

## 第 2 章

# 交通渋滞と動学的外部効果\*

### 2-1 はじめに

今日、大都市では至る所で日常的に渋滞が発生しているが、交通混雑による経済的損失の大半はこの渋滞によるものといわれている。交通経済学では交通渋滞を「超混雑」(hyper-congestion)と呼び、伝統的な静学モデルに基づいた議論が行われてきた<sup>1)</sup>。しかし後で詳しく述べるように、交通渋滞は動的な現象であり、静学モデルでは適切に取り扱うことができない。

読者はたとえば「〇〇トンネルを先頭に渋滞 5 km」などという交通情報を日常的に見かけるだろう。もし渋滞に巻き込まれた場合、その〇〇トンネルの

---

\* 本章は、文 (1993a)、および Mun (1994) に基づいているが、大幅に加筆修正されている。

1) 多くの論者は、交通量に対して描かれた交通費用曲線が反転 (backward bending) するとし、そのような費用曲線と需要曲線の交点で均衡を定義したが、これはまったくの誤りである。この問題の取扱いをめぐって、交通経済学者の間で1980年代から大きな論争が起きたが、論争の参加者たちはいずれの側も交通現象を正しく理解していたとはいえない。当時の経済学者は、すでに交通工学で確立していた交通流理論に関する研究成果をほとんど参照していなかった。近年になって、Verhoef (2003)、Small and Chu (2003) など、経済学者からも従来議論に関する誤解が指摘され、混乱も解消に向かいつつあるようである。したがって、この問題について本文で議論することはせず、付論2-Aにおいて紹介することにする。

所までノロノロ運転が続いた後、急に交通がスムーズに流れることもよく経験することである。トンネルの入り口や橋の手前、2本の道路が合流する場所などは、道路の他の部分よりも幅が狭かったり、合流する車両により交通流が攪乱されるので、単位時間に通過できる交通量、すなわち交通容量が小さくなる。このような道路上の地点はボトルネックと呼ばれる。上流からの交通量が多いと、ボトルネックを通過できず超過した分がその後方にたまっていくのが渋滞の原因である。

現在までのところ最も有力な交通渋滞の理論は、交通流を圧縮性流体として取り扱うモデルであり、これは1950年代に Lighthill and Whitham (1955) により定式化されたものである。その後、主として交通工学の分野で理論的研究とともに、渋滞現象の調査、分析、モデルの適用など膨大な研究成果が蓄積されている。また渋滞対策として高速道路の入路制御などといった物理的規制手段についての研究もなされ、一部は実用化されている。このような知見が経済学者の間で十分に知られてはいなかった。

本章では、上記の流体理論を適用して交通渋滞の動的モデルを構築し、それに基づいて、交通渋滞が生ずる場合の資源配分上の問題を明らかにする。交通渋滞の先頭付近にいる車は渋滞の後尾にいる車よりも早い時刻に道路に入ったことに注意されたい。すなわち異なった時刻に道路利用を選択した車が同じ交通渋滞に加わっているのである。先頭にいる車が道路利用をやめていれば、後続の車にとって渋滞の長さはこの1台分だけ短く済んでいたはずである。すなわち早く道路に進入した車が後続の車に外部効果を与えているのである。本研究ではこれを動学的外部効果と呼ぶ。

以下、2-2節では交通流理論の基本について解説する。2-3節では、渋滞の発生と変遷メカニズムを記述するモデルを提示し、それに基づいて渋滞する道路における交通費用を定式化する。2-4節では、時々刻々と変動する交通需要に対して、均衡解と最適解を決定する条件を示す。さらに最適な道路利用を分権的に達成するための混雑料金を導出する。

## 2-2 交通流理論

交通流理論にはいくつかのアプローチが存在するが、ここでは交通流を圧縮性流体とみなして定式化したモデルを取り上げる。第1章で紹介した、交通経済学における混雑の理論もこの流体モデルに基づいている。

交通流の状態を表現する基本的変数として、交通量  $Q$  (台/時)、速度  $V$  (km/時)、そして密度  $K$  (台/km) が用いられる<sup>2)</sup>。交通量は交通流率 (flow rate) とも呼ばれるが、単位時間に道路上のある地点を通過する車の台数である。速度はその地点を通過する車の平均速度である。そして交通密度は、道路の延長方向の単位距離内に、ある瞬間に存在する車の台数である。そしてそれらの間には次の式のような関係が常に成立する (具体的な導出は付論2-Bを参照されたい)。

$$Q = KV \quad (2-1)$$

また、速度は下記のように密度の減少関数として与えられる。

$$V = f(K), \quad f' < 0 \quad (2-2)$$

密度が増加すると車間距離が短くなるので、前の車との衝突を避けるために運転者は速度を低下させるからである<sup>3)</sup>。上の2つの式により、 $V$ 、 $Q$ 、 $K$ のうち1つの値が与えられれば他の変数の値が決まる。たとえば、交通需要を表す変数として交通量が与えられれば、速度と密度がわかる。

