

# ダイアフラムポンプの脈動低減に関する研究

筑波大学システム情報系 京藤 敏達 (Harumichi KYOTOH\*)

筑波大学工学システム学類 関根 元輝 (Genki SEKINE)

\* Corresponding author: kyotoh@kz.tsukuba.ac.jp

2020年3月

## 概要

Discharge pulsation of a diaphragm pump is studied experimentally and numerically. The pulse occurs when the channel is blocked by the check ball to prevent the reverse flow. Propagation of the pulse in an elastic tube is also investigated through the measurement of the pressure and the discharge, and is studied by numerical analysis. Numerical analysis show that the pressure waves propagate downstream, but the standing envelope of the waves appears because of the partially reflected waves.

## 1 序論

高粘度液体や粒子を含む液体の送液で用いられているダイアフラムポンプでは、ピストンにより液体を押し出すため、一様な連続流を発生させることが難しい。さらに、各サイクルにおける逆流をチャッキボールによる流路の閉塞によって防止するため、衝撃的な圧力変動および脈動を伴う流量変動が現れる [7]。一方で、弾性管を伝播する脈動については、心臓から送り出される血流に対して多くの研究が行われている [1, 6]。心臓の場合には、大動脈が弁の開閉に伴う流量変動を平滑化することが知られている [3]。ダイアフラムポンプにおいても、空気の圧縮性を利用して脈動を圧力のエネルギーに変換することで、一様圧力下で圧送することができ、その機構は wind-kissle 効果 [3] として知られており、エアーチャンバーとして実用化されている。ただし、エアーチャンバーは液溜まりが生じるため、高価な塗液や粒子を含む機能性液体の塗布では支障が生じる。

弾性管内の脈動計算では、血管などのように網状で複雑で管径に比べて流路が長い管路系を扱うための1次元的なモデルが開発されてきた。ただ、時間変動および非線形性が重要となる現象では、モデル化の際の運動量補正係数を的確に与えることは困難である [1, 4]。そこで、本研究では、断面内の流速分布を近似せずに軸対称非定常流れの数値解析を行う [2]。また、チャッキボールによる流路の閉塞時に発生する水撃圧の弾性管における伝播およびその低減について実験により調べる。特に、水撃的な圧力波とそれに伴う流量変動、すなわちパルス的な変動の弾性管内の伝播に着目した解析を行う。

## 2 実験

管路にウレタンチューブを用いたときの管路通過流量および壁面圧力を測定し、脈動の発生機構について考察する。また、吐出部にシリコンチューブを接続することで、脈動がかなり低減できることを実証した。

### 2.1 実験方法

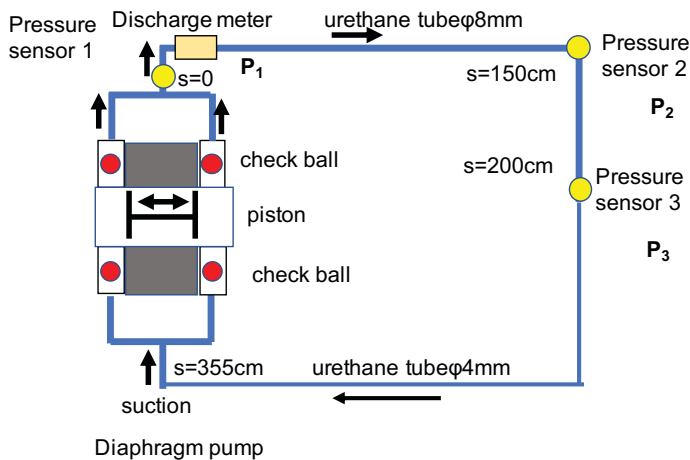


図 1: 実験装置。ダイアフラムポンプから吐出した液体がウレタンチューブを通過して循環するシステム。

図 1 に実験装置，図 2 に本実験で用いたスムーズフローポンプ（タクミナ・ダイアフラムポンプ BPL-5VTR）を示す。ダイアフラムポンプは中央のピストンの水平方

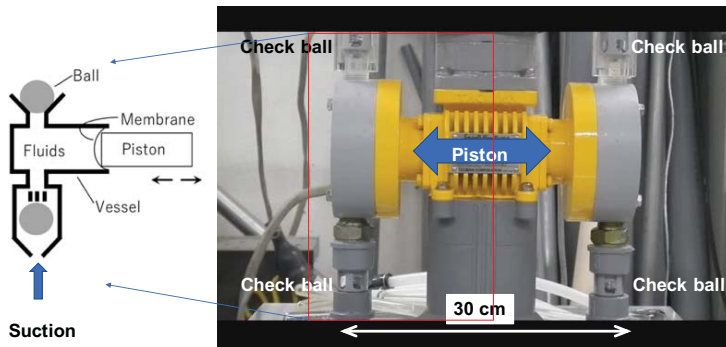


図 2: スムーズフローポンプ（タクミナ・ダイアフラムポンプ BPL-5VTR）。水平方向のピストン運動およびチャッキボールにより液体の吸引および吐出が左右交互に繰り返され、結果的に連続流が発生する。

向往復運動により下部液体を吸引吐出するもので、上部吐出部合流管では液体が連続的に吐出される。吸引の際には上部のチャッキボール、吐出の際にチャッキボールは下部が閉じ、弁の役割を果たす。このようにピストンによる左右の吐出が重ね合わされた形で、全体の流量が決定される（図 4 および図 3 参照）。チャッキボール部はボールの動きを計測するために透明アクリルで作製した。また、吐出部に径の異なるウレタンチューブを直列に繋ぎ（内径 8mm, 肉厚 2mm および内径 4mm, 肉厚 1mm）流体を循環させた（図 1 参照）。圧力（Keyence GP-M010, 応答時間 2 ms）は、吐出部（ $P_1$ ）（ $s=0$ ,  $s$  は吐出部から測ったチューブに沿う距離座標,  $s=150\text{cm}$ ）（ $P_2$ ）、および内径 8mm の管の終端（ $P_3$ ）で測定、また流量（Keyence FD-XS20 超音波流量計, 応答時間: 50 ms）は吐出部で計測し、データロガー（Keyence NR-500）により PC に取り込んだ。

