

景気動向指数における採用系列の スパース正則化法による選択

畠山喜充*

I はじめに

1 研究の背景

2012 年から続く異次元緩和は金融機関の利鞘を減らし、日本銀行自体のバランスシートを増大させ続け、出口戦略を取る時期が重要になっている。また財政政策についても消費増税が 2 度の延期を経て、実際に予定通りに施行されるか、またいつ施行されるべきかについては様々な憶測が存在する。これらの政策施行時期の大きな判断材料の一つが景気である。景気とは経済活動全般の動向を示す言葉である。経済学的には、主に潜在的 GDP と実際の GDP との乖離を示すことが多いが、経済活動全般の動向は何かしらの代替指標無しに計測することは難しい。具体的な数値として表れない景気を代替する指標としては、日銀の公表する短観 DI や内閣府の公表する GDP ギャップ、そして同じく内閣府が公表している景気動向指数などが存在する。先ほどの経済学的な定義からすれば、GDP ギャップが景気を直接的に示す指数として考えられる。しかし、その推計方法には様々な議論があるとともに、四半期統計であり頻度が低いという欠点がある。対して景気動向指数は月次での公表であり、細かな修正や最新のデータが求められる政策判断や投資判断においては重要視されることが多い。しかし、景気動向指数には様々な問題点が指摘されており、改善の余地が多く存在する。

問題点の具体的な例として次のような点がある。まず、景気動向指数の作成方法について、統計的な基礎付けがない部分が散見される点である。政策判断を左右する景気動向指数の作成手順が統計的手続きに基づかず、そこに恣意性の入り込む余地がある場合、故意に景気動向指数が調整される恐れもあり、政策判断を誤らせることにつながりかねない。

また、指標が何を表したもののなのかという点も挙げられる。景気動向指数は採用された系列の動きを同一のウェイトで平均した平均値に過ぎない。これが実際に景気を代替する指標であるかを判断することは難しい。

2 先行研究

これまで景気指標として様々な手法が提案されてきた。CI (Composite Index) のように、量感を捉える指標としては Stock and Watson [1991] で提案された状態空間モデルによつての動きを表現するモデルがある。Stock and Watson [1998, and 2002a, b] ではさらに、主成分分析によつて景気の動きを表現する近似ダイナミックファクターモデルを提案しており、本稿ではこの手法を採用

* 平成 30 年度京都大学経済学部卒業生

する。

DIのように、景気転換点を予測する指標については次のような研究がある。Neftci [1982] は景気転換点の問題を最適停止問題と捉えてモデル（以下、ネフチモデル）を提案している。Hamilton [1989] ではレジーム・スイッチングモデルを用いて、「好況期」「不況期」といった二分法的シグナルを抽出している。Kim and Nelson [1998] ではレジーム・スイッチングモデルにストック・ワトソンモデルを組み合わせる拡張（以下、キム・ネルソンモデル）を行っている。

前述のモデルを日本に適用した研究や、他にも独自の指標によって経済動向を捉えることを試みた研究は数多い。主な研究としては次のようなものがある。美添ほか [2001, 2003] では、既存の景気動向指数を外れ値に対して頑健な指数に修正することに加え、ネフチモデル、ストック・ワトソンモデル、レジーム・スイッチングモデルを用いて景気指標を推定している。村澤 [2007] ではストック・ワトソンモデルの拡張や二項応答モデル、マルコフ型スイッチング・モデルを用いて景気指標を推定している。酒井 [2008] ではストック・ワトソンモデルやキム・ネルソンモデルを用いている。永濱 [2016] では主成分分析を用い、ウェイトが同一という問題点を対処した指標を提案している。

ただし、景気動向指数の採用系列の選択についての分析は非常に少ない。勝浦 [1988] では主成分分析を利用した採用系列の選定が行われている。美添ほか [2003] ではAIC (Akaike's Information Criterion) やPCP (Percent Correct Predictions) を基準にしたモデル選択によって系列選択を行っている。しかし、モデルを一つ一つ検証した場合、系列を増やすとあまりに時間がかかる。系列を選択しているわけではないが、根岸 [2014] では先行指数・遅行指数が一致指数に対し実際に先行・遅行しているかを検証し、さらにそれらの系列間の連動性について検討している。

