

# 位相依存性のないエネルギー変換の定式化の提案

高谷康太郎（京都産業大学）

## 1 はじめに

長周期の天候・気候変動に伴う大気循環変動の力学的メカニズムを明らかにするための解析手法はいくつも提案されているが、そのうちの一つに、順圧・傾圧エネルギー変換を調査するというものがある。このエネルギー変換は、擾乱と基本場との間のエネルギーのやり取りを表し、運動に伴う順圧成分と、温度に伴う傾圧成分とに分けることが出来る。このエネルギー変換の分布や量を調査することで、擾乱の形成・強化・維持または減衰の過程を定量的に調査しようというものである。例えば、Kosaka and Nakamura (2010) は、日本を含む北西太平洋域の夏季気候に大きな影響を与える Pacific-Japan パターン（以下 PJ パターン）の形成メカニズムに際し、傾圧的かつ東西非一様な基本場からの順圧及び傾圧的なエネルギーの獲得が重要であることを、観測データと数値シミュレーションデータの双方の解析により示した。また、Tanaka et al. (2016) は、冬季の western Pacific パターン（以下 WP パターン）の維持メカニズムを調査し、WP パターンは（順圧擾乱の印象が強いが実は）傾圧構造を持つこと、そして WP パターンの有効位置エネルギー（available potential energy; APE）の維持には基本場からの傾圧エネルギー変換が重要であることを示した。また彼らは同時に、WP パターンの維持には傾圧エネルギー変換だけでなく、基本場からの順圧エネルギー変換の寄与も一定程度重要であることを示している。

このように、エネルギー変換の調査は大気長

周期変動の解明の有効な手段になりうるが、その一方で限界も併せ持つ。この限界はエネルギー変換の定式によりもたらされるもので、詳細を以下に説明する。擾乱から見た順圧エネルギー変換  $CK$  と傾圧エネルギー変換  $CP$  の表式はそれぞれ、 $\beta$  平面における  $p$  座標系上の地衡風擾乱に対し、

$$CK = (\overline{v'^2} - \overline{u'^2}) \frac{\partial U}{\partial x} - \overline{u'v'} \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \quad (1)$$

$$CP = -\frac{Rf_0}{S^2 p} (\overline{v'T'} \frac{\partial U}{\partial p} - \overline{u'T'} \frac{\partial V}{\partial p}) \quad (2)$$

と表現される。ただし、 $(u', v')$  は擾乱水平風速、 $(U, V)$  は基本場水平風速、 $R$  は気体定数、 $S^2$  は大気安定度に関する量を表す。任意の物理量  $P$  に対し、 $\overline{P}$  は、十分な長さの  $P$  の時間平均を表している。いま、地衡風擾乱を考えているので、擾乱流線関数  $\psi'$  を用いると、上式は

$$CK = (\overline{\psi_x'^2} - \overline{\psi_y'^2}) \frac{\partial U}{\partial x} + \overline{\psi_x' \psi_y'} \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \quad (3)$$

$$CP = \frac{f_0^2}{S^2} (\overline{\psi_x' \psi_p'} \frac{\partial U}{\partial p} + \overline{\psi_y' \psi_p'} \frac{\partial V}{\partial p}) \quad (4)$$

と書くことが可能である。さて、(3) や (4) をみると、これらの表式は、擾乱の 2 次の項に基本場風速の勾配を乗じた形になっている（例えば、 $\overline{\psi_x'^2} - \overline{\psi_y'^2}$  という擾乱 2 次の項と  $\frac{\partial U}{\partial x}$  という  $U$  の東西勾配量との掛け合わせになっている）。基本場風速の空間スケールは擾乱のそれよりも十分に大きいとすると、もし擾乱が  $\psi' \approx \sin(kx + ly + mp - \omega t)$  という平面波\*1だ

\*1  $p$  座標系にて鉛直  $p$  方向に平面波を仮定するのは物理的実態をあまり反映しないので好ましくないが、理論的考察を簡単にするためにこのように仮定した。