本実験では、実験のし易さから作動液体として水およびグリセリンの低粘度混合溶液を用いた。まず、水の流れに対して実験および解析方法を確立し、確立後に高粘度液体の流れを調べる。

## 2.2 実験結果

図 3 上図は、吐出部左右のダイアフラムからの吐出流量を独立に測定した後に、圧力変動データの位相を揃えることで同じ時間軸上に流量をプロットしたものである。下図は、左右吐出部からの流量を数学的に足し合わせた値（赤点線）を実験値（黒線）と比較したものであり、両者の流量スパイクの出方は一致することがわか

る。したがって、流量スパイクは流量増加時と減少時の波形の上下非対称性から発生することがわかる。また、実験によれば流量の偏差は最大で平均流量の10パーセント程度あり、これが脈動として伝播する。カーテンコーティングにおいては塗布膜厚さは流量に比例するため、膜厚偏差を数パーセント以内に抑えるためには、脈動による流量変動も数パーセント以下にする必要がある。

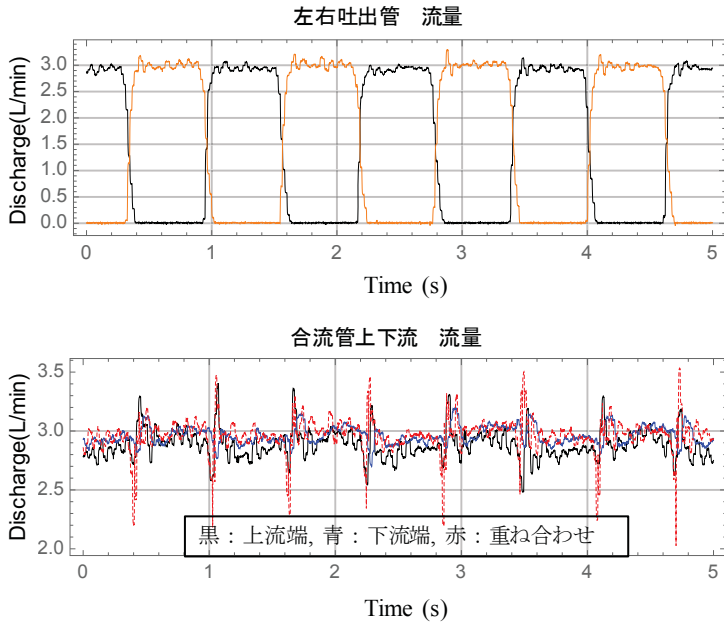


図 3: 左右のダイアフラムによる吐出流量とその重ね合わせ。下図赤点線は数学的な足し算、黒線は実測値である。インバータ周波数は25Hz、周期0.62秒。

図4は、実験結果(図3)を基に、左右のダイアフラムの運動による吐出量を重ね合わせた時に想定される流量変動の模式図である。チャッキボールの開閉は下部チャッキボールの閉塞(吐出)の方が急激に起こるため、重ね合わせた波形にはスパイクが生じる。この繰り返しで流量は脈動し、一定流量を流すことができない。一方で、ピストン速度が0でも吐出量は0とならず、流量の不連続性が緩和される(図3参照)。この理由は、ダイアフラムの弾性変形であると考えられる。以上は、飽くまで想像を述べたもので、図中のピストン速度と流量の関係および時間スケールは、現時点では不明であり更なる計測を要する。

図5は、作動流体が水(1 cP)の場合でインバータ周波数が25Hzのときの、ポンプ吐出部およびチューブ出口における流量(左図)、および上流から下流に向かう3

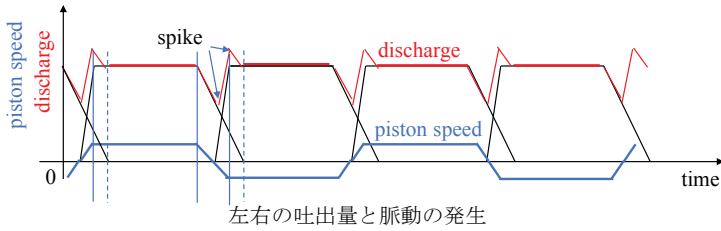


図 4: チャッキボール開閉に伴う流量変動. 左右のチャッキボールの開閉に伴う吐出を重ね合わせた形で流量が発生する. チャッキボールの開閉が完全に対称であれば, 図のようなスパイクは生じない. 赤線は2つの波形を重ね合わせた流量. 青線はピストンの速度を示す.

点の圧力 (右図) を示す. 左図から, ウレタンチューブの弾性により吐出部の流量変動がチューブ出口でおよそ  $1/2$  に低減している. 右図から,  $P_1, P_2$  に比べて,  $P_3$  の圧力変動振幅が増大している. この理由は, 測点  $P_3$  でチューブ内径が  $8\text{ mm}$  から  $4\text{ mm}$  に小さくなったことによる (後述の数値解析を参照). また, 圧力のスパイクの位相差から伝播速度が計測でき, ウレタンチューブでは  $C=140\text{ m/s}$  となる. また, チューブの弾性は, 関係式  $C^2 \equiv Adp/\rho dA$  により波速  $C$  で評価される. さらに, 圧力および流量に平均値の2割程度の振幅を持つスパイクが見られる. スパイクはチャッキボールが流路を閉塞した際に現れる衝撃的な圧力に依る. このスパイクの立ち上がり時間は  $0.03$  秒程度, また周期  $0.07$  秒の振動は, チャッキボールの可視化実験によれば, チャッキボールの流れに垂直方向の横揺れの振動数と一致する. このボールの横揺れは, ボール後流の剥離渦に起因すると考えられる.

