

数理解析研究所講究録 2131

RIMS 共同研究 (公開型)

解析的整数論とその周辺

京都大学数理解析研究所

2019年10月

数理解析研究所講究録は、京都大学数理解析研究所の共同利用研究集会および共同研究の記録として1964年に刊行が開始されました。当研究所が全国共同利用研究所として発足した翌年のことでしたが、以来半世紀、毎年数十巻を刊行し、2016年には第2000巻が刊行されるに至りました。第1巻から第2000巻までに収録された論文数は29,265編、総頁数は342,960頁という膨大なものであり、最先端の数学・数理科学分野の研究状況を伝えるのみならず、我が国の数学・数理科学の発展の歴史を留める文献として、他に類例を見ない論文集となっています。

講究録の内容は当研究所のウェブサイトおよび京都大学の学術情報リポジトリにおいても公開され、年間の総アクセス数は1,380,032回（2017年度）を数えるなど、多数の方にご利用いただいています。

講究録の使用言語は論文著者の判断に任されていますが、結果的に日本語が多用されていることが特徴の一つとなっています。その結果、講究録は、数学・数理科学の広い領域における最先端の専門知識に母国語でアクセスできるものとして、近年の英語化の流れの中で、重要な文献となりつつあります。

当研究所の共同利用事業に参加し講究録の論文を執筆していただいた多数の方々に対し、講究録を大きく成長させていただいたことを深く感謝いたしますとともに、これからも、当研究所の国際共同利用・共同研究拠点(\*)としての活動にご参加いただき、講究録の発展にご協力いただけますよう心よりお願い申し上げます。

\*数理解析研究所は2018年11月13日、共同利用・共同研究拠点の認定が廃止され、新しく国際共同利用・共同研究拠点に認定されました。

*RIMS Kôkyûroku 2131*

*Analytic Number Theory and Related Topics*

*October 29 ~31, 2018*

*edited by Hidehiko Misho and Masatoshi Suzuki*

*October, 2019*

*Research Institute for Mathematical Sciences*

*Kyoto University, Kyoto, Japan*

This is a report of research done at the Research Institute for Mathematical Sciences,  
an International Joint Usage/Research Center located in Kyoto University.  
The papers contained herein are in final form and will not be submitted for publication elsewhere.

## まえがき

この講究録は、2018年10月29日(月)から10月31日(水)にかけて京都大学数理解析研究所の共同研究事業の一環として開催された研究集会「解析的整数論とその周辺」(Analytic Number Theory and Related Topics)の報告集です。

本研究集会では、ゼータ関数・ $L$ 関数の解析的理論、多重ゼータ関数、超越数論、ディオファントス近似論を中心とする幅広い分野から26の興味深い講演が行われました。参加者は海外の研究者を含め77名に上り、解析数論およびそれに関連する分野の研究者にとって有意義な交流の場となりました。素晴らしい発表をいただいた講演者の皆さま、活発な議論で集会を盛り上げて下さった参加者の皆さまに厚くお礼を申し上げます。

本研究集会の開催に際しましては、たいへん多くの皆さまからご援助、ご協力をいただきました。企画段階から開催まで、様々な助言を与えていただいた前年度代表の藤田育嗣氏、早期から集会運営に協力し、多くの局面で支えていただいた副代表の鈴木正俊氏、座長として円滑な集会進行にご協力いただいた12名の先生方、集会、懇親会の運営に関わる多岐にわたる業務を担当していただいた大学院生、若手研究者の皆さま、そして財政面での援助のみならず、研究集会の申請から本講究録の刊行に至るまで長きにわたってお力添えをいただきました京都大学数理解析研究所共同利用掛の皆さまに心より感謝を申し上げます。

最後に、本講究録が解析数論の更なる発展に貢献できるものとなることを祈念いたします。

2019年7月

見正秀彦

## Preface

This is the proceedings of the conference “Analytic Number Theory and Related Topics” which was held at Research Institute for Mathematical Science, Kyoto University, during October 29-31 in 2018.

During the conference, there were 26 talks concerning with analytic number theory and related topics. A total of 77 participants had lively discussions and enlivened the conference.

I express my sincere gratitude to the speakers, participants, and all the people who supported the conference.