と仮定したとき、位相平均しない  $CK$  と  $CP$  の水平分布は半波長の強い位相依存性を持ってしまう（具体例を第3節で示す）。すなわち、擾乱流線関数の「節」の部分には大きな値を持ちうるが、振幅の極大または極小付近では逆に0に近い値になることが予想される。もし擾乱が移動性、すなわち  $\omega \neq 0$  であれば、擾乱の一周期より長い時間平均が位相平均に対応するため、時間平均を取ることによってこの位相依存性を除去し、一波長より長いエネルギー変換の分布を得て意味のある物理的考察に繋げることが出来る。しかし、PJ パターンにせよ WP パターンにせよ、または他の長周期変動大気循環偏差パターンにせよ、気候変動に関わる擾乱はほぼ停滞性擾乱つまり  $\omega = 0$  と解釈できるため、時間平均が位相平均に対応しない\*2。従って、(3) や (4) 式を使用するのでは、一波長より長い波束全体と基本場との間のエネルギーのやり取りの評価が困難になってしまうのである。実際、上で引用した Kosaka and Nakamura (2010) や Tanaka et al. (2016) において、PJ パターンや WP パターンは地域的にかなり限定された擾乱であるにも関わらず、 $CK$  や  $CP$  の評価の際に北半球平均などの水平領域平均を使用しているのは、上記に指摘したような  $CK$ 、 $CP$  の位相依存性のためであると思われる。

## 2 位相依存性のないエネルギー変換項の定式化の概要

いままで指摘した問題を解決するためには、時間平均をとらずとも位相依存性のないエネルギー変換項の定式化が必要となる。紙面の関係でここでは定式化の基本的な方針と概要につい

\*2 停滞性擾乱に関するエネルギー変換項の位相依存性の問題は、Plumb (1986) や Trenberth (1986) などの時間平均の pseudomomentum wave-activity flux (擬運動量波の活動度フラックス) の停滞性擾乱における位相依存性の問題とよく似ている。

て述べることにする\*3。

まず、伝統的なエネルギー変換項である (3) 式及び (4) 式の導出を確認する。代表的な導出方法は、準地衡風系において線形化された運動量方程式と熱力学方程式から擾乱エネルギー

$$e = \frac{1}{2}(\psi_x'^2 + \psi_y'^2 + \frac{f_0^2}{S^2}\psi_p'^2) \quad (5)$$

の時間発展式方程式を導くことである。その結果として、(3) 式及び (4) 式を得ることが出来る。しかしこの表式を停滞性擾乱に適用するのはあまり好ましくないことは第1節で見たとおりである。擾乱エネルギー  $e$  の表式 (5) 式をよく見ると、この式も位相平均をしない場合は擾乱の位相に依存する形をしている。例えば、擾乱流線関数が  $\psi' \approx \sin(kx + ly + mp - \omega t)$  と仮定されるのであれば、 $e \approx \cos^2(kx + ly + mp - \omega t)$  となる。そこで、位相平均などしなくとも「位相依存性のない擾乱エネルギー」を  $\mathcal{E}$  を以下のように定義する；

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2}(e - \frac{1}{2}\psi'q') \quad (6)$$

ただし、 $q'$  は擾乱の準地衡渦位である。(6) 式の右辺第二項は、擾乱流線関数が  $\psi' \approx \sin(kx + ly + mp - \omega t)$  ならば振幅は  $e$  のそれと同じになり、かつ  $\sin^2(kx + ly + mp - \omega t)$  に比例する。従って、(6) 式は、WKB 近似の範囲において「位相依存性のない擾乱エネルギー」として定義されうるわけである。これは、擾乱の波束としてのエネルギーを時間平均などせずに把握するのに有効な物理量になると期待出来る。

なお、(6) 式の右辺第二項は、突然持ち出された物理量ではない。2次元乱流の研究では一般化されたエネルギーを、(6) 式右辺第二項とよく似た表式で定義する。ただし水平2次元の

\*3 以下にも明らかなように、位相依存性のないエネルギー変換項の導出の基本的な発想は、位相依存性のない wave-activity flux の導出 (Takaya and Nakamura 1997; 2001) と良く似ている。

世界なので渦位の代わりに渦度を用いるが、いずれにせよ、この右辺第二項は十分に物理的意味のある項である。

さて、本研究の目的である位相依存性のないエネルギー変換項の定式化は、上記の  $\mathcal{E}$  の時間発展方程式を導出することによってなされる。ただし、準地衡風方程式系においては、 $\psi'$  の時間発展方程式は陽には得られないので、 $\mathcal{E}$  の方程式の導出にはそれなりの工夫が必要となる。本論文では、導出過程の詳細は割愛する。