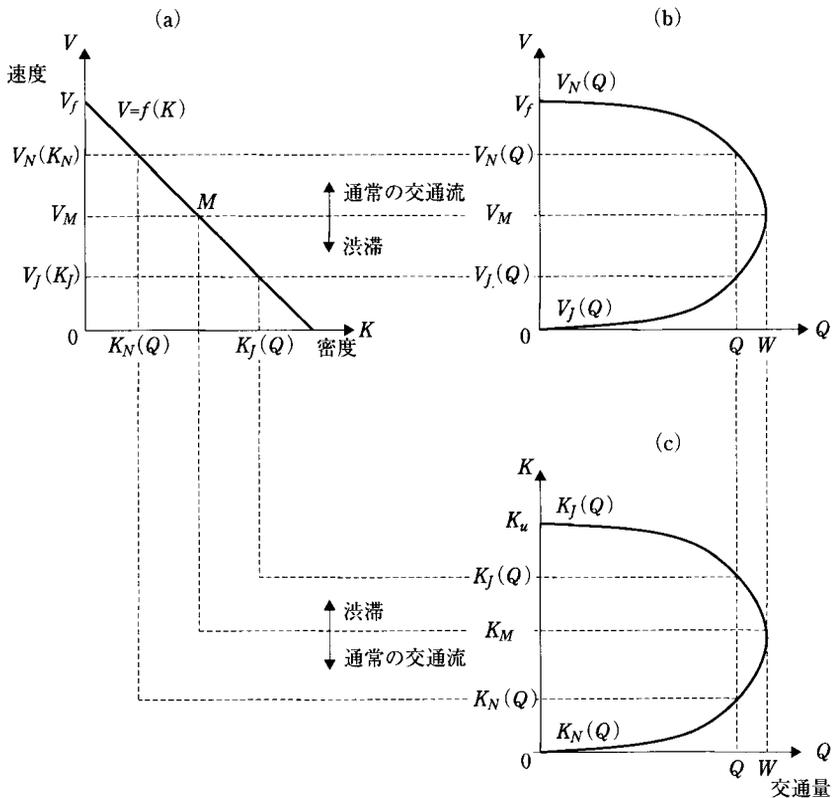
図2-1は、これら3変数の間の関係を図示したものである。

図2-1(b)における交通量-速度 ( $Q$ - $V$ ) 曲線を見ると、1つの交通量に対して速度の値が2つ存在することに注意されたい。図において下付添え字  $N$  は交通流が非渋滞状態、 $J$  は渋滞状態であることを表している。すなわち速度が  $V_M$  よりも低い (密度が  $K_M$  より高い) 交通流の状態を渋滞と定義している。

2) 流体といっても、水のような液体とは異なり、密度が可変という意味で圧縮性流体と呼ばれる。

3) この関係は、個々の車が前を走る車との距離に応じて速度を選択する行動を定式化した追従モデルによって導くことができる。前の車の速度と距離とを考慮に入れて加減速を選択するモデルも開発されている。

図 2-1 交通量-密度-速度の関係



渋滞状態はきわめて非効率である。なぜなら同量の交通を処理するのに速度が著しく低いからである。

渋滞した交通流は非渋滞の場合とは異なる性質を持つ。たとえば図2-1(b)における曲線  $V_N(Q)$  は速度が交通量の増加とともに減少することを表しているが、渋滞状態に対応する曲線  $V_J(Q)$  は交通量の増加関数である。交通量が増えると混雑が激しくなって速度が下がるというのは直感と整合するが、 $V_J(Q)$  については奇異に感じられるかもしれない。しかし交通量の定義が一定時間に通過する車の台数であることを思い起こせば、不思議なことではない。渋滞して速度が下がると、1地点を通過する交通量が低下するのである。極端なケースとして、速度がゼロになるほど交通密度が高い状況を想定しよう。こ

のとき車はまったく動かないので、通過交通量もゼロになるだろう。そのような状態から密度が低下し速度が上がると、車が流れるようになるので交通量は正の値を持つ。このことは速度と交通量が正の相関関係にあることを意味する。交通量-密度曲線 ( $Q$ - $K$ ) についても同様である。このような関係についてのより詳細な説明は付論2-B で与えられている。

式 (2-2) の  $f(K)$  の形を次のように特定化して、具体的な  $Q$ - $V$  関係を導いてみよう。

$$f(K) = V_f \left\{ 1 - \frac{K}{K_u} \right\} \quad (2-3)$$

ここで  $V_f$  は自由走行速度であり、 $K_u$  は最大密度 (速度がゼロのときの密度) である。この式は Greenshields (1935) が実測データをもとに提案したものであり、広く応用されている。なお本書の第3章におけるシミュレーションでもこの式を用いている。上の式を (2-2) 式に適用し、(2-1) 式と合わせて解くことにより次が得られる。

$$V_N(Q) = \frac{V_f}{2} \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{Q}{W}} \right) \quad (2-4a)$$

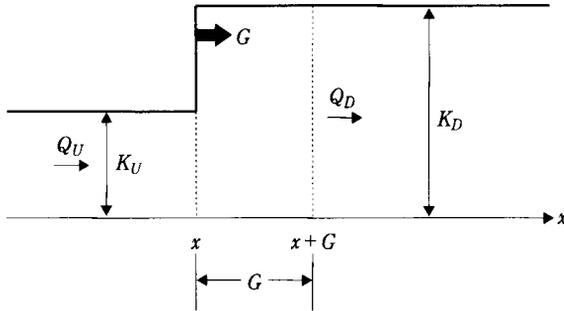
$$V_I(Q) = \frac{V_f}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{Q}{W}} \right) \quad (2-4b)$$

