

数理解析研究所講究録 2196

RIMS 共同研究 (公開型)

解析的整数論の展望と諸問題

京都大学数理解析研究所

2021年8月

数理解析研究所講究録は、京都大学数理解析研究所の共同利用研究集会および共同研究の記録として1964年に刊行が開始されました。当研究所が全国共同利用研究所として発足した翌年のことでしたが、以来半世紀、毎年数十巻を刊行し、2016年には第2000巻が刊行されるに至りました。第1巻から第2000巻までに収録された論文数は29,265編、総頁数は342,960頁という膨大なものであり、最先端の数学・数理科学分野の研究状況を伝えるのみならず、我が国の数学・数理科学の発展の歴史を留める文献として、他に類例を見ない論文集となっています。

講究録の内容は当研究所のウェブサイトおよび京都大学の学術情報リポジトリにおいても公開され、年間の総アクセス数は1,380,032回（2017年度）を数えるなど、多数の方にご利用いただいています。

講究録の使用言語は論文著者の判断に任されていますが、結果的に日本語が多用されていることが特徴の一つとなっています。その結果、講究録は、数学・数理科学の広い領域における最先端の専門知識に母国語でアクセスできるものとして、近年の英語化の流れの中で、重要な文献となりつつあります。

当研究所の共同利用事業に参加し講究録の論文を執筆していただいた多数の方々に対し、講究録を大きく成長させていただいたことを深く感謝いたしますとともに、これからも、当研究所の国際共同利用・共同研究拠点(*)としての活動にご参加いただき、講究録の発展にご協力いただけますよう心よりお願い申し上げます。

*数理解析研究所は2018年11月13日、共同利用・共同研究拠点の認定が廃止され、新しく国際共同利用・共同研究拠点に認定されました。

講究録

Kôkyûroku

RIMS Kôkyûroku was started in 1964 as the proceedings of symposia, colloquia and workshops supported by RIMS, the Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University. It was the next year of the establishment of RIMS as one of the Nationwide Cooperative Research Centers. For half a century since then, several dozen volumes have been issued each year, and the 2,000th volume was issued in 2016. The volumes of Kôkyûroku from the 1st through the 2,000th, containing enormous 29,265 articles and 342,960 pages, not only deliver the latest research activities in mathematics and mathematical sciences but also constitute valuable and incomparable collections of articles that pass down history of progress of mathematics and mathematical science in Japan.

Articles in Kôkyûroku are available on the websites of RIMS and Kyoto University Research Information Repository. They are very frequently accessed on the internet, with a total of as many as 1,380,032 accesses in 2017.

The authors choose the languages to write articles, and many are written in Japanese, which is one of the characteristics of Kôkyûroku. As a result, Kôkyûroku is regarded as a significant and important literature which allows easy access to the latest specialized knowledge in the large fields of mathematics and mathematical sciences written in native language for Japanese readers, while more and more research papers are being written in English in recent years.

We are deeply grateful to many of those who have participated in cooperative research activities of RIMS and greatly developed Kôkyûroku. We heartily ask for your continuous participation in research activities at RIMS as an International Joint Usage/Research Center(*) and your warm support and cooperation for the fruitful development of Kôkyûroku.

* RIMS was certified as an International Joint Usage/Research Center on Nov. 13, 2018.

RIMS Kôkyûroku 2196

Problems and Prospects in

Analytic Number Theory

November 24 ~ 27, 2020

edited by Takashi Nakamura

August, 2021

Research Institute for Mathematical Sciences

Kyoto University, Kyoto, Japan

This is a report of research done at the Research Institute for Mathematical Sciences,
an International Joint Usage/Research Center located in Kyoto University.
The papers contained herein are in final form and will not be submitted for publication elsewhere.

まえがき

この講究録は、2020年11月24日（火）から11月27日（金）にかけて京都大学数理解析研究所の共同研究事業の一環としてZoomによりオンライン形式で開催された研究集会「解析的整数論の展望と諸問題」(Problems and Prospects in Analytic Number Theory)の報告集です。

本研究集会では、ゼータ関数・ L 関数の解析的理論、超越数論、ディオファントス方程式を中心とする幅広い分野から20の興味深い講演が行われました。2020年度はCOVID-19により対面形式では開催できず、Zoomによるオンライン開催となりましたが、参加者は海外の研究者を含め85名に上りました。オンライン形式での開催にも拘わらず、素晴らしい発表をしてくださった講演者の皆さま、活発な議論で集会を盛り上げてくださった参加者の皆さまに厚く御礼を申し上げます。