図 6 は, 作動液体の粘度を  $10$  倍 ( $10\text{ cP}$ ) としたときの流量および圧力変動を示す. 流量変動幅は  $0.8\text{ L/min}$  程度で, 低粘度の場合 ( $1\text{ cP}$ , 図 3) と変わらない. ただし, 圧力スパイクの極大値は小さくなり, 極小値が増加する. 原因は, 粘度の増加およびサクション時におけるチューブの流水断面積の縮小による吸引抵抗増加であると考えられる. また, 流量および圧力波形の移動平均波形を分析すると, ピストン周期スケールの時間変動が作動液体の粘度増加に伴って大きくなることが示される. この理由は, 粘度増加に伴うチャッキボール開閉の遅延に伴う逆流の発生であると考えられる. 低周波の変動は波長が長いため, 弾性管で低減させることが困難となる. 高粘度液体塗布では, この低周波変動がさらに顕著となる.

図 7 は, 吐出部にウレタンチューブの代わりにシリコンチューブ ( $C=14\text{ m/s}$ ) を挿入した場合の流量を示す. 粘度が  $1\text{ cP}$ ,  $10\text{ cP}$  ともに流量変動幅が大きく低下し

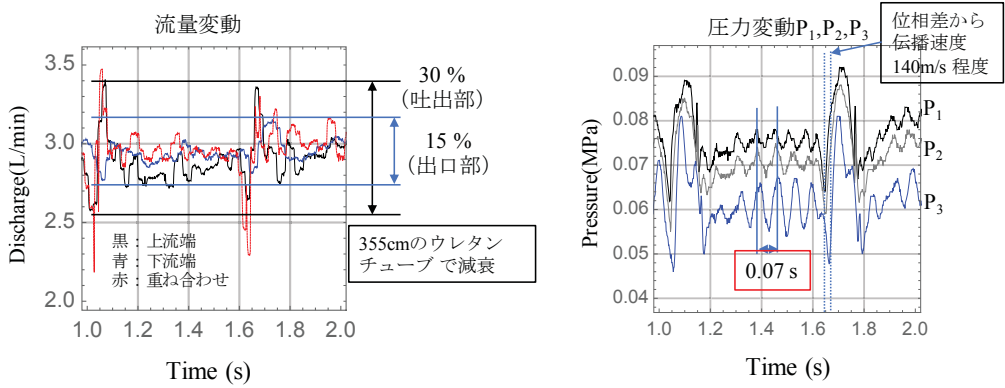


図 5: 流量および圧力変動. 左図は吐出部の流量変動がチューブ出口で低減することを示す. また, 右図は下流方向の圧力波形の変形を示す. ここで, 作動流体は水 (1 cP), インバータ周波数は 25Hz, ピストン周期は 0.62 秒である.

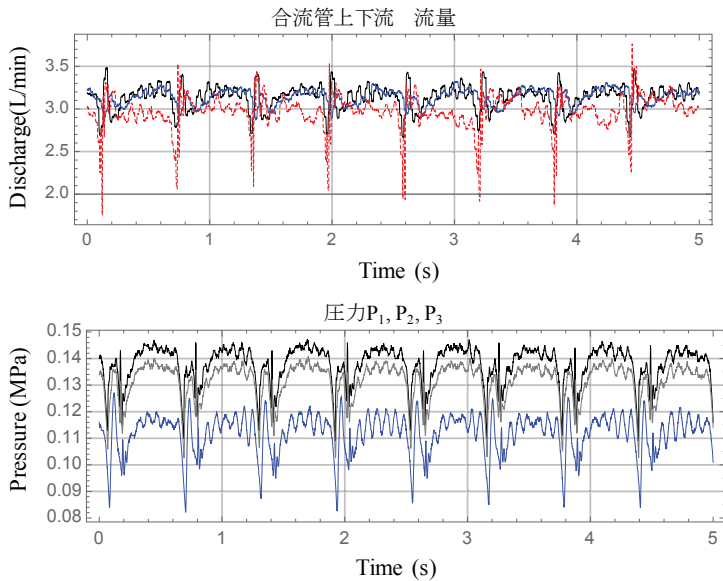


図 6: 高粘度流体の流量および圧力変動. ここで, 作動流体はグリセリン水溶液で粘度は 10 cP である. サクション部はウレタンチューブ (厚さ 2 mm) であり, 明確な座屈は生じていない.

ている。吐出圧が高い時間帯では弾性管に塗液が貯蔵されスパイクのピークが小さくなり、低い時は貯蔵された塗液が排出されることで、結果的に流量の平滑化が実現される。また、弾性管を使って脈動を低減する場合は、できる限り管路系の上流側に弾性管を設置する方が、弾性管の伸縮が大きくなるため、より効果的である。