上の式から交通量と速度の関係が、図2-1(b)に描いたような形になることが確かめられる。なお  $W$  は交通容量である。その定義のとおり、 $Q=W$  のとき交通量が最大になることが図から見てとれる。交通容量を上記の関数  $f(K)$  におけるパラメータで表現すると、次のようになる。

$$W = \frac{K_u V_f}{4}$$

以上述べたような関係は、均一な交通流の内部で成り立つ関係であることに注意すべきである。道路上の1地点ないしはごく短い区間においては、近似的に交通流が均一であるとみなせるので、この関係を適用することができる。十分長い道路区間について適用するためには交通流が定常状態であることを仮定する必要がある。なお交通渋滞の問題を分析する際、交通流の定常状態を想定することはできない。付論2-A で論ずるように、定常的に交通渋滞の状態が持続するということはありえないからである。

図 2-2 衝撃波



交通流の状態は時間と場所によって変動する。連続的に変化する場合もあるが、しばしば異なる状態（密度、速度が異なる）の交通流の間で不連続な変化が生じうる。たとえば渋滞列の後尾では、それより下流側で密度が高く速度の低い状態である一方、上流側は密度が低く速度の高い状態である。そのような不連続点の位置は時間とともに変化するが、その動きを**衝撃波** (shock wave) と呼ぶ。

図2-2のように、ある時刻に不連続点の位置が  $x$  にあり、 $x$  より上流側の交通状態が  $Q_U$ ,  $K_U$ ,  $V_U$ 、下流側では  $Q_D$ ,  $K_D$ ,  $V_D$  であるとしよう。このとき衝撃波の速度は次の式で求められる（導出については付論2-Bを参照されたい）。

$$G = \frac{Q_D - Q_U}{K_D - K_U} \quad (2-5)$$

なお、 $G > 0$  の場合は衝撃波が交通流と同じ方向に伝播し、 $G < 0$  の場合は逆の方向に伝播する。

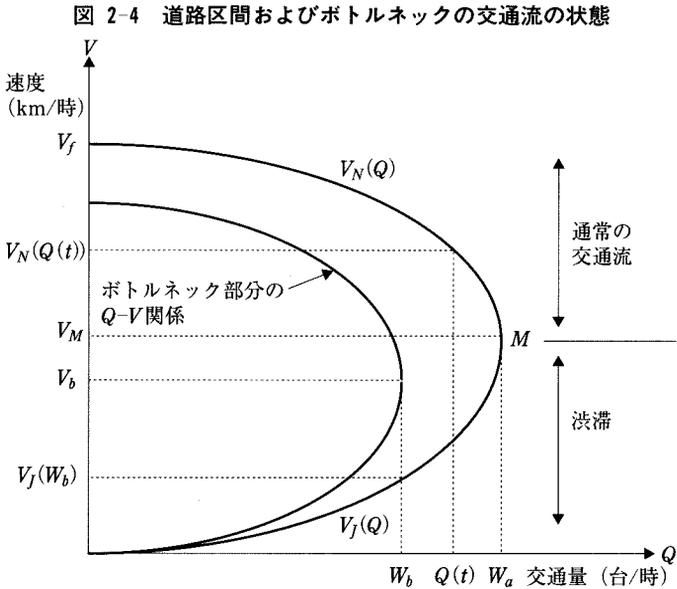
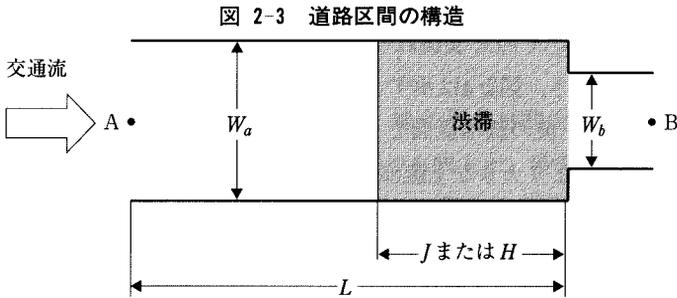
以上、本章の分析に必要な内容に限定して交通流理論の基本を解説した。より体系的な交通流理論の解説は、飯田（1992）などを参考にされたい。次の節からは、具体的に道路条件を設定して交通渋滞の時間的推移とそれに伴うトリップ所要時間の変化を求めるモデルを定式化する。

## 2-3 交通渋滞の動的モデルとトリップ費用

### 2-3-1 交通渋滞の動的モデル

図2-3のような道路区間を想定する。区間の終端Bに容量  $W_b$  のボトルネックがある以外は、道路区間の交通条件は均一（容量は  $W_a$ ）であると仮定する。また道路区間を走行する車の性能はすべて等しいものとする。

図2-4には、この道路における  $Q-V$  曲線とボトルネック部分の  $Q-V$  曲線



を重ねて描いている。図よりボトルネック部分の交通容量が道路区間の容量よりも小さくなっていることが確認できる。

地点 A から流入する交通量は時間とともに変動する。時刻  $t$  に流入する交通量  $Q(t)$  が  $W_b$  を上回らない限り、同量の交通量が一定時間経過後に地点 B から流出し、渋滞は起こらない。このとき速度は図2-4より  $V_N(Q(t))$  である。しかし交通量  $Q(t)$  がボトルネックの交通容量  $W_b$  を超えると、ボトルネックを通過する交通量は容量を上回らないので、その超過分が渋滞列を形成する。このような渋滞列の内部では、連続条件よりボトルネック容量  $W_b$  に等しい交通量が流れており、速度は  $V_f(W_b)$  である。この場合でも渋滞列より上流側では流入した交通量がそのまま流れており、その速度は  $V_N(Q(t))$  である。なお渋滞が生じたとき、図2-4に示すようにボトルネック部分を走行する速度は  $V_b$  であり、その上流の渋滞区間で  $V_f(W_b)$  となる。同じ交通量が流れているのに、交通容量がより大きな上流部分の速度が低いことに注意されたい。たとえば高速道路のトンネルはボトルネックになる場合が多いが、その手前で渋滞が生じていてもトンネル内に入ると交通がスムーズに流れることが実際の観測データからも確認されている（たとえば巻上ほか（1983））。

