 2 法則の改訂を試みているものがあつた。この手稿はケンブリッジ大学図書館の所蔵するニュートン文書のうち「ポーツマス・コレクション」(The Portsmouth Collection) に含まれるもので、中でも分類番号「MS Add. 3965」の下に一括されている草稿類は『プリンキピア』初版の刊行後、第 2 版に向けてニュートンが大幅な改訂を検討したときのものとされる。実際には、その検討の大部分は書籍に反映されることがなかったが、ニュートンの思考過程を知る上では極めて重要な史料である。

手稿 MS Add. 3965 はこれまで知られていなかった史料ではなく、部分的に活字化

されて出版されてもいる。これは D. T. Whiteside が 1970 年代前後に編集した『ニュートン数学文書』(*The Mathematical Papers of Isaac Newton*) に含まれており、Pourciau の用いている部分 (731v/731r)¹⁴ もその中に入っている (Newton 1974, pp. 538–543)。またこの手稿は今日では、ケンブリッジ大学図書館のデジタルライブラリーで公開されており、インターネット上で画像を閲覧することもできる¹⁵。

それでは、手稿の当該部分を見ていくことにしよう。最初に「法則 2」(Lex II) という見出しがあり、その下にこの法則の改訂案が記されている。筆者による試訳は次の通りである。

物体の状態がその分だけ変化させられる新たな運動の全体は駆動的な刻印力に比例し、物体がそうでなければ占めたであろう場所から、刻印力の向かっている目標のほうへもたらされること¹⁶。

この後には長い説明が続いているが、これは便宜上、三つの部分に分けられる。最初の部分は、公刊された『プリンキピア』に記されている第 2 法則の説明(前節で引用したもの)への加筆と見なせる。次の部分(説明全体の半分ほどを占める)は『プリンキピア』に無い記述で、Pourciau が「ニュートンの第 2 法則についてのニュートンの解釈」と見なす箇所である。さらにその後も、『プリンキピア』には書かれていない数行の説明が続いている。

このうち Pourciau が注目する中間部分には、図 3 のような図が添えられている。この図において A から b を通って引かれている線は、どう見ても、直線ではなく曲線である。それゆえ、物体の軌道が刻印力によって Aa から Ab へと逸らされるという趣旨の議論をしているとすれば、その力の作用は連続的であるに違いない。なるほど、『プリンキピア』の運動の法則に続く系 1 は、第 2 法則が衝撃に直接適用できることを示している(この点は前節で見た通りである)。しかし手稿の図から、ニュートンが第 2 法則を連続的な作用にも直接適用できると考えているのは明らかだ—Pourciau は概略このように述べて、第 2 法則が主として衝撃に関するものだとする見解を批判する。

また手稿の文章に関しては、当該部分の中に、「この法則の意味において」(ex mente

¹⁴ “r” と “v” はそれぞれ “recto” (表) と “verso” (裏) を指す。当該の第 2 法則の改訂は第 731 葉の裏面から書き始められ、表面に続いている。

¹⁵ <http://cudl.lib.cam.ac.uk/view/MS-ADD-03965/1490> (最終閲覧: 2019 年 10 月 31 日)。

¹⁶ “Motum omnem novum quo status corporis mutatur vi motrici impressae proportionalem esse, & fieri a loco quem corpus alias occuparet, in metam quam vis impressa petit”

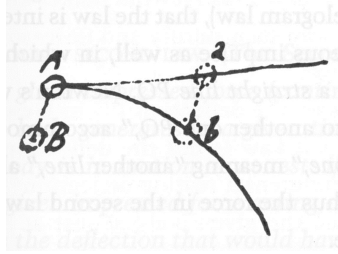


図3 ニュートンの手稿に描かれた図 (Pourciau 2016, fig. 3.4 より引用)

legis hujus) という文言がある。これは Pourciau によれば、この説明が第2法則の含意や応用でなく本当の意味について述べていることの証左である。そこで、ニュートンが図3に即して与えている説明を Pourciau に従って要約すると、概ね次のようになるだろう。いま、運動している物体がAの位置に来たとし、同じ速度と向きで運動をそのまま続けたならば一定時間後にはaに到達したものとしよう。しかし、実際にはその同じ時間内に刻印力が作用して、物体は軌道Abを描いたとしよう。ここで、仮に同じ物体がAで静止していたとして、そこに同じ刻印力が同じ時間だけ作用したならば、物体はABを描いたであろう。このとき、二つの線分 \vec{ab} と \vec{AB} は等しい—これが (Pourciau によれば) ニュートンの理解であり、彼の言う「合成第2法則」の基本的内容である。