July, 2019

Hidehiko Mishou

# 解析的整数論とその周辺

京都大学数理解析研究所の共同研究事業の一環として、下記のように研究集会を開催しますので、ご案内申し上げます。なおこの集会は JSPS 科研費 18H01111, 17K05163, 16K05075 などにより一部助成を受けております。

代表者 見正 秀彦 (東京電機大学 システムデザイン工学部)  
副代表者 鈴木 正俊 (東京工業大学 理学院)

記

日時：2018年10月29日(月)9:20～10月31日(水)16:45

場所：京都大学数理解析研究所4階420号室

京都市左京区北白川追分町(市バス農学部前または北白川にて下車)



## プログラム

### 10月29日(月)

- 9:20～9:30 Opening
- 9:30～10:00 宗野 惠樹 (愛媛大学)  
2次L関数の2乗平均とその応用
- 10:10～10:35 小林 弘京 (名古屋大学)  
On the discrete mean of the derivative of Hardy function
- 10:50～11:15 齋藤 耕太 (名古屋大学)  
小湾曲列のグラフ中の等差数列  
(joint work with Yuuya Yoshida)
- 11:25～12:05 山田智宏 (大阪大学)  
Three-term Machin-type formulas
- 13:30～14:00 門田 慎也 (新居浜工業高等専門学校)  
ある種の多重 Dirichlet 級数の特殊値について
- 14:10～14:50 津村 博文 (首都大学東京)  
Poly-Bernoulli numbers of level 2 and related zeta functions  
(joint work with Masanobu Kaneko)
- 15:10～15:40 梅澤 瞭太 (名古屋大学)  
多重ゼータ値と log-sine 積分について
- 15:50～16:20 伊東 邦大 (東北大学)  
多変数荒川-金子ゼータ関数の特殊値について
- 16:30～17:00 川崎 菜穂 (東北大学)  
多重ゼータ値に関する, 変数付き積分級数等式

### 10月30日(火)

- 9:10～9:40 峰 正博 (東京工業大学)  
Hurwitz ゼータ関数の値分布とそれに関連する密度関数
- 9:50～10:30 名越 弘文 (群馬大学)  
The Sato-Tate conjecture and functional differential independence of symmetric power  $L$ -functions

- 10:45 ~ 11:15 佐々木 義卓 (大阪体育大学)  
多重ベルヌーイ数の帰納的關係式とその組合せ論的解釈  
(joint work with Yasuo Ohno)
- 11:25 ~ 12:05 小松 尚夫 (武漢大学)  
Some approximation properties of hypergeometric Bernoulli numbers
- 13:30 ~ 14:00 中村 隆 (東京理科大学)  
Functional equations and zeros of the bilateral Hurwitz and periodic zeta functions
- 14:10 ~ 14:50 都築 正男 (上智大学)  
Jacquet-Zagier 型の跡公式とその応用  
(joint work with Shingo Sugiyama)
- 15:10 ~ 15:40 塩見 大輔 (山形大学)  
円分関数体のゼータ多項式の可除性について
- 15:50 ~ 16:20 鈴木 雄太 (名古屋大学)  
数論的関数の平均値に関する Walfisz 型誤差項評価について
- 16:30 ~ 17:00 井上 翔太 (名古屋大学)  
A relation between the estimate of  $S(t)$  and the zero density estimate in short intervals
- 17:45 ~ 19:45 京都大学内の「カンフォーラ」にて懇親会

## 10月31日(水)

- 9:10 ~ 9:40 小野塚 友一 (九州大学)  
Zeros of polynomials of derivatives of the Riemann zeta function
- 9:50 ~ 10:20 Ade Irma Suriajaya (理化学研究所)  
Values of the Riemann zeta function on vertical arithmetic progressions in the critical strip  
(joint work with Junghun Lee, Athanasios Sourmelidis and Jörn Steuding)
- 10:35 ~ 11:15 野田 工 (日本大学)  
指数型 Riemann ゼータ母関数について
- 11:25 ~ 12:05 桂田 昌紀 (慶應義塾大学)  
Lerch ゼータ関数の高階導関数に付随した漸近展開
- 13:30 ~ 14:00 田中 孝明 (慶應義塾大学)  
Algebraic independence of the values of a certain map defined on the set of orbits of the action of Klein four-group
- 14:10 ~ 14:50 塩川 宇賢 (慶應義塾大学)  
ある可除性条件で生成される正整数列の逆数和の無理指数  
(joint work with Daniel Duverney and Takeshi Kurosawa)
- 15:10 ~ 15:40 金子 元 (筑波大学)  
On the transcendence of power series at algebraic integer points
- 15:50 ~ 16:30 谷口 隆 (神戸大学)  
Bounds on 2-torsion in class groups of number fields  
(joint work with Manjul Bhargava, Arul Shankar, Jacob Tsimerman, Frank Thorne and Yongqiang Zhao)
- 16:35 ~ 16:45 Closing