3 研究の目的

景気動向指数の作成方法と系列選択に統計的な基礎付けを与え、より正確な政策判断につなげることが本研究の目的である。より具体的には、近似ダイナミックファクターモデルを用いて景気の動きを抽出するとともに、スパース正則化法を用いてその原系列を統計的に自動的に選択することを目指す。

4 研究の意義

本研究によって、これまで統計的な基礎付けのなかった景気動向指数の採用系列の選択に統計的な基礎付けを与えることができる。また、各系列の動きをさらに統計的に適当に合成することができ、よりパフォーマンスのよい指標を作成することができ、景気を把握・予測する有用な判断材料を得ることができる。

5 本研究の構成

本研究の以下の構成は次のようになっている。

まず、第2章では目的や作成方法、問題点など、景気動向指数についての詳細な説明を行う。

第3章では近似ダイナミックモデルとスパース正則化法について説明し、本稿で使用するモデルを提示する。

第4章では実際に推定を行い、パフォーマンスを検討する。

第5章では本研究をまとめ、結論付けるとともに、課題点についても言及する。

II 景気動向指数

景気動向指数とは内閣府が毎月発表している景気関連指数の一つである。日本の景気判断の材料として非常に有効な指数であるが、後に挙げられるような問題点を有している。

1 概要

景気動向指数は、生産、雇用など様々な経済活動での重要かつ景気に敏感に反応する指数の動きを統合することによって、景気の現状把握及び将来予測に資するために作成された指数である。景気動向指数には景気変動の大きさや量感を示すCI、景気変動の各経済部門への波及の度合いを示すDIが存在する。従来、景気動向指数はDIが中心として扱われていたが、近年では景気変動の大きさや量感の把握がより重要視されるようになり、CIが中心として扱われている。それぞれに景気に先行して動く先行指数、ほぼ一致して動く一致指数、遅れて動く遅行指数があり、先行指数、遅行指数の時間的ずれは数か月程度とされている。本研究では近年より重要視されているCIに焦点を当てて議論する。

2 CIの作成方法

景気動向指数の材料となる採用系列は、先行指数11、一致指数9、遅行指数9の29系列を採用している。各系列の詳細は表1の通りである。まず、原系列の前月と比較した変数を導出する。具体的には、比率の変数については前月差を、それ以外の変数については対称変化率を求める。対称変化率は次式から求める。

$$\text{対象変化率} = \frac{(\text{当月値} - \text{前月値})}{(\text{当月値} + \text{前月値})/2} \times 100$$

次に、外れ値処理やトレンドの除去を行った後、各採用系列の変数を平均する。トレンドなどについても平均を求め、これを用いて平均化された変数にトレンド除去と逆の処理を行い、合成変化率を算出する。

最後に、以下の要領で前月のCIの値に累積する。詳細な算出方法やDIの作成方法については内閣府「景気動向指数」のページを参照されたい。

3 CIの作成方法

酒井 [2008] にはそれまでに指摘されている問題点が以下のようにまとめられている。

- CIは指数の変化率を合成するという記述統計的な作成方法であり、CIの動きが経済活動の何を表したのかという点について不明瞭である（小巻 [2001]）
- CIは景気の量感を図ることを目的として作成されているものの、CIが実際表しているものは量感ではなく、平均値、標準偏差で振幅を合わせ、その上で合成した、平均的なものに過

ぎない（坪内・白石・篠崎 [2003]）

- 計算時に構成要素の季節変動が十分に除去されておらず、CIの月次変動が大きくなる（本多・松岡 [2001]）
- 量感を示すといわれるCIであるが、CI一致指数が示す数値と、GDP成長率等で示される数値の動きは全く異なっている
- CIを計算する際に用いられる採用系列はDIと同じであるが、これが同じである必要はない