以下に、 $\mathcal{E}$  の時間発展方程式を考えることによって得られた位相依存性のないエネルギー変換項の新しい表式を、順圧成分  $CK_n$  と傾圧成分  $CP_n$  のそれぞれについて示す；

$$CK_n = \frac{1}{2} \{ (\psi_x'^2 - \psi' \psi_{xx}') - (\psi_y'^2 - \psi' \psi_{yy}') \} \frac{\partial U}{\partial x} + (\psi_x' \psi_y' - \psi' \psi_{xy}') \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \quad (7)$$

$$CP_n = \frac{f_0^2}{2S^2} \{ (\psi_x' \psi_p' - \psi' \psi_{xp}') \frac{\partial U}{\partial p} + (\psi_y' \psi_p' - \psi' \psi_{yp}') \frac{\partial V}{\partial p} \} \quad (8)$$

これらの表式のうち、擾乱の2次の項を見ると、擾乱流線関数の1階微分同士の積の項と、擾乱流線関数とその2階微分の積の項との組み合わせになっており、位相依存性のない物理量を定義できていることが分かる。例えば、 $CK_n$  中の  $(\psi_x'^2 - \psi' \psi_{xx}')$  において、 $\psi' \approx \sin(kx + ly + mp - \omega t)$  とすれば、第一項は  $\cos$  の2乗に、第二項は  $\sin$  の2乗にそれぞれ比例し、それを組み合わせることにより、WKB近似の範囲でこの項の位相依存性が消去されていることが分かる。(8)式、(10)式の他の部分も同様に考えることが可能で、よって全体として位相依存性のないエネルギー変換項が定義出来ていることになるのである。

### 3 適用例

以上に求めた位相依存性のないエネルギー変換項の有効性を確認するために、観測デー

Composited Z250 anomaly and U250

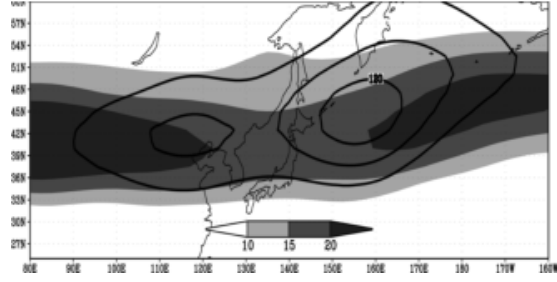


図1 7月に日本付近の250hPaにおいて、高気圧性偏差が卓越したときの高度場合成偏差を等値線で表したものの(40m毎、ただし0m以下の等値線は省略)。過去40年の7月で、日本東方(35-45N, 140-160E)において領域平均した250hPa高度場をもとに、高/低気圧性偏差が卓越した年を抽出し合成図を作成したもの。高気圧性偏差の卓越時から低気圧偏差の卓越時を差し引いている。shadeは7月250hPaにおける日本付近の東西風の気候値を表す(値はパネル下部の凡例を参照のこと)。

タを用いて比較検証を行った。用いたデータはNCEP/NCAR再解析データで、過去40年の7月の250hPa高度場(Z250)において、日本の東方(35-45N, 140-160E)で高気圧または低気圧偏差が卓越した年を選び出し、合成図解析を行った。

まず、図1において、Z250合成偏差図を確認すると、日本付近を中心として、全体的に高気圧性偏差が東西に分布していることが分かる。細かく見ると、黄海付近と北海道東方沖とに2つ、Z250偏差が極大の領域があり、それぞれは対流圏上層の偏西風の出口と入口付近に位置している。

この偏差分布と気候値を用いて、伝統的な順圧エネルギー変換項(3)式と位相依存性のない順圧エネルギー変換項(8)式の水平分布を表したのが図2である。伝統的な表式を描画した図2(a)を見ると、第1節で指摘したように、 $CK$ の分布は高気圧性偏差の「節」に分布し、さらにその水平スケールが高度場偏差のそれと比較