本研究集会の開催に際しましては、たいへん多くの皆さまからご援助、ご協力をいただきました。企画段階から開催まで、様々な助言を与えていただいた鈴木正俊氏、早期から集会運営に協力し、多くの局面で支えていただいた赤塚広隆氏、Zoomに関する様々なサポートをしていただいた鈴木雄太氏と松坂俊輝氏、座長を引き受けていただき円滑な集会進行にご協力いただいた8名の先生方、そして研究集会の申請から本講究録の刊行に至るまで長きにわたってお力添えをいただきました京都大学数理解析研究所共同利用掛の方々を中心に感謝を申し上げます。

末筆ながら、本講究録が解析的整数論の更なる発展に貢献できるものとなることを祈念いたします。

2021年7月
中村隆

Preface

This is the proceedings of the conference “Problems and Prospects in Analytic Number Theory” which was held at Research Institute for Mathematical Science, Kyoto University (Online via Zoom), during November 24–27 in 2020.

During the conference, there were 20 talks concerning with analytic number theory and related topics. A total of 85 participants had lively discussions and enlivened the conference.

I express my sincere gratitude to the speakers, participants, and all the people who supported the conference.

July, 2021
Takashi Nakamura

解析的整数論の展望と諸問題

京都大学数理解析研究所の共同研究事業の一環として、下記のように研究会を開催しますので、ご案内申し上げます。なおこの集会は京都大学数理解析研究所および JSPS 科研費 16K05077 などにより一部助成を受けております。

代表者 中村 隆 (東京理科大学 理工学部)

副代表者 赤塚 広隆 (小樽商科大学 商学部)

記

日時：2020年11月24日(火)10:00～11月27日(金)16:10

場所：ZOOMによる開催



プログラム

11月24日(火)

10:00～10:10 Opening

10:15～10:45 齋藤 耕太 (名古屋大学)
Piatetski-Shapiro 列の線形 Diophantine 方程式
(joint work with Toshiki Matsusaka)

11:00～11:45 井手 春希 (慶應義塾大学)
Algebraic independence of the partial derivatives of certain functions with many variables
(joint work with Taka-aki Tanaka)

13:30～14:15 金村 佳範 (慶應義塾大学)
How to calculate the proportion of everywhere locally soluble diagonal hypersurfaces
(joint work with Yoshinosuke Hirakawa)

14:30～15:15 谷本 祥 (熊本大学)
Campana points, Height zeta functions, and log Manin's conjecture
(joint work with Marta Pieropan, Arne Smeets and Anthony Varilly-Alvarado)

15:45～16:30 吉田裕哉 (名古屋大学)
多項式で表せる有限列の分布と Hardy field
(joint work with Kota Saito)

11月25日(水)

10:00～10:45 アデイルマ スリアジャヤ (九州大学)
Hardy-Littlewood の特異級数の Riesz 平均における誤差項
(joint work with Daniel A. Goldston)

11:00～11:45 田中 秀宜 (東洋大学)
ディリクレ L 関数の絶対テンソル積のオイラー積表示

- 13:30 ~ 14:15 久家 聖二 (九州大学)
弱正則モジュラー形式の零点の位置、超越性について
- 14:30 ~ 15:15 桂田 昌紀 (慶應義塾大学)
Lerch ゼータ関数の多重 Laplace-Mellin に関する漸近展開とその応用
- 15:45 ~ 16:30 小野塚 友一 (九州大学)
Cyclic relation for multiple zeta function
(joint work with Hideki Murahara)

11月26日(木)

- 10:00 ~ 10:45 Biplab Paul (九州大学)
Logarithmic derivatives of L-functions attached to modular forms
- 11:00 ~ 11:45 中村 隆 (東京理科大学)
quadrilateral zeta function について
- 13:30 ~ 14:15 川島 誠 (日本大学)
Algebraic approach towards analytic methods for the irrationality
(joint work with Hirata-Kohno Noriko and Sinnou David)
- 14:30 ~ 15:15 黒沢 健 (東京理科大学)
Cahen's 定数を含む超越性に関して
(joint work with Daniel Duverney and Iekata Shiokawa)
- 15:45 ~ 16:30 田沼 優佑 (慶應義塾大学)
複数の無理数に対する Hecke-Mahler 級数の値の代数的独立性

11月27日(金)