また、飯塚 [2008]、岡山 [2011]、永濱 [2016] などでは、以下のような問題点も指摘されている。

- 採用系列の選択の妥当性が不明であり、統計的な理由づけもない
- 先行指数についてその先行性がほとんどない
- 名目のデータと実質のデータが混在している
- 採用系列のウェイトが同一であり、経済実態と適合しない可能性がある
- 循環変動する指数とトレンドを持つ指数が混在している

先にも述べたように、様々なモデルを用いて景気動向指数に統計的な基礎を与えるなど、これらの問題への対処を試みた研究は数多く存在する。本稿では、Stock and Watson [1998, and 2002a, b] で提案された近似ダイナミックファクターモデルを利用し、統計的基礎付けのある景気指標を作成する。詳しくは次章で説明する。

だが、近似ダイナミックファクターモデルは主成分分析によって景気を推定するため、採用系列の選択次第で表現される値が異なる。したがって、本研究ではこの採用系列の選択に関する問題の解決策を主に模索していく。これまで景気動向指数の原系列は、幅広い経済部門から、(1) 経済的重要性、(2) 統計の継続性・信頼性、(3) 景気循環の回数と対応度、(4) 景気の高谷と時差の安定性、(5) データの平滑度、(6) 統計の速報性という6つの選定基準によって、ある意味で恣意的に選択されてきた。さらに、景気動向指数の採用系列には系列間の相関が高いという特徴や、候補となる系列の数が非常に多いという特徴がある。近似ダイナミックファクターモデルでは系列数が無限大に近づくほど真の景気成分に推定量が収束することが知られているが、各系列の景気以外の成分の相関が強い場合、推定量が一致性を持たなくなる。これらの系列・モデルの特徴に対処しつつ変数を統計的な基準によって採用系列を選択するため、本研究では次章で紹介するスパース正則化法を採用する。

Ⅲ 分析手法

1 近似ダイナミックファクターモデル

Stock and Watson [1998, 2002] では、主成分分析を利用してマクロ経済変数から共通ファクターである景気を取り出す近似ダイナミックファクターモデルを提案している。景気 F_t とマクロ経済変数 X_{it} の関係は次のように表される。

$$X_{it} = \gamma_i F_t + \varepsilon_{it} = x_{it} + \varepsilon_{it} \quad (1)$$

ただし、 t は時間の変化を、 i は系列番号を示す。また、 γ_i は係数、 ε_{it} は個別成分、 x_{it} は共通成分である。景気と個別成分によって、各マクロ変数の挙動が説明されるモデルである。

近似ダイナミックファクターモデル係数を推定する方法として、Stock and Watson [1998, 2002]では主成分分析が提案されている。以下の目的関数を最小化するような係数が求めたい推定量であり、これに主成分分析が利用される。

$$V(\mathbf{F}, \mathbf{\Lambda}) = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (X_{it} - \gamma_i F_t)^2 \quad (2)$$

2 近似ダイナミックファクターモデルの先行研究

主成分分析による近似ダイナミックファクターモデルの推定値の一致性は Stock and Watson [1998, 2002a] および Bai [2003] によって証明されている。 X_{it} が定常、かつ系列数 $N \rightarrow \infty$ 、期間 $T \rightarrow \infty$ であれば、たとえ、個別成分 ε_{it} が互いに独立でなく相互相関している正規分布でも、推定値は $\hat{\mathbf{\Lambda}} \rightarrow \mathbf{\Lambda}$ 、 $\hat{\mathbf{F}} \rightarrow \mathbf{F}$ である。

しかし、Boivin and Ng [2006] ではモンテカルロ法によって実験した結果、各系列の誤差項 ε_{it} の相互相関が強い場合には、系列数 N が増加しても $\hat{\mathbf{F}}$ がバイアスを含むという結論を得た。

このバイアスを回避するための方法として、彼らは加重主成分分析を利用する方法や、カテゴリによる系列の分類を行っている。ここで、本論ではスパース正則化法を利用することにより相関の強い系列を削除し、この問題に対処するとともに、抽出された主成分の解釈を容易にすることを目指す。