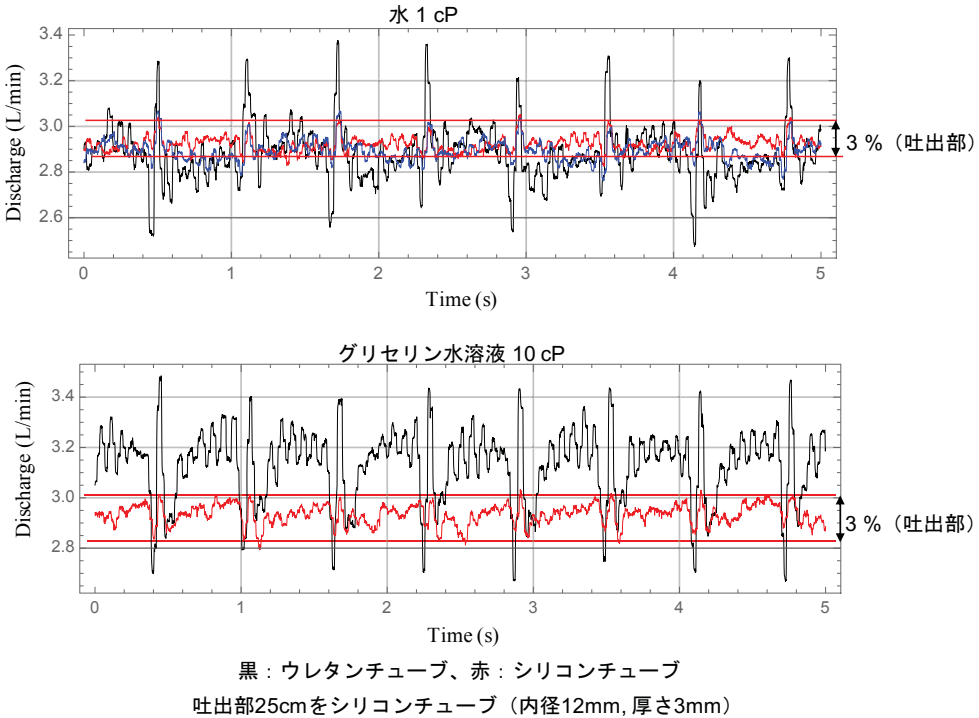


図 7: 吐出部にシリコンチューブを挿入した場合。シリコンチューブの伸縮により流量変動幅は平均値の3%程度に低減した。

最後にチャッキボールの運動について解析する。デジカメで図2と同様な範囲の動画を撮り、それぞれ4つのチャッキボールの各時間毎のライン画像を水平に並べることで、各々のチャッキボールの開閉および横振動を調べた。図8(a)は、左右上下のチャッキボールの開閉時間を示す。白の矩形領域ではチャッキボールが開いている。この図から、上のチャッキボールの開いている時間が下に比べて長いことが分かる。図4で説明したように吐出と吸引の際のチャッキボールの運動の時間スケールの差が脈動を発生させるため、この上下のチャッキボールの開いている時間の差を補正することが脈動の低減に繋がると考えられる。また、図8(b)から、チャッキボールがおよそ20Hzで振動していることが分かる。この横揺れの振動数は、図5

右で見られる圧力のスパイク間の振動に対応している。

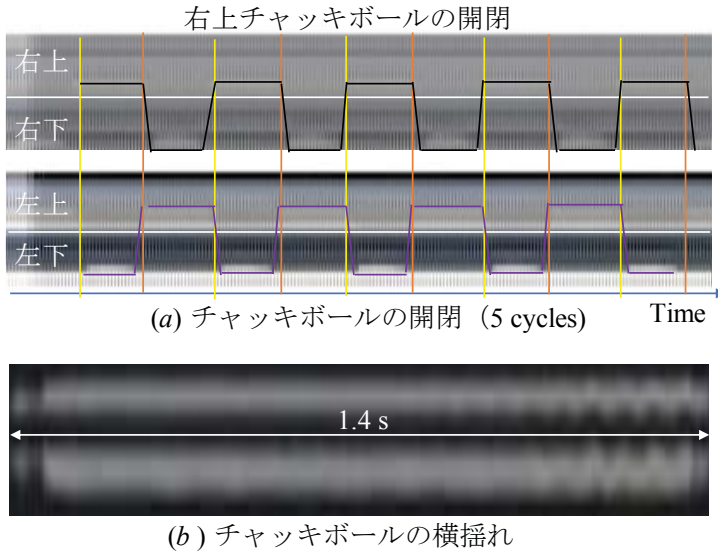


図 8: チャッキボールの運動解析. (a) 左右上下のチャッキボールの鉛直方向ライン画像横に並べた画像. (b) チャッキボールの水平画像を横に並べた画像.

## 2.3 弾性管の効果について

脈動抑制では、空気の圧縮性を利用した機器（エアーチャンバーと総称する）が開発されている。そこで、エアーチャンバーと弾性管の効果の違いについて考察する。管路内の平均圧力を  $P_{av}$ （ゲージ圧力）、変動振幅を  $\delta P$  とおくと、エアーチャンバーでは、 $P_{av}\delta V + \delta P V_{av} = 0$ 、弾性管では、 $\delta P / \delta A = \rho C^2 / A$  となる。ここで、 $V_{av}$  は管内圧力下にあるエアーチャンバー内の空気の容積である。エアーチャンバーと弾性管で同じ体積変化を発生させたときの圧力変化を計算する。弾性管の長さを  $L$  とすると、体積変化量は  $L\delta A = -\delta V$  となる。したがって、

$$\left(\frac{\delta A}{\delta P}\right)_{air} = \frac{V_{av}}{LP_{av}}, \quad \left(\frac{\delta A}{\delta P}\right)_{tube} = \frac{A}{\rho C^2}. \quad (1)$$

ここで、弾性管と同じ効果を与えるエアーチャンバーの容積を計算すると、

$$V_{av} = \frac{P_{av}}{\rho C^2} LA \quad (2)$$

となる。本実験では、 $\rho \sim 1000 \text{ kg/m}^3$ 、 $P_{av} \sim 100 \text{ kPa}$ 、 $L \sim 1 \text{ m}$ 、 $A \sim 10^{-4} \text{ m}^2$  であり、 $C = 100 \text{ m/s}$  の場合は  $V_{av} = 1 \text{ cm}^3$ 、 $C = 14 \text{ m/s}$  の場合は  $V_{av} = 50 \text{ cm}^3$  となる。