# Analytic Number Theory and Related Topics\*

Date : October 29 (Mon) 9:20 – October 31 (Wed) 16:45, 2018

Place : Room 420, Research Institute for Mathematical Sciences (RIMS)

Kyoto University, Kyoto, JAPAN

Organizers : Hidehiko Misho (Tokyo Denki University)

Masatoshi Suzuki (Tokyo Institute of Technology)



## Program

### October 29 (Mon)

- 9:20 ~ 9:30 Opening
- 9:30 ~ 10:00 **Keiju Sono** (Ehime University)  
The second moment of quadratic Dirichlet  $L$ -functions and some applications
- 10:10 ~ 10:35 **Hirotaka Kobayashi** (Nagoya University)  
On the discrete mean of the derivative of Hardy function
- 10:50 ~ 11:15 **Kota Saito** (Nagoya University)  
Arithmetic progressions in the graphs of slightly curved sequences  
(joint work with Yuuya Yoshida)
- 11:25 ~ 12:05 **Tomohiro Yamada** (Osaka University)  
Three-term Machin-type formulas
- 13:30 ~ 14:00 **Shin-ya Kadota** (National Institute of Technology, Niihama College)  
On the special values of certain multiple Dirichlet series
- 14:10 ~ 14:50 **Hirofumi Tsumura** (Tokyo Metropolitan University)  
Poly-Bernoulli numbers of level 2 and related zeta functions  
(joint work with Masanobu Kaneko)
- 15:10 ~ 15:40 **Ryota Umezawa** (Nagoya University)  
On multiple zeta values and log-sine integrals
- 15:50 ~ 16:20 **Kunihiro Ito** (Tohoku University)  
On special values of the Arakawa-Kaneko zeta functions in several variables
- 16:30 ~ 17:00 **Naho Kawasaki** (Tohoku University)  
Integral-series identity of one variable related with multiple zeta values

### October 30 (Tue)

- 9:10 ~ 9:40 **Masahiro Mine** (Tokyo Institute of Technology)  
The value-distributions of the Hurwitz zeta function and the related density function
- 9:50 ~ 10:30 **Hirofumi Nagoshi** (Gunma University)  
The Sato-Tate conjecture and functional differential independence of symmetric power  $L$ -functions

---

\* This workshop is partially supported by JSPS KAKENHI Grant Numbers 18H01111, 17K05163, 16K05075.

- 10:45 ~ 11:15 **Yoshitaka Sasaki** (Osaka University of Health and Sport Sciences)  
 Recurrence formulas for poly-Bernoulli numbers and their combinatoric interpretations  
 (joint work with Yasuo Ohno)
- 11:25 ~ 12:05 **Takao Komatsu** (Wuhan University)  
 Some approximation properties of hypergeometric Bernoulli numbers
- 13:30 ~ 14:00 **Takashi Nakamura** (Tokyo University of Science)  
 Functional equations and zeros of the bilateral Hurwitz and periodic zeta functions
- 14:10 ~ 14:50 **Masao Tsuzuki** (Sophia University)  
 An explicit trace formula of Jacquet-Zagier type and its applications  
 (joint work with Shingo Sugiyama)
- 15:10 ~ 15:40 **Daisuke Shiomi** (Yamagata University)  
 On the divisibility of zeta polynomials of cyclotomic function fields
- 15:50 ~ 16:20 **Yuta Suzuki** (Nagoya University)  
 On error term estimates à la Walfisz for mean values of arithmetic functions
- 16:30 ~ 17:00 **Shōta Inoue** (Nagoya University)  
 A relation between the estimate of  $S(t)$  and the zero density estimate in short intervals
- 17:45 ~ 19:45 Reception party at *Camphora* on the campus of Kyoto University