3 スパース主成分分析

正則化項と呼ばれる項を推定時の目的関数に加えることにより、説明変数間の相関が非常に高い場合や説明変数の数がサンプルサイズに近いもしくは超えている場合などによりよい推定量を得ることができる手法が正則化法である。中でも、lassoなどを代表とする、係数を疎に推定できる手法がスパース正則化法と呼ぶ。正則化法の利点に加え、係数の一部が0に推定されることで、結果の解釈がより容易になる。

スパース主成分分析 (Sparse Principal Component Analysis, SPCA) はこのスパース正則化項を取り入れた主成分分析である。具体的には、原系列 X_i を用いて次のは \hat{A} 、 \hat{B} を求める。

$$\hat{A}, \hat{B} = \underset{A, B}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{i=1}^n \|X_i - AB^T X_i\|_2^2 + \lambda \sum_{j=1}^k \|\beta_j\|_2^2 + \sum_{j=1}^k \lambda_j \|\beta_j\|_1 \right\} \quad (3)$$

subject to $A^T A = I_k$

ここで、 λ 、 λ_j は正則化パラメータと呼ばれ、正則化項の影響の大きさを調整するパラメータで

ある。 A は主成分分析に必要な直交制約を満たす係数行列であり、 B はスパース正則化された係数行列となる。ただし、 B は基準化されていないため、基準化された値を係数行列として用いる。

この式では正則化項にL1ノルムとL2ノルムの二つが課されており、これはElastic Netと呼ばれる形の正則化項である。Elastic Netの詳細については渡部[2015]などを参照のこと。大まかに言えば、lassoで生じる説明変数の個数における上限の問題や、説明変数間の相関の問題に対処した正則化項である。

IV 推定

1 モデル

本稿では景気動向指数に採用されている系列をマクロ経済変数ベクトル \mathbf{X}_t とし、近似ダイナミックファクターモデルの係数と共通ファクター F_t を、SPCAを用いて推定する。具体的には、まず以下の関数を最小化する。

$$\hat{A}, \hat{\Gamma} = \underset{A, \Gamma}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{t=1}^T \|\mathbf{X}_t - A\Gamma^T \mathbf{X}_t\|_2^2 + \lambda \|\Gamma\|_F^2 + \sum_{j=1}^k \lambda_j \|\boldsymbol{\gamma}_j\|_1 \right\} \quad (4)$$

$$\text{subject to } A^T A = \mathbf{I}_k$$

これによって係数ベクトル Γ を推定し、逆算する形で F_t を推定する。本稿では景気としての共通ファクター F_t は第一主成分のみとする。正則化項はElastic Netを採用した。

ここで問題となるのが正則化パラメータ λ をいくつに設定するかということである。通常のスパース正則化最小二乗法などでは交差検証法や、EBICなどの情報量基準を用いるが、推定したい景気自体のデータを手に入れることはできないため、これらを使うことはできない。代わりに、次の関数を最小化するような正則化パラメータ λ によって、正則化項の影響力を調整する。

$$C(\lambda) = \operatorname{Var}(F_t) \times S/P \quad (5)$$

ここで、 S は疎に推定された、つまり0と推定された係数の個数、 P は全ての係数の個数である。この基準によって、「より少ない系列によって、景気の変動をより大きく捉える」ことを目指す。

2 データ

データは景気動向指数の原系列であり、景気動向指数の作成時と同様にして対称変化率もしくは階差を取ることにより、変化率の形に揃える。したがって、系列数 N は、先行系列11、一致系列9、遅行系列9、全系列29である。期間は、1975年2月、2019年1月までの528期の月次データであり、計 29×528 個のデータを利用する。

これらは、内閣府「統計表一覧：景気動向指数 結果」のページ (<https://www.esri.cao.go.jp/jp/stat/di/di>) より取得した。