さらに Pourciau は、手稿のこの解釈と『プリンキピア』の記述を擦り合わせるべく、定義8について考察を加える。先に第3節で述べたように、『プリンキピア』の第2法則では「運動の変化」が「駆動的な刻印力」に比例すると書かれており、「駆動的な刻印力」とは定義8で規定された刻印力の「駆動的量」を指すと考えられる。この定義の文面は次の通りである。

向心力の駆動的量とは、与えられた時間にそれが生み出す運動に比例する、それ自身の尺度である¹⁷。

ここでは「向心力」とあるが、前述のように力一般に関する定義と読み替えてよい。すると、この定義は第2法則の前半部分をほぼ先取りしていることが分かる。そこで Pourciau の主張に戻ると、この定義8は次のように解釈することで「合成第2法則」

¹⁷ “Vis centripetae quantitas motrix est ipsius mensura proportionalis motui, quem dato tempore generat.”

と整合した内容になるだろう。すなわち、力の「駆動的量」とは、与えられた時間に力が静止状態から生み出すであろう運動のことである。言い換えれば、力の作用によって質量 M の物体が場所 A での静止状態から運動し、与えられた時間 h のあいだに短い線分 AB を描くならば、この力の「駆動的量」は $M(\overrightarrow{AB}/h)$ で与えられる。

他方で、この「駆動的な刻印力」が比例するとされる「運動の変化」については、『プリンキピア』において明示的な定義が与えられていない。Pourciau はそこで、「合成第 2 法則」と定義 8 の両方と整合する解釈を与える。それはつまり、先の手稿の図に即して言えば、 $M(\overrightarrow{ab}/h)$ のことである。

以上の二つの定義について新たに与えられた解釈から、「合成第 2 法則」は最終的に次のようになる。Pourciau はそれを三つの形で述べており、英文全体をそのまま日本語に訳せば以下の通りである（便宜上、番号を付した）。

1. 連続的であれ衝撃的であれ、任意の刻印力の作用により、運動の変化は駆動的な刻印力に等しく、その力の向きに起こる。すなわち、 $M\overrightarrow{ab}/h = M\overrightarrow{AB}/h$ である。
2. あるいは同じことだが、与えられた物体に対して作用する与えられた刻印力は与えられた時間において、物体が運動していても静止していても、同じズレを生み出す。すなわち、 \overrightarrow{ab} は運動している与えられた物体に対して作用する刻印力によって生み出されたズレであるとし、 \overrightarrow{AB} は静止している当該の物体に対して当該の刻印力が作用したならば生み出されたであろうズレであるとするならば、 $\overrightarrow{ab} = \overrightarrow{AB}$ である。
3. 言い換えれば、与えられた刻印力が与えられた物体に対して作用するとき、物体の慣性運動は、静止している当該の物体に対して当該の刻印力が作用したならば生み出されたであろうズレと、独立に合成される。すなわち $\overrightarrow{Ab} = \overrightarrow{Aa} + \overrightarrow{aB}$ である。

これが、Pourciau によれば、運動の第 2 法則のニュートン自身の解釈である。

5.2 「合成第 2 法則」の系

上記のように「合成第 2 法則」を与えた上で、Pourciau は何点かのコメントと、この解釈によって何が説明できるかを述べている。ここではそのうち、「合成第 2 法則」からの帰結あるいは「系」について見ておきたい。

まず、『プリンキピア』で運動の 3 法則に続いて登場する系 1 を考えよう。Cohen が説明していたように、ここでは衝撃による二つの運動の合成が述べられている。

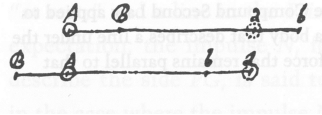


図4 「合成第2法則」の系を示す図 (Pourciau 2016, fig. 3.10 より引用)

Pourciau によれば、これは「合成第2法則」のうち衝撃に関する場合について述べたものであり、その意味で「系」になっていると了解できる。だが、もしも「合成第2法則」以外の意味で第2法則を解釈した場合には、なぜこれが「系」であるのか、つまり、どうして3法則からの帰結と言えるのかは謎である。