非渋滞流と渋滞流の境界は渋滞列の後尾であり、そこでは交通流が不連続になる。図2-1(c)の関係を適用すると、不連続点の上流側では交通量が  $Q(t)$ 、交通密度が  $K_N(Q(t))$  であり、下流側の渋滞列内部では交通量が  $W_b$ 、密度が  $K_f(W_b)$  である。この不連続点の位置は時間とともに変化するが、この動きを前節で述べた衝撃波として定式化する。(2-5)式を適用すると、衝撃波の速度  $\tilde{G}(t)$  は次の式によって与えられる。

$$\tilde{G}(t) = \frac{W_b - Q(t)}{K_f(W_b) - K_N(Q(t))} \quad (2-6)$$

上式右辺の分母は常に正であるから、流入交通量がボトルネック容量を上回る ( $Q(t) > W_b$ ) とき、 $\tilde{G}(t)$  は負の値となる。このとき衝撃波は交通流と逆の方向に伝播するので、渋滞列が上流側に延伸する。一方、 $Q(t) < W_b$  のとき  $\tilde{G}(t)$  は正となるので交通流と同じ方向に伝播する。すなわち渋滞列は縮小する。

ある時刻  $t$  における渋滞列の長さ  $H(t)$  は次式のように計算される。

$$H(t) = \int_{t_q}^t -\tilde{G}(u) du \quad (2-7)$$

ここで  $t_q$  は、流入交通量がはじめてボトルネックの容量を上回り、渋滞列の形成される時点である。なお、次のような関係が成り立つことを示すことができる (Mun (1994))。

$$\frac{d\tilde{G}(t)}{dQ(t)} = \frac{-1}{K_J(W_b) - K_N(Q(t))} + \frac{W_b - Q(t)}{\{K_J(W_b) - K_1(Q(t))\}^2} K_N(Q(t)) < 0 \quad (2-8a)$$

$$\frac{dH(u)}{dQ(t)} = -\frac{d\tilde{G}(t)}{dQ(t)} > 0, \quad t_q \leq t \leq u \quad (2-8b)$$

### 2-3-2 渋滞する道路の走行費用

トリップは図2-3の地点 A から発生し、地点 B を目的地とする。道路の走行費用は料金などの金銭的費用と時間費用から成るが、時間費用は道路区間の通過所要時間に比例すると仮定する。いま  $\alpha$  を個人の時間評価値、 $T(t)$  を時刻  $t$  に地点 A を出発した車が地点 B に到着するまでに要した時間とすると、この道路区間の走行時間費用は  $\alpha T(t)$  により計算される。

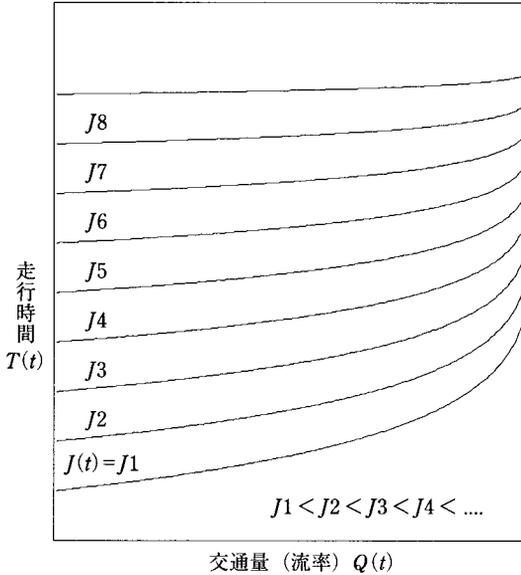
時刻  $t$  に単位時間当たり  $Q(t)$  台の交通量がこの道路に流入し、このときボトルネックから渋滞列が生じているものとする。このような渋滞列の内部では、上で述べたようにボトルネック容量  $W_b$  に等しい交通量が流れているので、図2-4よりその速度は  $V_J(W_b)$  である。また、渋滞列よりも上流側では流入した交通量がそのまま流れ、その速度は  $V_N(Q(t))$  である。したがって、この道路を走破するための所要時間  $T(t)$  は次の式によって表される。

$$T(t) = \frac{J(t)}{V_J(W_b)} + \frac{L - J(t)}{V_N(Q(t))} \quad (2-9)$$

ここに  $L$  は道路区間の長さであり、 $J(t)$  は時刻  $t$  に流入した車が経験する渋滞列の長さである。上式の右辺第1項は渋滞列の内部を通過する時間であり、第2項は非渋滞区間を走行する時間である。なお本モデルにおいて、ボトルネックは長さを持たない点と仮定している。したがって、上の式にはボトルネック部分を通過する時間が含まれていない。

さて、この  $T(t)$  と流入交通量  $Q(t)$  の関係を調べるため、(2-9) 式を

図 2-5 流入交通量と走行時間の関係



$Q(t)$  に関して微分する.

$$\frac{dT(t)}{dQ(t)} = -\frac{L-J(t)}{\{V_N(Q(t))\}^2} \frac{dV_N}{dQ} > 0 \tag{2-10}$$