- 10:00 ~ 10:45 武田 渉 (名古屋大学)
Finiteness of trivial solutions of factorial products yielding a factorial over number fields
- 11:00 ~ 11:45 山田 智宏 (大阪大学)
On almost Lehmer numbers
- 13:30 ~ 14:15 平川 義之輔 (慶應義塾大学, 理化学研究所)
Primes of the form $X^3 + NY^3$ and a family of non-singular plane curves which violate the local-global principle
(joint work with Yosuke Shimizu)
- 14:30 ~ 14:50 岩田 英人 (名古屋大学)
ある数論的関数の漸近公式の誤差項に対する第二種 Volterra 型積分方程式の解について
- 15:10 ~ 15:55 鈴木 正俊 (東京工業大学)
ゼータ関数から生ずる正準系
- 16:00 ~ 16:10 Closing

Problems and Prospects in Analytic Number Theory¹

Date : November 24 (Tue) 10:00 – November 27 (Fri) 16:10, 2020

Place : held by ZOOM

Organizers : Takashi Nakamura (Tokyo University of Science)

Hiroataka Akatsuka (Otaru University of Commerce)



Program

November 24 (Tue)

- 10:00 ~ 10:10 Opening
- 10:15 ~ 10:45 Kota Saito (Nagoya University)
Linear Diophantine equations in Piatetski-Shapiro sequences
(joint work with Toshiki Matsusaka)
- 11:00 ~ 11:45 Haruki Ide (Keio University)
Algebraic independence of the partial derivatives of certain functions with
many variables
(joint work with Taka-aki Tanaka)
- 13:30 ~ 14:15 Yoshinori Kanamura (Keio University)
How to calculate the proportion of everywhere locally soluble diagonal
hypersurfaces
(joint work with Yoshinosuke Hirakawa)
- 14:30 ~ 15:15 Sho Tanimoto (Kumamoto University)
Campana points, Height zeta functions, and log Manin's conjecture
(joint work with Marta Pieropan, Arne Smeets and
Anthony Varilly-Alvarado)
- 15:45 ~ 16:30 Yuuya Yoshida (Nagoya University)
Distributions of Finite Sequences Represented by Polynomials and
Hardy Fields
(joint work with Kota Saito)

November 25 (Wed)

- 10:00 ~ 10:45 Ade Irma Suriajaya (Kyushu University)
Error estimates for the Riesz mean of Hardy-Littlewood singular series
(joint work with Daniel A. Goldston)
- 11:00 ~ 11:45 Hidenori Tanaka (Toyo University)
The Euler product expressions of the absolute tensor products of the Dirichlet L-
functions

¹ This workshop is partially supported by RIMS and JSPS KAKENHI Grant Number 16K05077.

- 13:30 ~ 14:15 Seiji Kuga (Kyushu University)
On the locations and transcendency of the zeros of weakly holomorphic modular forms
- 14:30 ~ 15:15 Masanori Katsurada (Keio University)
Asymptotic expansions for the multiple Laplace-Mellin transform of Lerch zeta-functions and applications
- 15:45 ~ 16:30 Tomokazu Onozuka (Kyushu University)
Cyclic relation for multiple zeta function
(joint work with Hideki Murahara)

November 26 (Thu)

- 10:00 ~ 10:45 Biplab Paul (Kyushu University)
Logarithmic derivatives of L-functions attached to modular forms
- 11:00 ~ 11:45 Takashi Nakamura (Tokyo University of Science)
On the quadrilateral zeta function
- 13:30 ~ 14:15 Makoto Kawashima (Nihon University)
Algebraic approach towards analytic methods for the irrationality
(joint work with Hirata-Kohno Noriko and Sinnou David)
- 14:30 ~ 15:15 Takeshi Kurosawa (Tokyo University of Science)
Transcendence of numbers involving Cahen's constant
(joint work with Daniel Duverney and Iekata Shiokawa)
- 15:45 ~ 16:30 Yusuke Tanuma (Keio University)
Algebraic independence properties of the values of Hecke-Mahler series for several irrational numbers

November 27 (Fri)

- 10:00 ~ 10:45 Takeda Wataru (Nagoya University)
Finiteness of trivial solutions of factorial products yielding a factorial over number fields
- 11:00 ~ 11:45 Tomohiro Yamada (Osaka University)
On almost Lehmer numbers
- 13:30 ~ 14:15 Yoshinosuke Hirakawa (Keio University, RIKEN)
Primes of the form $X^3 + NY^3$ and a family of non-singular plane curves which violate the local-global principle
(joint work with Yosuke Shimizu)
- 14:30 ~ 14:50 Hideto Iwata (Nagoya University)
On the solution of the Volterra integral equation of second type for the error term in an asymptotic formula for arithmetic functions
- 15:10 ~ 15:55 Masatoshi Suzuki (Tokyo Institute of Technology)
Canonical systems arising from zeta-functions
- 16:00 ~ 16:10 Closing