### 3 数値解析

脈動の伝播を予測・制御するために、本実験における圧力および流量変動を説明できる数理モデルを開発する。特にチャッキボールによる閉塞時に発生する圧力および流量変動のスパイクの伝播および減衰を再現することを目的とする。

#### 3.1 弾性円管内軸対称流の基礎方程式

図9に示すような弾性円管内の軸対称流れの基礎方程式は、

$$\frac{D_d u_d}{D_d t_d} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_d}{\partial x_d} + \nu \left( \frac{\partial^2 u_d}{\partial r_d^2} + \frac{\partial u_d}{r_d \partial r_d} + \frac{\partial^2 u_d}{\partial x_d^2} \right), \quad (3)$$

$$\frac{D_d w_d}{D_d t_d} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_d}{\partial r_d} + \nu \left( \frac{\partial^2 w_d}{\partial r_d^2} + \frac{\partial w_d}{r_d \partial r_d} - \frac{w_d}{r_d^2} + \frac{\partial^2 w_d}{\partial x_d^2} \right), \quad (4)$$

$$\frac{\partial u_d}{\partial x_d} + \frac{\partial w_d}{\partial r_d} + \frac{w_d}{r_d} = 0, \quad (5)$$

ここで、

$$\frac{D_d}{D_d t_d} \equiv \frac{\partial}{\partial t_d} + u_d \frac{\partial}{\partial x_d} + w_d \frac{\partial}{\partial r_d} \quad (6)$$

となる。また、円管表面  $r_d = R_d$  の運動学的および力学的条件は、

$$u_d(t_d, x_d, R_d) = 0, \quad w(t_d, x_d, R_d) = \frac{\partial R_d}{\partial t_d} \quad (7)$$

$$p_d(t_d, x_d, R_d) = \frac{1}{2} \rho C_{nd}^2 \left\{ 1 - \left( \frac{R_{nd}}{R_d} \right)^4 \right\}, \quad (8)$$

$$C_{nd} = \frac{2Gh_{nd}}{\rho R_{nd}}$$

で与えられる。上式圧力の表記については、付録を参照されたい。上式中下付き添字の 'd' は次元量、'n' は自然長の円管を表し、 $G$  は管壁の単位長さ・単位質量当たりの弾性係数、 $h$  は管壁の厚さである。ただし、円管の接線方向の変位は小さいとして無視した（記号については図9を参照）。

基礎方程式(3)-(5)に含まれる各項の大きさを評価するため、円管半径方向を  $R_{nd0}$ 、長さ方向を  $L_d$ 、変動の時間スケールを  $T_d$ 、流速を平均流速  $U_{d0}$ 、圧力を平均流速の動圧により無次元する。

$$\begin{aligned} x &= \frac{x_d}{L_d}, & r &= \frac{r_d}{R_{nd0}}, & t &= \frac{t_d}{T_d}, \\ u &= \frac{u_d}{U_{d0}}, & w &= \frac{R_{nd0}}{L_d} \frac{w_d}{U_{d0}}, & p &= \frac{p_d}{\rho U_{d0}^2}, & R &= \frac{R_d}{R_{nd0}}. \end{aligned} \quad (9)$$

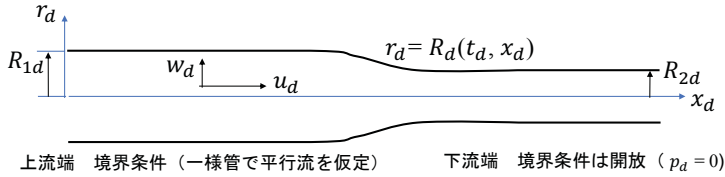


図 9: 軸対称弾性円管

ただし,  $R_{nd0}$ ,  $U_{d0}$  が  $x_d$  の関数のときは  $x_d = 0$  における値を用いる. 式 (9) において, 圧力のオーダーは, その実験値から  $\rho U_{d0}^2$  とおいた.

次に管断面内の圧力分布を評価する. 平行流であれば管壁に向かう流体の加速度は 0 であり圧力勾配は静水圧を除いて存在しない. 一方で, 圧力および流量の変動にスパイクが現れる流れでは, 管壁方向の圧力勾配や流速が無視できるかどうかの検討を要する. まず, 管壁に垂直方向の流速  $w_d$  は連続式から  $U_{nd0}R_{nd0}/L_d = 0.05 \text{ cm/s}$ , また, スパイクの立ち上がり時間の最小値は実験から 0.01 秒である. したがって, 壁面方向の流体の加速度は  $5 \text{ cm/s}^2$  となる. この加速度と圧力勾配の釣り合い式から, 圧力勾配のオーダーは次式で与えられる.

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_d}{\partial r_d} &\sim -\rho \frac{\partial w_d}{\partial t_d} \\ &\sim \rho \frac{U_{nd0}R_{nd0}}{T_d L_d} \\ &\sim 1 \text{ g/cm}^3 \frac{10 \text{ cm/sec} \times 0.5 \text{ cm}}{100 \text{ cm} \times 0.01 \text{ sec}} = 5 \text{ dyn/cm}^2/\text{cm}. \end{aligned} \quad (10)$$

一方で, 円管管軸方向のスパイクによる圧力勾配はおよそ  $1000 \text{ dyn/cm}^2/\text{cm}$  であり, スパイクが存在する流れに対しても  $|\partial p_d/\partial r_d| \ll |\partial p_d/\partial x_d|$  が成立する. したがって, 運動方程式において  $\partial p_d/\partial r_d$  は無視される. また, 本実験ではポンプの能力から, 付加できる圧力のオーダーは  $p_d \sim \rho U_d^2 \approx 100 \text{ kPa}$  であり, ウレタンチューブでは  $C_{nd} \approx 50 \sim 200 \text{ m/s}$  程度となる. したがって, 式 (8) より,  $U_d/C_{nd} \ll 1$  を考慮すると  $(R_d - R_{nd})/R_{nd} \sim (U_d/C_{nd})^2/4$  の関係が得られる.