上の式より所要時間  $T(t)$  は流入交通量とともに単調に増加する。すなわちトリップ費用曲線に反転部分は存在しない。また流入交通量-走行時間の関係は一意ではなく、図2-5のように、そのときまでに形成された渋滞列の長さによって無数に描ける。このことは、ある時刻  $t$  における走行時間は、その時刻以前に道路に流入し、渋滞列の形成に寄与した車両に影響されることを意味する。すなわち渋滞は、異なる時点に道路を利用する車の間で外部効果を生じさせる。以下ではこれを動学的外部効果と呼ぶこととするが、その具体的な内容は2-4において示される。

ところで (2-9) 式に含まれる  $J(t)$  は、前節の (2-7) 式で定義した渋滞長  $H(t)$  とは微妙に異なることに注意されたい。すなわち  $H(t)$  は時刻  $t$  に存在する (すなわち観察された) 渋滞長であるのに対し、 $J(t)$  は時刻  $t$  に流入した車が経験する渋滞長である。道路区間に流入した車は渋滞の後尾に到達する

まで非渋滞区間をしばらく走行するので、その間に渋滞長が変化しているはずである。すなわち時刻  $t$  に流入した車は  $\frac{L-J(t)}{V_N(Q(t))}$  を経過した後で渋滞列の最後尾に達するので、2つの変数の関係は次のように書ける。

$$J(t) = H\left(t + \frac{L-J(t)}{V_N(Q(t))}\right) \quad (2-11)$$

そして  $J(t)$  の時間変化は次式によって記述される<sup>4)</sup>。

$$\dot{j}(t) = -\frac{W_b - Q(t)}{K_J(W_b) - \frac{W_b}{V_N(Q(t))}} \quad (2-12)$$

ここで  $\dot{j}(t)$  は  $J(t)$  の時間に関する導関数である。

## 2-4 均衡および最適道路利用

朝夕のラッシュアワーや昼間の業務時間帯のように、交通需要に関して1つのまとまりとなる時間帯を考える。その時間帯は時刻  $t_1$  に始まり時刻  $t_2$  に終わるものとする。道路を利用するトリップ需要は時刻ごとに変動するが、各時刻  $t$  におけるトリップ需要はその時刻に道路を利用した場合のトリップ費用にのみ依存すると仮定する<sup>5)</sup>。したがって道路利用の逆需要関数は  $P(Q, t)$  のように与えられる。このとき各時刻におけるトリップ数  $Q(t)$  は次の式を満たすように決定される。

$$P(Q(t), t) = \alpha T(t), \quad t_1 \leq t \leq t_2$$

ここで  $T(t)$  はトリップ所要時間であり、(2-9) 式において定式化されてい

4) (2-11) 式の両辺を  $t$  について微分し、(2-7) 式より  $\dot{H}(t_N) = -\tilde{G}(t_N)$  であることを考慮すると、次が得られる。

$$\dot{j}(t) = \dot{H}(t_N) \left\{ 1 - \frac{\dot{J}(t)}{V_N(Q(t))} \right\} = \frac{-\tilde{G}(t_N)}{1 - \frac{\dot{G}(t_N)}{V_N(Q(t))}}$$

ここで  $t_N = t + (L - J(t)) / V_N(Q(t))$

である。上式に (2-6) 式を代入して整理すると (2-12) 式が得られる。

5) 同様の需要関数は、Verhoef (2001)、桑原 (2002) においても採用されているが、このような定式化は当該時刻にトリップを行うか否かという選択のみを考慮しているという点で制約的である。他の時刻におけるトリップ費用に依存して、出発時刻間の代替が行われることを考慮したモデルは次の第3章において扱われる。

る。

一方、最適な道路利用とは、時刻  $t_1$  から  $t_2$  までの時間帯の社会的余剰の和を最大化することによって達成される。したがって目的関数は次のように定式化される。

$$V = \int_{t_1}^{t_2} [B(t) - \alpha Q(t) T(t)] dt \quad (2-13)$$

ここで [ ] 内の第1項  $B(t)$  は時刻  $t$  における道路利用の社会的総便益であり、第2項の  $\alpha Q(t) T(t)$  は総トリップ費用である。 $B(t)$  は次の式により表される。

$$B(t) = \int_0^{Q(t)} P(q, t) dq \quad (2-14)$$

最適制御問題として定式化する。この問題における制御変数は各時刻に流入するトリップ数  $Q(t)$  であり、状態変数は各時刻における渋滞長  $J(t)$  である。状態方程式は次のように記述される。

$$\dot{J}(t) = -G(t) = \begin{cases} \frac{W_b - Q(t)}{K_J(W_b) - \frac{W_b}{V_N(Q(t))}}, & \text{if } J(t) > 0, \text{ or } Q(t) \geq W_b \\ 0, & \text{if } J(t) = 0, \text{ and } Q(t) < W_b \end{cases} \quad (2-15a)$$

(2-15b)

式 (2-15a) は式 (2-12) に基づいており、(2-15b) は、渋滞長が非負であることを考慮したものである。また次のような渋滞長の非負条件がこの問題の制約条件式として含まれる。

$$J(t) \geq 0 \quad (2-16)$$

最大原理を適用して、上の問題の最適条件を導出する（導出過程の詳細は付論2-Cを参照されたい）。最適条件は交通状態に依存して異なる形になる。

まず渋滞が存在しない場合 ( $J(t) = 0$ ) は次の形になる。

$$P(Q(t), t) = \alpha T(t) + E_s(Q(t)) \quad (2-17)$$

ここで  $E_s(Q(t)) = \alpha Q(t) \frac{\partial T(t)}{\partial V_N} \frac{dV_N}{dQ(t)}$ 。上の式の右辺第1項は私的トリップ費用であり、第2項の  $E_s(Q(t))$  は非渋滞状態における交通量の限界的