次に、『プリンキピア』の本文中には、第2法則を持ち出して、速度の増加分(あるいは減少分)がそれを生み出す力に比例すると言われている箇所が複数ある。Pourciau はこれについても「合成第2法則」の系として解釈できると主張する。すなわちこれは、物体の運動の方向と刻印力の方向が一致している場合にほかならない。実際、図4に描かれた二つの場合それぞれにおいて、運動している物体がAの位置に来たとし、同じ速度と向きで運動をそのまま続けたならば一定時間後にはaに到達したものとしよう。しかし、実際にはその同じ時間内に刻印力が作用して、物体は軌道Abを描いたとしよう。ここで、仮に同じ物体がAで静止していたとして、そこに同じ刻印力が同じ時間だけ作用したならば、物体はABを描いたであろう。このとき、二つの線分 \vec{ab} と \vec{AB} は等しい—以上は、先に図3について説明したときとまったく同じ文章であるが、図4にも適用可能であることが分かる。そしてこの図は実際に、ニュートンの手稿中に現れるものなのである。

そこで、Pourciau による「合成第2法則」の定式化のうち3番目のものを使うと、図4の場合にも $\vec{ab} = \vec{Aa} + \vec{AB}$ が成り立つが、この場合は一直線上であるからスカラー量の関係として $Ab = Aa \pm AB$ としてよく、さらに各辺を時間の要素 h で割ると $Ab/h = Aa/h \pm AB/h$ が得られる。ここで、右辺にある AB/h が刻印力の「駆動的量」すなわち「駆動力」の大きさに比例することに注意すると、「合成第2法則」の系として次が得られたことになる。

合成第2法則の系 直線上を進んでいる物体が、その直線と常に平行であるような刻印力によって動かされるとせよ。すると、任意の与えられた時刻において、刻印力により(短い時間のあいだに)生み出された速度の増加分(または減少分)

は、(当該の時間に生み出された) 駆動力に比例する。

Pourciau はここからさらに進んで、物体が任意の向心力を受けて任意の軌道を描いて運動している場合、軌道に沿った方向の速度の増加分は向心力の接線成分の駆動的量に比例すると述べ、これを二番目の、より一般的な系としている。なお、この議論では力の合成・分解が必要となるが、これは『プリンキピア』における運動の3法則の系2で述べられている。

最後に、「合成第2法則」と運動方程式の関係に触れておこう。Pourciau は、「合成第2法則」には $h \rightarrow 0$ としたときの「極限の形」(limiting form) が存在することに注意を促し、この形が、運動方程式を「ニュートンの第2法則」と呼ぶことを正当化しようかもしれないと述べる。具体的には、『プリンキピア』第1篇の命題6において運動方程式に相当する内容が現れているとしているが、本稿ではこの主張の妥当性については保留し、今後の詳しい検討に俟ちたい。

Pourciau の主張はほかにも多数あるが、中心的内容は以上で紹介できたと思われる。この主張はニュートンの手稿に根拠があり、それと整合するように『プリンキピア』の文言、特に「駆動力」(定義8)と「運動の変化」を解釈して、「合成第2法則」を提示している。さらに、この解釈から得られる系として、『プリンキピア』に現れるいくつかの記述が理解できるとも主張されている。ただし、*The Cambridge Companion to Newton* (第2版)の編者がPourciauの論考末尾に付した注釈で指摘するように、ここで提案された定義8の解釈は、『プリンキピア』やニュートンの手稿の中にテキスト上の根拠を有していない。このことが、CohenとPourciauの双方の見解が同一の書籍中に併存することになった主たる理由とされている。

§6 考察と展望

二つの解釈はいずれも、ニュートンの運動の第2法則を、運動方程式とは異なるものとして理解している。しかし、その理解の仕方はまったくと言ってよいほど別物である。本節では、CohenとPourciauの解釈の相違がどこにあるのかを改めて検討し、あわせて今後の研究課題として考えられることを述べる。

6.1 「運動の変化」とは何を指すか

『プリンキピア』における運動の第2法則は、「運動の変化は駆動的な刻印力に比例し、その力の刻印される直線に沿ってもたらされること」という主張であった。これ

に対し、Pourciau が注目するニュートンの草稿での改訂案は、「物体の状態がその分だけ変化させられる新しい運動の全体は駆動的な刻印力に比例し、物体がそうでなければ占めたであろう場所から、刻印力の向かっている目標のほうへもたらされること」である。これらの表現を比較して、解釈上特に重要と思われる違いを抜き出せば、次の2点になると思われる。一つは、『プリンキピア』における「運動の変化」が草稿では「新しい運動の全体」となっていること、もう一つは、草稿にのみ現れる「物体がそうでなければ占めたであろう場所から」という文言である。