以上より、無次元化した基礎方程式は次式で与えられる。

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial u}{r \partial r} + \delta^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right), \quad (11)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{w}{r} = 0, \quad (12)$$

$$p(t, x) = \frac{1}{2} \left( \frac{C_n}{U_{d0}} \right)^2 \left\{ 1 - \left( \frac{R_n}{R} \right)^4 \right\}, \quad (13)$$

$$\frac{D}{Dt} \equiv \text{St} \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + w \frac{\partial}{\partial r} \quad (14)$$

とする。ここで、 $\text{St} \equiv L_d/T_d U_{d0}$ ,  $\text{Re} \equiv R_{nd0}^2 U_d/\nu L_d$ ,  $\delta = R_{nd0}/L_d$  である。また、式(11)の $\delta^2$ を含む項は微小であるが、計算の安定性確保のために保持する。

境界条件は、壁面の粘着条件と運動学的条件：

$$u(t, x, R) = 0, \quad w(t, x, R) = \text{St} \frac{\partial R}{\partial t}, \quad (15)$$

および、上流端 ( $x = 0$ ) の流速分布として

$$u(t, 0, r) = 2 \left\{ 1 - \left( \frac{r}{R_0} \right)^2 \right\} + \Re \left[ \sum_{\omega_d} A_Q(\omega_d) u_b(t, r; \omega_d) \right], \quad (16)$$

$$u_b(t, r) \equiv \frac{e^{i\omega_d t}}{R_0^2} \frac{1 - J_0(\alpha r)/J_0(\alpha R_0)}{1 - 2J_1(\alpha R_0)/(\alpha R_0 J_0(\alpha R_0))}, \quad (17)$$

$$\alpha \equiv \sqrt{-i\omega_d R_{nd0}^2/\nu}$$

を与える。 $u_b(t, r)$  は一様円管内で単振動するときの流速の厳密解（振幅1，角振動数 $\omega_d$ ）， $A_Q(\omega_d) =$  変動流量/定常流量， $R_0$  は  $x = 0$  における無次元の円管半径である。

次節で脈動の計算を行うが、結果的に弾性管に波が伝播する。そのための基礎知識として、上記の方程式の非粘性一様断面における線形化された基礎方程式の解を以下に示す。

$$u_S = U_1, \quad w_S = 0, \quad R_S = R_n, \quad (18)$$

$$u_f = e^{i\phi}, \quad R_f = i \frac{R_n}{2\omega \text{St}} \frac{\partial u_f}{\partial x}, \quad w_f = i\omega \text{St} R_f r \quad (19)$$

$$\phi \equiv \omega \left\{ t + \frac{\text{St}}{2C_n^2} \left( U_1 \pm \sqrt{4C_n^2 + U_1^2} \right) x \right\}. \quad (20)$$

ここで、下付き添え字の‘S’，‘f’は、それぞれ定常流および微小擾乱を示す。位相 $\phi = \text{const.}$ は波面を表し、その速度は弾性管の波速 $C_{nd}$ と主流流速の重ね合わせで与えられる。本実験では $C_{nd} \gg U_{d0}$ より、弾性管の上下流方向に波速 $C_{nd}$ で伝播する波が現れることになる。

### 3.2 計算方法

弾性管内の流れでは管壁が運動するため、自由境界値問題となる。そこで、変数変換

$$\tilde{r} = \frac{r}{R} \quad (21)$$

を行い、固定領域 ( $0 \leq \tilde{r} \leq 1$ ) に対して数値計算を実施する。また、実験では径の異なるウレタンチューブを継手で接続している。このような不連続を有する境界では不連続点で格子を密にとる必要があるので、簡易的に管径や管壁の厚さが滑らかに変化するとして数値計算を行う。具体的には、管径を

$$R_n = \frac{R_{n2} - R_{n1}}{2} \tanh\left[\frac{x - L_1 + dL/2}{dL}\right] + \frac{R_{n2} + R_{n1}}{2} \quad (22)$$

とおく。ここで、 $R_n$ ,  $L$  の下付き添字 '1, 2' は上流側および下流側のウレタンチューブを表す。また、 $dL$  は管径が  $R_{n1}$  から  $R_{n2}$  に変化する区間長の代表値である。

本研究では、直接的に非線形波動を計算せず、定常流に重ね合わされた微小な圧力波の伝播の解析を行う。すなわち、基礎方程式から定常解を求め、定常解周りに線形化した方程式から擾乱の支配方程式を導く。この擾乱方程式は変数係数の線形方程式であり、時間を変数分離することで線形常微分方程式となる。ここでは、圧力波はダイアフラムポンプの周期とスパイクの時間スケールを持つ周期波をそれぞれ与え、それらの伝播を計算した。

### 3.3 計算結果

実験結果と比較するために、計算条件として、液体で満たされた弾性管の横波の伝播速度：内径 8 mm、厚さ 2mm のウレタンチューブでは  $C_{nd1} = 140$  m/s、内径 4 mm、厚さ 1 mm のウレタンチューブでは  $C_{nd2} = 175$  m/s を与える。また、流量は 3.0 l/min、チューブ長は  $L_1 = 200$  cm、 $L_2 = 155$  cm、 $dL_d = 30$  cm とする。

図 10 は、管弾性および液体の粘度を変えたときの管内圧力を示す。管弾性および粘性の増加に伴い縮流部における圧力変化振幅が減少する。圧力変化振幅減少の原因は、管弾性が大きくなると圧力が均一方向に、また粘性が大きいと慣性力の効果が小さくなるためであると考えられる。この圧力の上昇および下降は管断面内流速分布、すなわち境界層厚さが関与するため、1次元モデルで考慮することは難しい。