増加が、速度を低下させることを通じて同じ時刻に道路に流入したすべての車のトリップ費用を増加させる効果である。すなわち、これは静学モデルにおける混雑の外部効果と同じものであり、(2-17)式の右辺全体は、渋滞の生じない場合の社会的限界費用と解釈できる。したがって(2-17)式は、静学モデルにおける社会的最適の条件とまったく同じである。

一方、交通渋滞が存在する場合 ( $J(t) > 0$ ) の最適条件は次のとおりである。

$$P(Q(t), t) = \alpha T(t) + E_s(Q(t)) + E_d(t) \quad (2-18)$$

ここで

$$E_d(t) = \int_t^{t_2} \alpha Q(u) \left\{ \frac{1}{V_j(W_b)} - \frac{1}{V_N(Q(u))} \right\} \frac{dJ(u)}{dQ(t)} du \quad (2-19)$$

(2-19)式右辺の被積分項内の  $\{ \}$  は、渋滞列内と非渋滞区間をそれぞれ単位距離走行するために要する時間の差なので、これは渋滞長1単位当たりの遅れを表している。そして  $dJ(u)/dQ(t)$  は、時刻  $t$  における交通量の増加がそれ以後の時刻  $u$  における渋滞長を長くさせる効果である。したがって被積分関数は時刻  $t$  における1台の交通量増加が、その際に形成される渋滞列をより長くすることを通じて、 $t$ 以降に流入するすべての車に、より長い渋滞走行をさせる効果と解釈できる。したがって  $E_d(t)$  を **動学的外部効果** (dynamic externality) と呼ぶことにする。これと対応させるため、 $E_s(Q(t))$  を **静学的外部効果** と呼ぶ。

(2-18)式の右辺は、渋滞が存在する場合の社会的限界費用と解釈できる<sup>6)</sup>。第2項の  $E_s(Q(t))$  は  $Q(t) = W_a$  のとき無限大になるので、この点は伝統的な静学モデルによる社会的限界費用と同様の性質である。しかし、 $W_b < Q(t) < W_a$  の範囲では渋滞が発生するが、(2-18)式の右辺は有限になる。このとき需要の水準が大きければ、最適な道路利用のもとでも交通渋滞が起きる可能性がある<sup>7)</sup>。

最適な道路利用を分権的に達成するためには混雑料金を課する必要がある。

6) 桑原(2002)の示した「動学的限界費用」は(2-18)式の右辺と同じものである。彼のモデルはボトルネックでの待ち行列のみを考慮しているので、第2項の  $E_s(Q(t))$  は存在せず、 $E_d(t)$  に相当する項も(2-19)式とは異なった形であるが、意味するところは同じである。

7) Mun(1994)は、数値例によって最適のもとで渋滞が生じることを示した。

混雑料金のもとでの利用者均衡の条件は以下のとおりである。

$$P(Q(t), t) = \alpha T(t) + \tau(t), \quad t_1 \leq t \leq t_2$$

最適条件 (2-17) と (2-18) を上の式と対応させることにより、最適な混雑料金は次のようになる。

$$\tau(t) = \begin{cases} E_s(Q(t)), & \text{if } J(t) = 0 \\ E_s(Q(t)) + E_d(t), & \text{if } J(t) > 0 \end{cases} \quad (2-20a)$$

$$(2-20b)$$

渋滞が存在するとき最適な道路利用を達成するためには、静学的外部効果と動学的外部効果の和に等しい混雑料金を徴収する必要がある。動学的外部効果は、時刻が早いほど大きな値となる<sup>8)</sup>。早い時刻に道路区間に流入して渋滞の形成に貢献すると、その後より多くの車に動学的外部効果を与えることになるためである。最適な混雑料金は、早い時刻に出発するトリップにより高い料金を課することによって動学的外部効果を内部化するのである。

## 2-5 おわりに

本章では、衝撃波の理論により交通渋滞の発生メカニズムをモデル化するとともに、交通渋滞が存在するときの最適な道路利用の条件を導いた。ここで得られた結果は次のとおり。

- (1) トリップに関して定義された走行費用関数は流入交通量の単調増加関数である。
- (2) 最適な道路利用を達成するためには、動学的外部効果を考慮した混雑料金を徴収する必要がある。
- (3) 最適な道路利用のもとでも、交通渋滞が生じる可能性がある。

最後の結果は、本章における交通需要関数の仮定に依存する。ここでは各時刻のトリップ需要がその時刻のトリップ費用のみに依存すると仮定した。本章では、伝統的アプローチと比較可能な枠組みで交通渋滞の理論を展開することによって、その特性を明らかにすることをねらっていたので、時刻間の代替を無視した。次の章では、個人がすべての時刻のトリップ費用を考慮して出発時