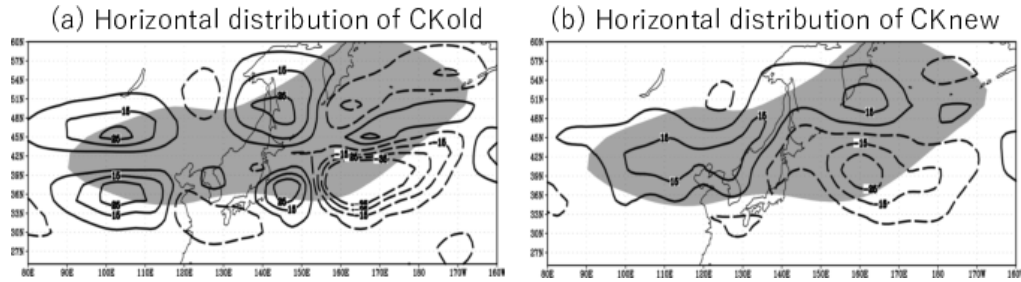


図2 順圧エネルギー変換の水平分布と250-hPa高度場偏差。等値線は順圧エネルギー変換(単位:  $m^2/s^3$ )を表し、(a)は伝統的な変換項の表式(3)式を基に、(b)は位相依存性のない変換項の表式(8)式を基に、それぞれ分布をもとめたもの。shadeは、図1と同じ7月の日本付近の250hPa高度場の合成偏差で40m以上の領域を表す。

して小さいことが分かる。つまり、 $CK$ の分布に位相依存性が強く現れてしまっており、この擾乱全体の維持・強化にエネルギー変換がどのような役割を果たしているのかを議論しにくい。一方、位相依存性のない表式を描画した図2(b)を見ると、こちらは分布に位相依存性が見られないことが分かる。 $CK_n$ が特に「節」に選択的に分布していることもなく、また、その水平スケールも高度場偏差のそれと同程度で、高度場偏差と基本場とのエネルギーのやり取りの物理的意味を捉えやすい。例えば、高気圧性偏差の上流側(西側)の $CK_n$ の正の領域は、気候値の偏西風の出口つまり $\frac{\partial U}{\partial x} < 0$ の特性を反映していることが分かる。また、偏差の下流側(東側)では、 $\frac{\partial U}{\partial y}$ の符号に対応して $CK_n$ の分布が決定されている様子が見て取れる。つまり、エネルギー変換項の分布に気候値流速(の勾配)が強く影響している事が理解出来、それにより、波束としての擾乱の維持・強化メカニズムの議論を定量的に行うことが可能になることが期待出来る。

#### 4 まとめ

本研究では、位相依存性のないエネルギー変換項の定式化についての提案を行った。これは、「位相依存性のないエネルギー」を(6)式のように定義し、その時間発展方程式を導出するこ

とによってなされる。この新しい表式(8)式、(10)式のエネルギー変換項には、伝統的な表式とは対照的に、時間平均などの位相平均を取らずとも、WKB的な擾乱に対して位相依存性がない事が理論的に証明出来る。また、実際に(8)式を観測された合成偏差場に適用し、位相依存性のない分布が得られること、かつ、より物理的に解釈しやすい分布になっていることを確認した。

なお、今回は割愛したが、擾乱エネルギーの時間発展を議論するためには、順圧及び傾圧エネルギー変換に加え、エネルギーフラックスをも考慮する必要がある。エネルギー変換とエネルギーフラックスとの関係も非常に興味ある課題であり、今後、詳しく説明していく予定である。なお、本研究の内容は近く国際学術誌に投稿予定である。

#### 参考文献

- Kosaka, Y., and H. Nakamura, 2010: Mechanisms of meridional teleconnection observed between a summer monsoon system and a subtropical anticyclone. Part I: The Pacific-Japan pattern. *J. Climate*, **23**, 5085–5108, doi:10.1175/2010JCLI3413.1.

- Plumb, R. A. 1986: Three-dimensional propagation of transient quasi-geostrophic eddies and its relationship with the eddy forcing of the time-mean flow. *J. Atmos. Sci.*, **43**, 1657–1678.
- Tanaka, S., K. Nishii, and H. Nakamura, 2016: Vertical structure and energetics of the western Pacific teleconnection pattern. *J. Climate*, **29**, 6597–6616.
- Takaya, K., and H. Nakamura, 1997: A formulation of a wave-activity flux of stationary Rossby waves on a zonally varying basic flow. *Geophys. Res. Lett.*, **24**, 2985–2988.
- —, and —, 2001: A formulation of a phase-independent wave-activity flux for stationary and migratory quasi-geostrophic eddies on a zonally varying basic flow. *J. Atmos. Sci.*, **58**, 608–627.
- Trenberth, K. E., 1986: An assessment of the impact of transient eddies on the zonal flow during a blocking episode using localized Eliassen–Palm flux diagnostics. *J. Atmos. Sci.*, **43**, 2070–2087.