解析的整数論の展望と諸問題
Problems and Prospects in Analytic Number Theory
RIMS 共同研究 (公開型) 報告集

2020 年 11 月 24 日～11 月 27 日
研究代表者 中村 隆 (Takashi Nakamura)

目次

| | |
|---|----|
| 1. THREE-TERM ARITHMETIC PROGRESSIONS OF PIATETSKI-SHAPIRO SEQUENCES | 1 |
| 齋藤 耕太 (Kota Saito) 名古屋大学 (Nagoya U.) | |
| 2. Algebraic independence of the partial derivatives of certain functions with many variables | 5 |
| 井手 春希 (Haruki Ide) 慶應義塾大学 (Keio U.) | |
| 3. How to calculate the proportion of everywhere locally soluble diagonal hypersurfaces | 18 |
| 金村 佳範 (Yoshinori Kanamura) 慶應義塾大学 (Keio U.) | |
| 4. CAMPANA POINTS, HEIGHT ZETA FUNCTIONS, AND LOG MANIN'S CONJECTURE | 26 |
| 谷本 祥 (Sho Tanimoto) 熊本大学 (Kumamoto U.) | |
| 5. 多項式で表せる有限列の分布と Hardy field | 38 |
| 吉田 裕哉 (Yuuya Yoshida) 名古屋大学 (Nagoya U.) | |
| 6. Hardy-Littlewood の特異級数の Riesz 平均における誤差項 | 43 |
| Ade Irma Suriajaya 九州大学 (Kyushu U.) | |
| 7. ディリクレ L 関数の絶対テンソル積のオイラー積表示 | 58 |
| 田中 秀宜 (Hidenori Tanaka) 東洋大学 (Toyo U.) | |
| 8. On the locations and transcendency of the zeros of weakly holomorphic modular forms | 69 |
| 久家 聖二 (Seiji Kuga) 九州大学 (Kyushu U.) | |

| | | |
|-----|---|-----|
| 9. | ASYMPTOTIC EXPANSIONS FOR THE MULTIPLE LAPLACE-MELLIN TRANSFORM OF LERCH ZETA-FUNCTIONS AND APPLICATIONS | 79 |
| | 桂田 昌紀 (Masanori Katsurada) 慶應義塾大学 (Keio U.) | |
| 10. | Cyclic relation for multiple zeta function | 94 |
| | 小野塚 友一 (Tomokazu Onozuka) 九州大学 (Kyushu U.) | |
| 11. | ON VALUES OF LOGARITHMIC DERIVATIVES OF L -FUNCTIONS | 102 |
| | Biplab Paul 九州大学 (Kyushu U.) | |
| 12. | quadrilateral zeta function について | 112 |
| | 中村 隆 (Takashi Nakamura) 東京理科大学 (Tokyo U. Sci.) | |
| 13. | 異なる shift の一般 Lerch 関数の特殊値の線形独立性について | 125 |
| | 川島 誠 (Makoto Kawashima) 日本大学 (Nihon U.) | |
| 14. | Algebraic independence properties of the values of Hecke-Mahler series for several irrational numbers | 138 |
| | 田沼 優佑 (Yusuke Tanuma) 慶應義塾大学 (Keio U.) | |
| 15. | 階乗の積が階乗と等しくなるペアについて | 150 |
| | 武田 渉 (Wataru Takeda) 名古屋大学 (Nagoya U.) | |
| 16. | ON ALMOST LEHMER NUMBERS | 161 |
| | 山田 智宏 (Tomohiro Yamada) 大阪大学 (Osaka U.) | |
| 17. | Primes of the form $X^3 + NY^3$ and a family of non-singular plane curves which violate the local-global principle (summary) | 168 |
| | 平川 義之輔 (Yoshinosuke Hirakawa) 慶應義塾大学 (Keio U.)/ 理化学研究所 (RIKEN) | |
| 18. | ある性質をもつ数論的関数の漸近展開の誤差項に対する第二種 Volterra 型 積分方程式の解について | 180 |
| | 岩田 英人 (Hideto Iwata) 名古屋大学 (Nagoya U.) | |
| 19. | Canonical systems arising from L -functions | 188 |
| | 鈴木 正俊 (Masatoshi Suzuki) 東京工業大学 (Tokyo Inst. Tech.) | |