8) このことは (2-19) 式の  $E_d(t)$  を時間に関して微分すると負になることからわかる。

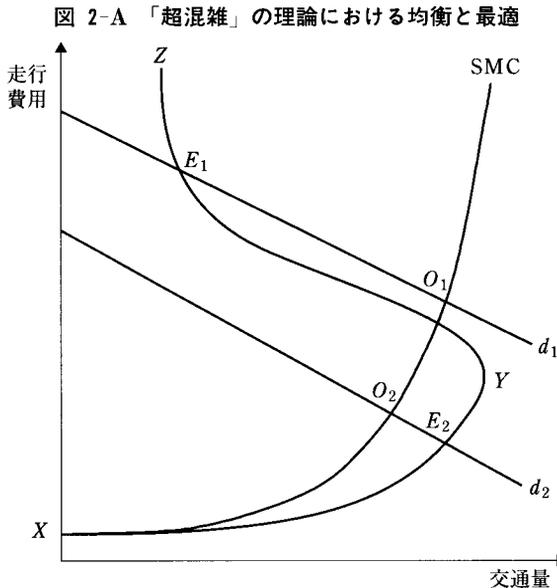
刻を選択するという対照的な仮定のもとで分析する。その場合、最適な道路利用のもとで交通渋滞は生じない。

本研究で示したような、動学的外部性を考慮した混雑料金を実際に徴収することは容易なことではない。なぜなら、(2-20b)式の右辺第2項には料金を徴収する時刻よりも後の交通量に関する情報が必要であり、これを正確に知ることは困難と思われる。不完全な情報に基づいて計算された料金を徴収されることには、道路利用者の同意も得られにくいだろう。しかし日々繰り返される交通量の時間変動には一定の傾向も見られるので、それをもとに時間帯別交通量の予測精度が向上されるのであれば、上述の困難はある程度克服可能である。

### 付論2-A：「超混雑」に関する議論の総括

図2-Aは、「超混雑」の議論において用いられる道路の走行費用と需要曲線を描いている。図において走行費用曲線はX-Y-Zのように反転している。そしてその反転した部分Y-Zに相当する状態が「超混雑」と呼ばれている。

まずは、図2-Aのような費用曲線がいかかにして描かれたかについて述べて



おく。道路の走行費用は所要時間に比例し、所要時間は走行した距離を速度で除したものと定義される。この定義に従い、図2-1(b)における交通量—速度関係を交通量—走行時間（費用）関係に変換すれば、確かに図2-Aにおける  $X$ - $Y$ - $Z$  のように反転した走行費用曲線が描ける。しかし交通量—速度関係は、2-2節で述べたように、道路上のある地点において成立するものであり、より長い道路区間に対しては適用できない。

さて図2-Aでは、 $d_1$ や $d_2$ のように需要曲線を描き、費用曲線との交点（図の点  $E_1$  や  $E_2$ ）において均衡交通量が決まるとしている。ここで点  $E_1$  では均衡において「超混雑」が生じるとされている。社会的限界費用は SMC のように描かれ、需要曲線との交点（図の点  $O_1$  や  $O_2$ ）に相当する交通量が最適であるとしている。そしてそのような最適解を達成するためには SMC と走行費用（＝私的費用）との差に等しい混雑料金を徴収することを主張する。社会的限界費用曲線は道路の交通容量（図2-A の点  $Y$  に相当する交通量）に近づくにつれ無限大に発散する。したがって、需要曲線がいかなる高水準になろうとも、最適において「超混雑」の存在は許されない。これは、「超混雑」の生ずる場合、同量の交通をより低い費用で処理できるためであると解釈されている。

以上の理論における費用曲線と需要曲線の定義には不整合がある。このことは「超混雑」の生じる場合、特に問題になる。それは図2-Aにおける縦軸の費用の解釈である。需要者側からみれば、縦軸の費用は道路区間を走破すること、すなわちトリップのために要する費用と解釈すべきである。トリップとは、空間的に離れた2つの地点間の移動である。したがってトリップを行うかどうかの意思決定、すなわちトリップ需要は、出発地から目的地までの費用を考慮して行われるはずである。一方、図2-Aにおける費用曲線は、上述したように、道路上の1地点でのみ成り立つ交通量—速度関係に基づいて描かれたものである。これより明らかなように、従来の理論における需要曲線と費用曲線は、本来、同一平面上に描くことはできないのである。本文の2-3節で示したように1地点における関係ではなく、トリップに関して走行費用曲線を描くと、渋滞が起きても、図2-Aのような反転部分を持たない。したがって渋滞の存在する場合、点  $E_1$  のように均衡解が求められるとすることは正しくない。

図2-Aのように反転する費用曲線を想定する経済学者の多くは、「超混雑」

(交通渋滞)の状態がなぜ起きるかについて深く考察することなく分析を行っているようである。渋滞は、図2-3に示すように道路区間の途中に交通容量の低いボトルネックが存在し、上流からの交通量がボトルネックの容量  $W_0$  を上回るときに生ずるものである。このときボトルネックを通過できなかった車が待ち行列を形成し、これが上流方向に延びるが、この待ち行列の内部における交通流の状態が渋滞に相当する。

従来の「超混雑」の理論ではボトルネックを明示的に考慮せず、単一の交通量一費用関係に基づいているが、これは均一な道路区間を対象に渋滞の分析を行っていることを意味する。実際には、渋滞は均一な道路区間では生じない。均一な道路区間では、流入交通量がその道路の交通容量を下回る限り、それらは渋滞することなく、一定時間後に下流端から流出する。容量を超える交通量が流入しようとした場合は、当該道路区間中ではなく、道路に入る直前で渋滞列が形成され、上流に延びるので当該区間にはやはり渋滞は生じない。何らかの原因により、道路区間の途中で渋滞に該当するほど高い密度の交通流の状態になったとしても、それは間もなく解消される。なぜなら、そのような箇所での交通流の速度は低くなるが、その箇所の前方にはそれより密度が低く速度が高い交通流があるので、それら2つの交通流の間には車の存在しない空間が生じる。このとき一時的に生じた渋滞流は前方の空間を詰めるよう加速することによって密度を低下させることができるので、やがて渋滞は解消する。最近、Verhoef (2001) は、追従モデルを用いて上述のプロセスを厳密に記述することにより、均一な道路区間において渋滞状態が持続しえないことを示している。渋滞はボトルネックの存在抜きには考えられない。その意味で、Walters (1961) がここでいう渋滞をボトルネック混雑と呼んだのは正しいが、彼の分析内容はそのような呼称と対応していなかった。