逆サイクルとされる系列については、あらかじめ動きの方向が他の系列と同様になるよう、符号

を逆になるよう処理した。

V 結果

1 推定結果

係数の推定結果は表2の通りである。全系列に対して行ったSPCAの結果では、16系列の係数が非0と推定された。先行系列では、最終需要財在庫率指数と鉱工業用生産財在庫率指数の2つの係数のみが非0と推定され、他の系列は全て係数が0と推定された。一致系列では、商業販売額（小売業）と有効求人倍率（除学卒）以外の系列の係数が非0と推定された。遅行系列では、実質法人企業設備投資（全産業）、完全失業率、消費者物価指数、最終需要財在庫率指数の係数が非0と推定された。

抽出された主成分、つまり景気指標は、図1の通りであるが、非常に見づらいため2008年1月からのみの指標を図1に掲載した。また、指標そのものは変化率を示すため解釈が難しく、これを累積値の形に直し、図2のグラフとした（1975年1月の値を基準とした）。背景が灰色となっている期間は内閣府が設定する景気後退期である。

2 考察

SPCAによって、系列の数を減らすことに成功した。全系列においては、一致系列に加え先行系列の係数が正に推定された一方、遅行系列の係数は殆どが0と推定された。これは、先行系列の先行性があまり強くなく、一致系列と近い動きをしている系列が取り出されたためであると考えられる。

また、先行系列のみで推定を行った場合には2つの系列のみの係数が0と推定された。これは、主成分の寄与率が低いためであると考えられる。抽出された景気成分ではそれぞれの系列の動きの少しの部分しか説明できていないのであり、先行系列の動きに共通する部分が少ないと解釈できる。

したがって、現在の景気動向指数における先行指数は、それぞれバラバラの動きをする系列を合成して景気という指標を作成している可能性が高く、それぞれの系列の背景にある景気という指標を推定するという考えには遠い系列選択が行われている。

一致系列、遅行系列のみで推定を行った場合には、一致系列で7、遅行系列で4の系列の係数が非0となった。これらの系列の十分な部分が第一主成分である景気によって変動していると解釈でき、共通する動きを持った系列選択がなされていると考えられる。したがって、これらの系列は先行系列よりも背後に景気という共通するファクターを持つ系列を選択していると考えられる。

実際に抽出された主成分の動きは、大きさに違いこそあれ、局面としては同じように変化している。内閣府の設定する景気基準日付の山谷と比較しても、うまく景気を捉えていると結論付けられる。

先行系列については、抽出された指標の先行性がさほど見られない。ただ、先行系列は多くの系列の係数が0と推定されているため、その中のどれかの系列は先行性を持っているかもしれない。

遅行系列についてはその遅行性が認められる。遅れの程度にはばらつきがあり、局面変化の捉え

方次第ではあるものの、3か月から半年程度の遅行性があると考えてよいと思われる。

VI まとめ

1 結論

金融緩和の副作用が増大しつつあるとともに、消費増税開始のタイミングに対して議論が呼ばれている中、過去・現在・将来の経済状態・景気を正確かつ迅速にとらえることは非常に重要である。景気関連指数としては内閣府の公表するGDPギャップや日銀の短観DIなどさまざまな指数が存在するが、代表的なものが内閣府の景気動向指数である。

その有用性は広く知られているものの、景気動向指数は各指標の動きを合成しただけの指標に過ぎず、その系列の採用基準にも統計的な基礎付けが存在しない。本研究では、ダイナミックファクターモデルを用いて景気成分を抽出するという方法によって、単に合成するより直接的に景気を表す指標を作成しようと考えた。

しかし、ダイナミックファクターモデルには系列の誤差項間の相関があった場合推定量の一致性がなくなるという弱点がある。これに対処するために、スパース正則化を利用して系列を減らすことを提案した。

スパース主成分分析を利用したダイナミックファクターモデルの推定によって、景気成分をより少ない系列から抽出することに成功した。抽出した成分は十分に景気を捉えることができていると結論づける。

また、遅行系列についてはその遅行性が確認されたものの、先行系列から抽出した景気成分についてはその先行性が確認できない結果となった。そもそも係数が非0と採用された系列が2つしかないことから、先行系列は共通する動きをしていないといえる。したがって、現行の景気動向指数における先行系列の採用基準には疑問が残る。