#### October 31 (Wed)

- 9:10 ~ 9:40 **Tomokazu Onozuka** (Kyushu University)  
 Zeros of polynomials of derivatives of the Riemann zeta function
- 9:50 ~ 10:20 **Ade Irma Suriajaya** (RIKEN)  
 Values of the Riemann zeta function on vertical arithmetic progressions in the critical strip  
 (joint work with Junghun Lee, Athanasios Sourmelidis and Jörn Steuding)
- 10:35 ~ 11:15 **Takumi Noda** (Nihon University)  
 On exponential generating functions of the Riemann zeta-function
- 11:25 ~ 12:05 **Masanori Katsurada** (Keio University)  
 Asymptotic expansions for higher derivatives of the Lerch zeta-function
- 13:30 ~ 14:00 **Taka-aki Tanaka** (Keio University)  
 Algebraic independence of the values of a certain map defined on the set of orbits of the action of Klein four-group
- 14:10 ~ 14:50 **Iekata Shiokawa** (Keio University)  
 The irrationality exponent of the reciprocal sums of positive integer sequences generated by certain divisibility conditions  
 (joint work with Daniel Duverney and Takeshi Kurosawa)
- 15:10 ~ 15:40 **Hajime Kaneko** (University of Tsukuba)  
 On the transcendence of power series at algebraic integer points



- 15:50 ~ 16:30 **Takashi Taniguchi** (Kobe University)  
Bounds on 2-torsion in class groups of number fields  
(joint work with Manjul Bhargava, Arul Shankar, Jacob Tsimerman,  
Frank Thorne and Yongqiang Zhao)
- 16:35 ~ 16:45 Closing

解析的整数論とその周辺  
Analytic Number Theory and Related Topics  
RIMS 共同研究（公開型）報告集

2018 年 10 月 29 日～10 月 31 日  
研究代表者 見正 秀彦 (Hidehiko Misho)  
副代表者 鈴木 正俊 (Masatoshi Suzuki)

目次

1.	On the discrete mean of the derivative of Hardy function .....	1
	小林 弘京 (Hirotaka Kobayashi) 名古屋大学 (Nagoya U.)	
2.	ON A SIMPLE PROOF OF SLIGHTLY CURVED SEQUENCES CONTAINING AR- BITRARILY LONG ARITHMETIC PROGRESSIONS .....	12
	齋藤 耕太 (Kota Saito) 名古屋大学 (Nagoya U.)	
3.	THREE-TERM MACHIN-TYPE FORMULAE .....	15
	山田 智宏 (Tomohiro Yamada) 大阪大学 (Osaka U.)	
4.	On the special values of certain multiple Dirichlet series .....	24
	門田 慎也 (Shin-ya Kadota) 新居浜工業高等専門学校 (NIT, Niihama Coll.)	
5.	レベル 2 の多重ゼータ値について .....	30
	金子 昌信 (Masanobu Kaneko) 九州大学 (Kyushu U.) 津村 博文 (Hirofumi Tsumura) 首都大学東京 (Tokyo Metro. U.)	
6.	多重ゼータ値と log-sine 積分について .....	44
	梅澤 瞭太 (Ryota Umezawa) 名古屋大学 (Nagoya U.)	
7.	非正整数インデックスに対する多変数荒川－金子ゼータ関数の解析接続と その非正整数点における特殊値について .....	52
	伊東 邦大 (Kunihiro Ito) 東北大学 (Tohoku U.)	
8.	多重ゼータ値に関する, 変数付き積分級数等式 .....	57
	川崎 菜穂 (Naho Kawasaki) 東北大学 (Tohoku U.)	
9.	Hurwitz ゼータ関数の値分布とそれに関連する密度関数 .....	62
	峰 正博 (Masahiro Mine) 東京工業大学 (Tokyo Inst. Tech.)	

