

( 続紙 1 )

京都大学	博士 (理 学)	氏名	田代 賢志郎
論文題目	Gromov-Hausdorff limits of compact Heisenberg manifolds with sub-Riemannian metrics (コンパクトハイゼンベルグ多様体のグロモフハウスドルフ極限)		
(論文内容の要旨)			
<p>田代氏はコンパクトハイゼンベルグ多様体のグロモフハウスドルフ極限について研究した. ここでコンパクトハイゼンベルグ多様体とは、ハイゼンベルグリー群を格子部分群で割って得られる商空間である. ハイゼンベルグリー群 (より一般にカルノー群) は、可微分サブリーマン多様体の接錘として現れることもあり、ユークリッド空間のサブリーマン類似、すなわち平坦な空間としての側面を持つ. したがって、格子で割って得られたコンパクト多様体は、サブリーマン幾何学における平坦トーラスの類似であるとみなすことができる.</p> <p>平坦トーラスのグロモフハウスドルフ極限に関する良く知られた結果は、マラーのコンパクト性定理である. この定理は平坦トーラスの族がリーマン体積の上限をもち、シストールの正の下限を持つならば、その族はグロモフハウスドルフ位相で相対コンパクトであり、極限空間は同じ次元の平坦トーラスになることを主張する. 田代氏は、本論文で、この定理のサブリーマン幾何学での類似とみなせる定理を証明した. すなわち、(リーマンではない) サブリーマン・コンパクトハイゼンベルグ多様体の族が「Popp 体積」について上限を持ち、シストールについて正の下限を持つならば、その族はグロモフハウスドルフ位相で相対コンパクトであり、極限空間は同じ次元のコンパクトハイゼンベルグ多様体になることを示した. ここで Popp 体積 とは Montgomery により導入されたサブリーマン多様体上の体積で、自然にリーマン体積の一般化となるものである.</p>			

( 続紙 2 )

(論文審査の結果の要旨)

田代氏の博士論文は、グロモフハウスドルフ収束の視点から、リーマン幾何とサブリーマン幾何の関係を考察し、コンパクト性定理を証明することで、ハイゼンベルグ多様体の研究においてその有効性を示した。

田代氏のこれまで次のような研究をしてきた。まず、冪零リー群の測地線について詳しく研究し、その結果を論文 *On the speed of convergence to the asymptotic cone for non-singular nilpotent groups* にまとめた。次に、そこで得た測地線についての知見を使い、グロモフハウスドルフ収束の観点からハイゼンベルグ多様体の研究を行い、論文、*Precompactness theorem for compact Heisenberg manifolds with sub-Riemannian metrics and the Gromov–Hausdorff topology* としてまとめている。これが本博士論文の主要部分である。さらに、その研究を発展させ、多様体が崩壊するケースを研究し、その結果を論文 *Collapsed limits of compact Heisenberg manifolds with sub-Riemannian metrics* にまとめた。これら三つの論文は、アーカイブに発表し、また現在、専門誌に投稿中である。

これらの研究は田代氏の独自性に基づき、また、このアプローチは上で説明したようにすでに大きな成果をあげ、今後の発展も見込まれる。

よって、本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。また、令和3年1月18日に、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。

要旨公開可能日： \_\_\_\_\_ 年 \_\_\_\_\_ 月 \_\_\_\_\_