「運動の変化」について、Cohen は運動量の変化であると理解していた。ニュートンは実際、「運動の量」という用語を定義しており、それは今日の運動量と解釈できる。そうであるなら、変化をもたらす作用は衝撃的なものでなければならない。このことが、Cohen の衝撃解釈の一つの論拠となっているように見受けられる。

Pourciau はこれに対し、『プリンキピア』においては「運動の変化」とは何を指すかが奇妙にも定義されていないと指摘し、さらに、ニュートンは『プリンキピア』執筆時にもその後の改訂の機会においても、ただの一度も「運動の量の変化」とは書いていないと強調する。その上で、この「運動の変化」、あるいは草稿における「新しい運動の全体」とは、図3における a から b へのズレ \vec{ab} (もしくは $M(\vec{ab}/h)$) だと解釈する。このように理解するならば、この法則は物体に作用する刻印力が瞬間的でも連続的でも直接適用できる、というのが Pourciau の主張である。

Pourciau 自身は明らかに、Cohen を意識して、第2法則が瞬間的变化に限られない点を強調している。だが、Pourciau の解釈の真に新しい点はそこではなく、「運動の変化」の理解そのものにあるように見える。このことは、「物体がそうでなければ占めたであろう場所から」という草稿の文言とも深く関わる。

実際、現代の力学において「物体の運動が変化する」という言い方をする際には、ある時刻 t_0 での状態と、一定時間が経過した別の時刻 t での状態との比較が問題となっている。しかし Pourciau の解釈では、「運動の変化」と呼ばれているものは、物体が仮に力の作用を受けなかったとした場合の位置（「物体がそうでなければ占めたであろう場所」）と、力の作用を実際に受けた場合の位置の違いであり、言わば、仮想された時刻 t^* での状態と、現実の時刻 t での状態が比較されている。現代的な理解においては、「変化」とは力が作用する前後での時間的変化であるが、後者の解釈では、力が存在することによる状況の変容が問題となっているのである。

したがって、Pourciau の合成解釈が正しいとすれば、ニュートンの理解していた意味での運動の第2法則なるものは、現代の運動方程式とは完全に異なる事柄を述べて

いることになる。この観点からは、第 2 法則の直接適用される対象が衝撃に限られるのかどうかという問いはむしろ副次的であろう。本稿では、Cohen と Pourciau の解釈のどちらが正しいかという判断は保留するが、重大な問題が提起されていることを指摘しておきたい。

6.2 今後の研究の方向性

The Cambridge Companion to Newton の第 2 版が二つの解釈を両方とも載せていることに象徴されるように、この問題はまだ決着していないと考えられる。では、どのような研究が今後求められるだろうか。Cohen の解釈が従来通説であり、Pourciau が異議申し立てをしている状況であることを踏まえ、以下では Pourciau の解釈を補強するには何が必要かという観点から、三つの方向性を記しておく。

第一は、「合成第 2 法則」の観点から『プリンキピア』全体を読み直すことである。これはすでに、Pourciau 自身はかなり実行している。たとえば、Cohen が衝撃から連続的作用への拡張として捉えていた第 1 篇命題 1 の証明は、「合成第 2 法則」によって、かなりよく理解できるように見える。これを始めとして、種々の定理の証明や問題の解法が「合成第 2 法則」と整合することが示されるならば、解釈の信憑性は高まるであろう。

第二は、ニュートンの手稿の内容を改めて検討することである。Pourciau の「合成第 2 法則」は、手稿 MS Add. 3965 に直接的根拠を求めていた。だが、本稿では議論が複雑になるためあえて触れなかったが、実はこの手稿には第 2 法則の改訂案が複数書かれており、しかもそれを最初に詳しく検討したのは、ほかならぬ Cohen であった (Cohen 1970 ; Cohen [2002] 2016, pp. 82–85)。つまり Cohen は、Pourciau とまったく同じ史料を見ていたにもかかわらず、衝撃解釈を唱えていたのである。Pourciau は当然このことを知っており、『ニュートン数学文書』に収められていない未出版の手稿も見た上で Cohen の解釈を退けているが、手稿の内容全体を議論しているわけではない。たとえば、731v/731r に限ってみても、「この法則の意味において」という文言と図 3 を含む部分の前後の文章については何も述べていない。手稿そのものがインターネット上で、鮮明な画像で公開されている今日、改めてそれらを精査する価値はあるように思われる。