10.	The Sato-Tate conjecture and functional differential independence of symmetric power $L$ -functions .....	71
	名越 弘文 (Hirofumi Nagoshi) 群馬大学 (Gunma U.)	
11.	多重 Bernoulli 数の帰納的關係式とその組合せ論的解釈 .....	77
	佐々木 義卓 (Yoshitaka Sasaki) 大阪体育大学 (Osaka U. Health Sport Sci.)	
12.	Some approximation properties of hypergeometric Bernoulli numbers .....	84
	小松 尚夫 (Takao Komatsu) Zhejiang Sci-Tech University	
13.	論文 Zeros and the functional equation of the quadrilateral zeta function 関する注意 ....	95
	中村 隆 (Takashi Nakamura) 東京理科大学 (Tokyo U. Sci.)	
14.	AN EXPLICIT TRACE FORMULA OF JACQUET-ZAGIER TYPE AND ITS APPLICATIONS .....	102
	都築 正男 (Masao Tsuzuki) 上智大学 (Sophia U.)	
15.	円分関数体のゼータ多項式の可除性について .....	113
	塩見 大輔 (Daisuke Shiomi) 山形大学 (Yamagata U.)	
16.	ON ERROR TERM ESTIMATES À LA WALFISZ FOR MEAN VALUES OF ARITHMETIC FUNCTIONS .....	121
	鈴木 雄太 (Yuta Suzuki) 名古屋大学 (Nagoya U.)	
17.	臨界領域内での Riemann ゼータ関数の挙動と零点分布との関係について .....	132
	井上 翔太 (Shōta Inoue) 名古屋大学 (Nagoya U.)	
18.	Zeros of polynomials of derivatives of the Riemann zeta function .....	140
	小野塚 友一 (Tomokazu Onozuka) 九州大学 (Kyushu. U)	
19.	Values of the Riemann zeta function on vertical arithmetic progressions in the critical strip .....	150
	Ade Irma Suriajaya / ChaCha 理化学研究所 (RIKEN)	
20.	指数型 Riemann ゼータ母関数について .....	159
	野田 工 (Takumi Noda) 日本大学 (Nihon U.)	

21.	ASYMPTOTICS FOR HIGHER DERIVATIVES OF THE LERCH ZETA-FUNCTION: APPLICATIONS TO THE FORMULAE OF KUMMER, LERCH AND GAUSS . . . . .	166
	桂田 昌紀 (Masanori Katsurada)      慶應義塾大学 (Keio U.)	
22.	Algebraic independence of the values of a certain map defined on the set of orbits of the action of Klein four-group . . . . .	177
	田中 孝明 (Taka-aki Tanaka)      慶應義塾大学 (Keio U.)	
23.	Irrationality exponents of certain reciprocal sums . . . . .	188
	Daniel Duverney      Baggio Engineering School	
	黒沢 健 (Takeshi Kurosawa)      東京理科大学 (Tokyo U. Sci.)	
	塩川 宇賢 (Iekata Shiokawa)      慶応義塾大学 (Keio U.)	
24.	On the transcendence of power series at algebraic integer points . . . . .	197
	金子 元 (Hajime Kaneko)      筑波大学 (U. Tsukuba)	

講究録

Kôkyûroku

RIMS Kôkyûroku was started in 1964 as the proceedings of symposia, colloquia and workshops supported by RIMS, the Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University. It was the next year of the establishment of RIMS as one of the Nationwide Cooperative Research Centers. For half a century since then, several dozen volumes have been issued each year, and the 2,000th volume was issued in 2016. The volumes of Kôkyûroku from the 1st through the 2,000th, containing enormous 29,265 articles and 342,960 pages, not only deliver the latest research activities in mathematics and mathematical sciences but also constitute valuable and incomparable collections of articles that pass down history of progress of mathematics and mathematical science in Japan.

Articles in Kôkyûroku are available on the websites of RIMS and Kyoto University Research Information Repository. They are very frequently accessed on the internet, with a total of as many as 1,380,032 accesses in 2017.

The authors choose the languages to write articles, and many are written in Japanese, which is one of the characteristics of Kôkyûroku. As a result, Kôkyûroku is regarded as a significant and important literature which allows easy access to the latest specialized knowledge in the large fields of mathematics and mathematical sciences written in native language for Japanese readers, while more and more research papers are being written in English in recent years.

We are deeply grateful to many of those who have participated in cooperative research activities of RIMS and greatly developed Kôkyûroku. We heartily ask for your continuous participation in research activities at RIMS as an International Joint Usage/Research Center(\*) and your warm support and cooperation for the fruitful development of Kôkyûroku.

\* RIMS was certified as an International Joint Usage/Research Center on Nov. 13, 2018.