2 今後の課題

まず、モデルにラグを入れる分析を行うべきである。ダイナミックファクターモデルではラグ成分を取り入れた推定を行うことができ、これによってより先行性や遅行性を含んだ景気成分を抽出することができる。

次に、正則化パラメータ λ の決定方法をさらに検討するべきである。 λ によって推定される係数・主成分が変化するため、ここにおいても最適な値を与える基準を考えたい。

正則化項自体の選択も重要である。今回はモデルが簡潔に記述できるためElastic Netを採用したが、本来であればオラクル性を満たす正則化項を採用する方が望ましい。Adaptive Elastic Netなどの手法を実装したいと考える。

また、さらに多くの系列を原系列とすることも挙げられる。今回は景気動向指数の採用系列を原系列としたが、実際には景気に関係すると思われる統計データは大量にある。スパース正則化によってこれらの系列を自動的に選択できるため、系列を増やすことによる分析コストはあまりかからない。

最後に、SPCAを利用した場合にダイナミックファクターモデルの一致性などがどのようなようになるかという理論的な分析・証明を行うべきである。これは正則化パラメータの問題にもつながり、今

回の分析の根幹部分に関わるため、早めに取り組む必要がある。

しかしながら、今回の分析では景気指標の系列選択に新しい基準を与えることができたとともに、景気をより直接的に抽出することができた。景気指標のさらなる改良と、スパース正則化法などの幅広い統計手法の経済分野への応用を期待し、本論文の結びとする。

参考文献

- 荒木孝治「罰則付き回帰とデータ解析環境 R」『オペレーションズ・リサーチ』2013年5月 261-266 ページ。
- 飯塚信夫「景気関連統計（加工統計）の現状と課題」『NIRA 研究報告書：統計改革への提言「専門知と経験知の共有化」を目指して』2008年 29-39 ページ。
- 飯星博邦「主成分分析によるマクロ経済パネルデータの共通ファクターの抽出とその利用。内閣府経済社会総合研究所、2009。
- 岡山正雄「景気動向指数改定の概要とその影響」『金融市場』2011年12月 42-43 ページ。
- 勝浦正樹「主成分分析による景気指標のウェイトの算出と検定」『早稲田大学 経済学研究年報』第26号 2011年 147-165 ページ。
- 勝浦正樹「主成分分析による景気動向指数採用系列の分析」『早稲田大学 経済学研究年報』第28号 1986年 48-63 ページ。
- 川野秀一・松井秀俊・廣瀬慧「スパース推定法による統計モデリング（統計学 One Point）」『共立出版』2018年。
- 小巻泰之「景気の転換点予測モデルの有効性——日本経済への適用——」『フィナンシャル・レビュー』2001年6月。
- 酒井博司「景気転換点予測指数の開発と日本経済への適用——統計学的接近——」『三菱総合研究所 所報』No. 46 2008年 90-109 ページ。
- 坪内浩・白石賢・篠崎敏明「景気動向の判断」『景気循環と景気予測』浅子和美・福田慎一編、東京大学出版会 2003年 43-73 ページ。
- 永濱利廣「景気転換点の早期発見に向けて——三面等価に基づいた先行CIの作成——」『第一生命経済研究所 マクロ経済分析レポート』2016年。
- 根岸紳「日本の景気指数CIに関する一考察」『経済学論究』68巻3号 2014年 207-219 ページ。
- 福地純一郎・伊藤有希「Rによる計量経済分析（シリーズ〈統計科学のプラクティス〉）」『朝倉書店』2011年。
- 本多佑三・松岡幹裕「景気動向を判断する際に用いる総合指標」『フィナンシャル・レビュー』2001年6月。
- 村澤康友「景気指数の統計的基礎」浅子和美・宮川努編『日本経済の構造変化と景気循環』東京大学出版会 2007年 8-28 ページ。
- 渡部亮「Elastic-Net によるスパースロジスティック回帰と判別」『中央大学 大学院研究年報』第45号 2015年。
- 美添泰人・大平純彦・塩路悦朗・勝浦正樹・元山斉・高瀬浩二・大西俊郎・沢田章・青木周平・北岡智哉・芦沢理恵・前島秀人「経済動向指標の再検討」『経済分析——政策研究の視点シリーズ』第19号 内閣府経済社会総合研究所 2001年。
- 美添泰人・大平純彦・塩路悦朗・勝浦正樹・元山斉・大西俊郎・沢田章・木村順治・児玉泰明「景気動向指標の新しい動向」『経済分析』第166号 内閣府経済社会総合研究所 2003年。
- Jushan Bai “Inferential Theory for Factor Models of Large Dimensions,” in *Econometrica*, 71(1), 2003, p. 135-171.
- Jean Boivin and Serena Ng “Are more data always better for factor analysis?” in *Journal of Econometrics*, vol. 132, issue 1, 2006, pp. 169-194.
- Jiahua Chen, Zehua Chen “Extended Bayesian information criteria for model selection with large model spaces,” in *Biometrika* Volume 95, 2008, pp. 759-771.
- Fan, Jianqing, and Runze Li “Variable selection via nonconcave penalized likelihood and its oracle properties,” in *Journal of the American statistical Association* 96, 456, 2001, pp. 1348-1360.