第三に、『プリンキピア』と年代的に前後する、ほかの人物の著作との関係を再検討すべきである。Pourciau はこの問題にも言及しており、たとえば、「合成第 2 法則」はホイヘンスの『振り時計』(1673 年) に登場する「仮説」の自然な一般化であると主

張している。また、『プリンキピア』に続く 18 世紀の力学の著作において運動の第 2 法則がほとんど引き合いに出されないという事実（18 世紀力学史の研究者にはよく知られた事柄）に関しても、18 世紀の学者たちは実のところ「合成第 2 法則」を暗に陽に前提していると述べ、例としてオイラーの『剛体の運動理論』（1765 年）に言及している。こうした主張の妥当性は、17 世紀および 18 世紀における古典力学の歴史に照らして論じる必要があるだろう。

総じて、Pourciau の合成解釈は、ニュートンの運動の第 2 法則についての従来の理解をひっくり返す可能性のある学説である。本稿では、従来の通説である Cohen の解釈とあわせてその内容を紹介し、最大の論点がおそらく「運動の変化」の指す内容にあることを指摘した。その上で、Pourciau の解釈が Cohen のものに代わる定説となるためにはどのような研究が必要と考えられるかを述べた。『プリンキピア』の運動の第 2 法則という、科学史の中でも古典中の古典と思われるテーマについて、これほど斬新な解釈が新たに提出されたのは驚くべきことである。ニュートンに関する近年の科学史研究は、錬金術や神学の方面で進展が著しく、力学や数学は下火の感があるが、これを機に再び研究が盛り上がることを期待したい。

参考文献

- [1] Cohen, I. Bernard. 1970. Newton's second law and the concept of force in the *Principia*. In *The annus mirabilis of Sir Isaac Newton, 1666–1966*, ed. Robert Palter, pp. 143–185. Cambridge, Mass.: M.I.T. Press.
- [2] ———. 1999. A guide to Newton's *Principia*. In Isaac Newton, *The Principia: Mathematical principles of natural philosophy*, tr. I. Bernard Cohen and Anne Whitman assisted by Julia Budenz, pp. 1–370. Berkeley: University of California Press.
- [3] ———. [2002] 2016. Newton's concepts of force and mass, with notes on the laws of motion. In *The Cambridge companion to Newton*, 2nd ed., ed. Rob Iliffe and George E. Smith, pp. 61–92. Cambridge: Cambridge University Press.
- [4] Newton, Isaac. 1934. *Sir Isaac Newton's Mathematical principles of natural philosophy and his System of the world*, translated into English by Andrew Motte in 1729, the translations revised, and supplied with an historical and explanatory appendix by Florian Cajori. Cambridge: University Press.
- [5] ———. 1971. 「自然哲学の数学的諸原理」河辺六男訳。同責任編集『ニュートン』

- (世界の名著), 47–568 頁. 東京: 中央公論社.
- [6] ———. 1972. *Philosophiae naturalis principia mathematica*, 3rd edition (1726) with variant readings, assembled and edited by Alexandre Koyré and I. Bernard Cohen, with the assistance of Anne Whitman. Cambridge: Harvard University Press.
- [7] ———. 1974. *The mathematical papers of Isaac Newton*, vol. 6: 1684–1691, edited by D.T. Whiteside with the assistance in publication of M.A. Hoskin. Cambridge: Cambridge University Press.
- [8] ———. [1977] 2019. 『プリンシピア 自然哲学の数学的原理 (全 3 冊)』中野猿人訳 (講談社ブルーバックス). 東京: 講談社.
- [9] ———. 1999. *The Principia: Mathematical principles of natural philosophy*, tr. I. Bernard Cohen and Anne Whitman assisted by Julia Budenz. Berkeley: University of California Press.
- [10] Pourciau, Bruce. 2006. Newton’s interpretation of Newton’s second law. *Archive for History of Exact Sciences* 60: 157–207.
- [11] ———. 2011. Is Newton’s second law really Newton’s? *American Journal of Physics* 79 (10): 1015–22.
- [12] ———. 2016. Instantaneous impulse and continuous force: The foundations of Newton’s *Principia*. In *The Cambridge companion to Newton*, 2nd ed., ed. Rob Iliffe and George E. Smith, pp. 93–186. Cambridge: Cambridge University Press.
- [13] 有賀暢迪, 2018. 『力学の誕生: オイラーと力概念の革新』名古屋: 名古屋大学出版会.