図 11 は、脈動の周期 0.62 秒および 0.05 秒、粘度 1 cP および 10 cP に対する定常流に重ね合わされた時間周期的擾乱の伝播に関する流量の計算結果である。周期が

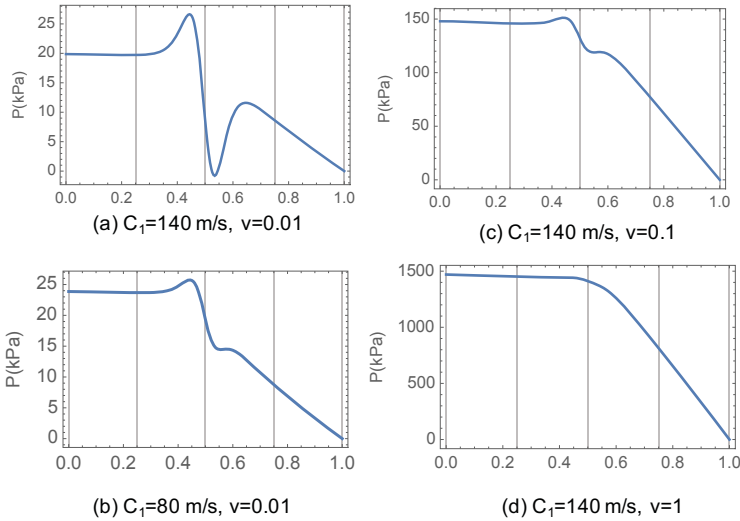


図 10: 弾性管内定常流における圧力 ( $Q = 3.0 \ell/\text{min}$ )。弾性もしくは粘度が大きいと、縮流部における圧力変化振幅は減少する。

長いときは波長が長いいため管全体が伸縮し、結果的に出口の流量変動はポンプ吐出部よりも大きくなる。一方で、高周波の脈動、20 Hz (周期 0.05 秒) の場合は、管軸方向に包絡波が形成され、細管における包絡波の波長は 2 m 程度と短い。ただ、弾性管出口部では、流量変動の包絡波の腹が形成されるため、流量変動が大きくなる。低周波の脈動を低減するには粘度を非常に大きくする必要がある。上流側を弾性の大きな管、下流側を剛な細管とすることで、windkessel 効果が引き出せると考えられる。また、粘度が小さく弾性が大きな管では、周期 0.62 秒の流量の脈動は逆に増幅される。

図 12 は圧力変動を示す。下流側で管径が小さくなると圧力が増幅されており、定性的には実験結果に整合する (図 5 および 6 参照)。しかし、 $T_p = 0.05$  の場合は、特に下流側細管の圧力振幅の最大値が線形の範囲を超え入力の数十倍となっており、非線形性が無視できないと考えられる。

## 4 脈動低減方法に関する考察

図 7 によれば、上流側に柔軟な弾性管を挿入することで、吐出部の流量の脈動がかなり低減されることがわかる。そこで、上流側に柔軟な弾性管を挿入した場合の脈動の計算を行なった。図 13 は、長さが 2 m の柔軟な弾性管 ( $C = 20 \text{ m/s}$ ) に長さ

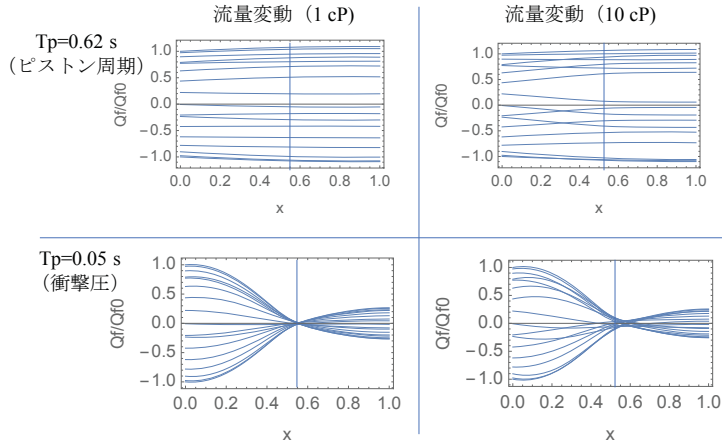


図 11: 周期的攪乱による流量変動. 上図:  $T_d = 0.62$  s, 下図:  $T_d = 0.05$  s. 右図: 1 cP, 左図: 10 cP. ここで,  $Q = 3.0$  l/min,  $C_{nd1} = 140$  m/s,  $C_{nd2} = 175$  m/s.

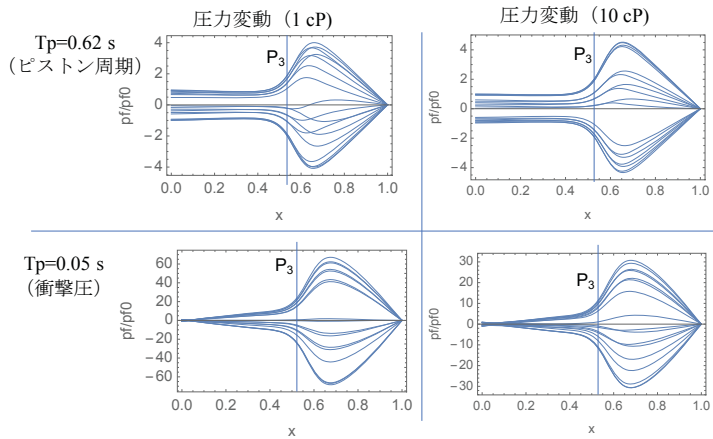


図 12: 周期的攪乱による圧力変動. 上図:  $T_d = 0.62$  s, 下図:  $T_d = 0.05$  s. 右図: 1 cP, 左図: 10 cP. ここで,  $Q = 3$  l/min,  $C_{nd1} = 140$  m/s,  $C_{nd2} = 175$  m/s.