- Friedman, Jerome, Trevor Hastie, and Rob Tibshirani "Regularization paths for generalized linear models via coordinate descent," in *Journal of statistical software* 33.1 1, 2010.
- Hamilton, James D. "A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle," in *Econometrica* Vol. 57, No. 2, 1989, pp. 357-384.
- Hoerl, Arthur E. and Robert W. Kennard "Ridge regression: Biased estimation for nonorthogonal problems," in *Technometrics* 12.1, 1970, pp. 67.
- Kim, Chang-Jin, and Charles R. Nelson "Business cycle turning points, a new coincident index, and tests of duration dependence based on a dynamic factor model with regime switching," in *Review of Economics and Statistics* 80.2, 1998, pp. 188-201.
- Kohavi, Ron "A study of cross-validation and bootstrap for accuracy estimation and model selection," in *Ijcai*. Vol. 14. No. 2., 1995, pp. 1137-1145.
- Mariano, Roberto S. and Yasutomo Murasawa "A New Coincident Index of Business Cycles Based on Monthly and Quarterly Series" in *Journal of Applied Econometrics* Vol. 18, 2003, pp. 427-443.
- Mariano, Roberto S. and Yasutomo Murasawa "Constructing a Coincident Index of Business Cycles Without Assuming a One-Factor Model," in Discussion Paper, College of Economics, Osaka Prefecture University, 2004
- Neftci, S. "Optimal Prediction of Cyclical Downturns" in *Journal of Economic Dynamics and Control* 4, 1982, 225-241.
- Stock, James H. and Mark W. Watson "A Probability Model of the Coincident Economic Indicators," in *New Approaches and Forecasting Records.*, 1991 Cambridge University Press, pp. 63-90.
- Stock, James H. and Mark W. Watson "A procedure for predicting recessions with leading indicators: econometric issues and recent experience," in *Business cycles, indicators and forecasting.*, 1993, University of Chicago Press, pp. 95-156.
- Stock, James H. and Mark W. Watson "Diffusion Indexes," in *NBER working paper*, No. 6702, 1998.
- Stock, James H. and Mark W. Watson "Forecasting using principal components from a large number of predictors," in *Journal of American Statistical Association*, 97, 2002, p. 1167-1179.
- Stock, James H. and Mark W. Watson "Macroeconomic Forecasting using diffusion Indexes," in *JBES*, 20(2), 2002, p. 147-162.
- Tibshirani, Robert "Regression shrinkage and selection via the lasso," in *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, Vol. 58, No. 1, 1996, pp. 267-288.
- Zou, Hui, and Trevor Hastie "Regularization and variable selection via the elastic net," in *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Statistical Methodology)* Vol. 67, No. 2, 2005, pp. 301-320.