（ 続紙 １ ）

京都大学	博 士（ 理 学 ）	氏名	室谷　岳寛
論文題目	A study on anabelian geometry of complete discrete valuation fields （完備離散付値体の遠アーベル幾何学の研究）		

（論文内容の要旨）

本論文は数論幾何学の論文であり、完備離散付値体およびその上の双曲的代数曲線に対する遠アーベル幾何学を研究対象としている。遠アーベル幾何学は１９８０年代前半に Grothendieck が提唱した数論幾何学の比較的新しい一分野で、代数多様体の幾何（さまざまな幾何的不変量や、究極的には多様体そのもの）をその数論的基本群という非可換位相群から再構築しようとするものである。遠アーベル幾何学における代数多様体の基礎体としては、Grothendieck 自身は代数体などの素体上有限生成な体を想定していたが、その後 1990 年代後半以降の望月らの先行研究により、p 進体など幅広い基礎体の上で展開されることがわかっている。但し、先行研究は剰余体の数論性（より詳しく言うと、剰余体が有限体あるいは有限体上代数的な体であるという事実）に強く依存しており、剰余体が一般である完備離散付値体に対する遠アーベル幾何学的研究は（最近の南出-辻村らの結果などを除き）従来ほとんどなかった。特に、高次元局所体については、高次元類体論など整数論、数論幾何学において重要な位置を占めているにもかかわらず、その遠アーベル幾何学的研究はほとんどなされていなかった。

本論文は、このような状況の中で、「どのような体が遠アーベル幾何学の基礎体として適しているか？」という自然かつ根本的な問題意識の下、（高次元局所体を含む）一般の完備離散付値体が遠アーベル幾何学の基礎体として適切であることを、さまざまな角度から明らかにしている。

より具体的には、本論文で申請者は(A) 高次元局所体の絶対ガロア群からどのような不変量が単遠アーベル的に復元できるか？(B) 高次元局所体上の双曲的代数曲線に対し、Grothendieck の予想が成立するか？(C) 剰余体が完全な混標数完備離散付値体の分岐フィルトレーション付き絶対ガロア群からどのような不変量が単遠アーベル的に復元できるか？(D) 剰余体が完全な混標数完備離散付値体の分岐フィルトレーション付き絶対ガロア群に対し、Neukirch-内田の定理の類似が成立するか？という４つの問題に取り組み、以下のような非自明な結果を得た。まず、(A) に関しては、高次元局所体の剰余標数、最終的な剰余体となる有限体の元の個数、（高次元局所体としての）次元などの量が単遠アーベル的に復元されることを示し、その応用として、有限体でない正標数高次元局所体およびある条件を満たす混標数高次元局所体に対しては、体の同型類が絶対ガロア群から完全に復元されることを証明した。(B) に関しては、混標数高次元局所体がクンマー忠実であることを示した。星の先行研究によって、クンマー忠実体上のアフィン双曲的代数曲線の数論的基本群の間のある自然な条件を満たす同型は曲線の同型から誘導されることが知られているため、この結果は混標数高次元局所体が遠アーベル幾何学の基礎体として（ある程度）適していることを保証している。(C) に関しては、剰余体が完全な混標数完備離散付値体の分岐フィルトレーション付き絶対ガロア群から、剰余標数 p、絶対分岐指数及び p 進円分指標を単遠アーベル的に復元した。(D) に関しては、(C) の結果を用いて、ある条件を満たす体に対し、分岐フィルトレーション付き絶対ガロア群（および剰余体の同型類）から体の同型類を復元した。

本論文の以上のような結果は、完備離散付値体に対する遠アーベル幾何学の今後の研究の中で基本的な位置を占めることが期待されるだけでなく、「どのような体が遠アーベル幾何学の基礎体として適しているか？」という遠アーベル幾何学における根本的な問題に対して光を当てた重要なものであると考えられる。

（続紙　２　）

（論文審査の結果の要旨）

本論文は、完備離散付値体およびその上の双曲的代数曲線に対する遠アーベル幾何学を研究対象としている。遠アーベル幾何学における代数多様体の基礎体としては、創始者であるGrothendieck自身は代数体などの素体上有限生成な体を想定していたが、その後1990年代後半以降の望月らの先行研究により、p進体など幅広い基礎体の上で展開されることがわかっている。但し、先行研究は剰余体の数論性に強く依存しており、剰余体が一般である完備離散付値体に対する遠アーベル幾何学的研究は従来ほとんどなかった。特に、高次元局所体については、高次元類体論など整数論、数論幾何学において重要な位置を占めているにもかかわらず、その遠アーベル幾何学的研究はほとんどなされていなかった。

本論文は、このような状況の中、「どのような体が遠アーベル幾何学の基礎体として適しているか？」という自然かつ根本的な問題意識の下、（高次元局所体を含む）一般の完備離散付値体が遠アーベル幾何学の基礎体として適切であることを、さまざまな角度から明らかにしている。より具体的には、申請者は(A) 高次元局所体の絶対ガロア群からどのような不変量が単遠アーベル的に復元できるか？(B) 高次元局所体上の双曲代数的曲線に対し、Grothendieckの予想が成立するか？(C) 剰余体が完全な混標数完備離散付値体の分岐フィルトレーション付き絶対ガロア群からどのような不変量が単遠アーベル的に復元できるか？(D) 剰余体が完全な混標数完備離散付値体の分岐フィルトレーション付き絶対ガロア群に対し、Neukirch-内田の定理の類似が成立するか？という４つの問題に取り組み、それぞれに対し非自明な結果を得た。これらの結果は、完備離散付値体に対する遠アーベル幾何学の今後の研究の中で基本的な位置を占めることが期待されるだけでなく、「どのような体が遠アーベル幾何学の基礎体として適しているか？」という遠アーベル幾何学における根本的な問題に対して光を当てた重要なものであると考えられる。

本論文の構成は緻密であり、内容が多岐にわたる長大な論文でありながら細かい瑕疵も全く見当たらない。それぞれの命題の証明は主として代数的だがそのうちのいくつか非常に独創的であり、また全体として明快な内容となっている。

よって、本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。また、令和３年１月２２日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。

なお、本論文は、京都大学学位規程第１４条第２項に該当するものと判断し、公表に際しては、当該論文の全文に代えてその内容を要約したものとすることを認める。

要旨公表可能日：　　　　　年　　　月　　　日以降