1.7 m の剛な弾性管 ( $C = 140 \text{ m/s}$ ) を接続したデバイス (管路系) の脈動伝播計算結果を示す. この図から、上流側の弾性が下流側に比べて大きい方が弾性管の伸縮が大きくなり、脈動の低減効果が増大することがわかる.

以上をまとめると、脈動遅減には、上流側の弾性管の伸縮を増大させるために下流側に抵抗を付加すること (下流側を細管とするかバルブなどで閉塞させる)、および、管路系出口で流量変動を小さくするために出口部を剛な管とすることが有効である. 実際、ダイ・コーティングの場合には、管路系の全抵抗はダイ・スロットの抵抗に比べて無視できるため、管路を適度な弾性管で置き換えることで、低減効果が有効に働くと考えられる.

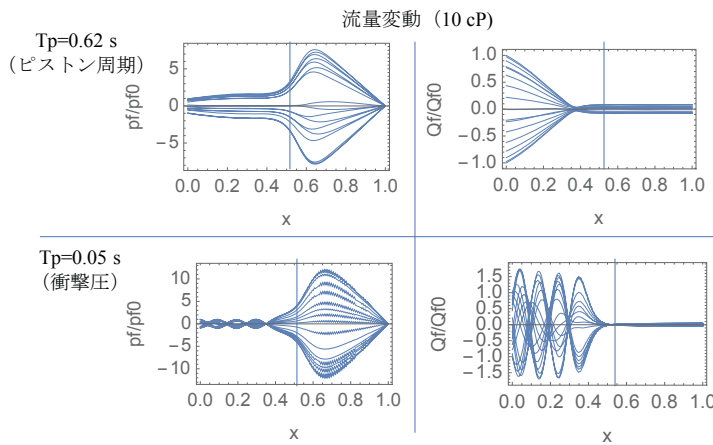


図 13: 周期的攪乱による圧力変動. 上図:  $T_d = 0.62 \text{ s}$ , 下図:  $T_d = 0.05 \text{ s}$ . 右図: 圧力変動, 左図: 流量変動. ここで,  $Q = 3 \text{ l/min}$ ,  $C_{1d} = 20 \text{ m/s}$ ,  $C_{2d} = 140 \text{ m/s}$ .

## 5 まとめ

ダイアフラムポンプの脈動について、実験および解析により調べた. 実験から、脈動は上下のチャッキボールの運動差によって引き起こされること、また、弾性管内の脈動伝播の数値解析を行い包絡波の発生などを見出した. 今後は、チャッキボールの運動を解析するとともに、高粘度液体や弾性の大きな管について数値解析を行う予定である. また、弾性の大きな管を用いて流量の脈動が小さくなる管の構造、および、チャッキボールの制御方法についても検討する.

実験では管内径を長さスケールとしたレイノルズ数は、水の場合には5,300~13,000の範囲にあり乱流になっていると考えられるが、本研究では高粘度液体の送液を最終的な研究対象とするため、層流を仮定した。

## 付録

弾性管が微小変位したときの運動方程式は、

$$\begin{aligned}\rho_w h \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} &= \frac{E}{1-\sigma^2} h \left( \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\sigma}{R_n} \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) - \tau_w, \\ \rho_w h \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} &= -\frac{E}{1-\sigma^2} h \left( \frac{\eta}{R_n^2} + \frac{\sigma}{R_n} \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) + p_w,\end{aligned}\quad (23)$$

ここで、 $\xi$ ,  $\eta$  は弾性管表面の  $x$  および  $r$  方向の変位、 $\rho_w$ ,  $p_w$ ,  $\tau_w$  はそれぞれ弾性管の密度、流体に接する面に作用する圧力およびせん断応力、 $h$  は管の厚さである。また、 $E$  はヤング率、 $\sigma$  はポアソン比である。流体から受ける応力に比べて弾性管の慣性力が無視でき、弾性管の半径に比べて軸方向の変化量が小さいとき、

$$p_w = \frac{E}{1-\sigma^2} \frac{h\eta}{R_n^2} = \frac{E}{1-\sigma^2} \frac{h(R-R_n)}{R_n^2} \approx \frac{E}{1-\sigma^2} \frac{h}{R} \left[ \frac{R}{R_n} - \left( \frac{R_n}{R} \right)^3 \right] \quad (24)$$

上式最後の近似はゴムのような弾性管に適用可能であることが示されている [5]。

## 参考文献

- [1] Bessems, D., Rutten, M. and van de Vosse, Frans N. , A wave propagation model of blood flow in large vessels using an approximate velocity profile function, J. Fluid Mech., 580 (2007), pp.145-168.
- [2] Brereton, G. J., Approximate behavior of arbitrarily unsteady laminar flow in long, straightbp, flexible tubes, Physics of Fluids, 21, 081902 (2009).
- [3] Mei, C. C., Zhang, J. and Jing, H. X., Fluid mechanics of Windkessel effect, Medical & Biological Eng. & Computing, s11517-017-1775-y (2018).
- [4] Olsen, J. H. and Shapiro, A. H., Large-amplitude unsteady flow in liquid-filled elastic tubes, J. Fluid Mech., 29 (1967), pp. 513-528.
- [5] Treloar, L. R. G., *The Physics of Rubber Elasticity*, Oxford, (1958), p. 95.



- [6] van de Vosse, Frans N. and Stergiopulos, N., Pulse Wave Propagation in the Arterial Tree, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 43 (2011), pp.467-499.
- [7] 富田和也, 井塚雄太, 京藤敏達, ダイアフラムポンプの脈動抑制および解析, 日本流体力学会年会 2018.