伝統的アプローチは基本的に静学的分析であり、交通流の定常性を想定している。しかしこの想定は、渋滞の問題を取り扱うためには不適當である。たとえば、定常的にボトルネック容量を超える一定の交通量が流入した場合、渋滞列はいつまでも延び続けるので、同じ流入交通量に対しても、流入した時刻によって渋滞列の長さは異なり、したがって走行費用も異なる。渋滞を考慮するためには、動学的分析が必要である。

ただし、流入交通量が容量を下回り、渋滞が生じない場合は、定常性を仮定しても問題はない。またこの場合は、道路区間が均一であれば上流からの交通量がそのまま終点から流出するので、断面交通量と速度の局所的関係を全区間に引き延ばすことができ、図2-Aの $E_2$ 点のように均衡と最適を決めても定性的には間違いではない。すなわち伝統的アプローチは、渋滞の生じない限りにおいて正しい結果を与える。

ところでElse (1981) は、需要曲線および費用曲線を交通密度について定義するという、代替的アプローチを提案した。速度は交通密度の単調減少関数であることから交通費用を密度の増加関数とし、交通量で定義した費用曲線が反転する問題を回避しようと試みたのである。同様の主張は、Evans (1992)、Kawashima (1988)、松澤 (1992) においても見られる。密度が大きくなれば速度が低下するので、費用が増加するという関係は正しい。しかし密度に関して定義された費用曲線を用いて均衡を求めるためには、需要関数も密度に関して定義する必要がある。しかしストック変数である密度を道路利用者の意思決定変数とするような行動理論は経済学に存在しない。経済分析における意思決定変数は、消費や生産のように単位期間当たりの数量を表すフロー変数で定義すべきであろう。意思決定変数がElse自身の主張する“completed journey”であるためには、それは交通密度ではなく、道路の始点から終点までの「トリップ」について定義すべきである。なお定常状態であれば、トリップは交通量の定義と一致する。このElseの議論をめぐって、さまざまな論争が行われたが、それらはいずれも均一な道路区間を対象とした静的分析の枠内にとどまったものなので、かえって議論を混乱させただけの不毛なものであった。

以上より、「超混雑」に関するこれまでの議論では、動的な現象である渋滞を伝統的な静的モデルに基づいて議論したこと、ボトルネックの存在を考慮せず均一な道路区間において渋滞が生じると考えていたこと、そしてトリップ費用と局所的な交通量—速度関係（あるいは密度—速度関係）を混同したことが誤りの原因である。

以上の議論とは別のところで、実は Vickrey (1969) 以来、ボトルネック混雑に関する経済学的研究が行われている。このモデルは、ボトルネックを通過するための待ち時間に基づくものであり、ドライバーの出発時刻選択を組み合

わせてピーロード料金の分析が行われている。ボトルネック混雑の基本モデルについては、次の章の3-2節において解説される。経済学の文献では、このボトルネック・モデルが、先に述べた交通量-速度関係に基づく混雑理論と互いに無関係のものであるかのように紹介されているが、実はいずれも、本来、統一的な交通流理論の体系から一部分を切り出して簡略化したものなのである。Vickrey モデルは、現象の本質を損なうことなく、操作性の高い枠組みを構築した点で優れているが、交通流の取扱いは過度に単純化されている。そこでは車が発源地からボトルネック地点まで（他の車に影響されず）一定の速度で走行するものと仮定されている。このことは、ボトルネックを通過するための（待ち時間は考慮されているものの）待ち行列の物理的長さはゼロであることを意味する。これは、あたかもボトルネック地点に車を駐車する広いスペースがあり、各車は自分の番がくるまでそこで車を止めて待つことができるような状況を想定することになる。Arnott *et al.* (1990a) においても、今後の課題の1つとして渋滞現象を明示的に取り扱うべきであると述べている。

## 付論2-B：交通流理論の補足

### (2-1) 式の導出：

密度  $K$ 、速度  $V$ 、交通量  $Q$  の均一な交通流がある地点  $x$  を流れているものと想定しよう。この地点から上流側に  $V$  離れた地点と  $x$  の間に存在する車の台数は  $KV$  に等しい。単位時間の間にこの  $KV$  台の車がすべて地点  $x$  を通過するが、それは交通量の定義より  $Q$  そのものである。

### 交通量-密度関係について：

式 (2-2) を  $K$  で微分すると

$$\frac{dQ}{dK} = V + K \frac{dV}{dK}$$

右辺第1項は、速度一定のまま密度が増加したとき通過交通量が増加する効果を表している。第2項は式 (2-2) より  $f'(K) < 0$  なので負の値である。密度が増加すると速度が低下するのでその地点を走り抜ける台数が少なくなる、

すなわち通過交通量が減少することを表している。密度が低い状態では上式右辺第1項の効果が支配的なので  $dQ/dK$  は正になる。逆に密度が高い場合  $dQ/dK$  は負になる。密度がゼロのとき、(車が存在しないので) 交通量もゼロである。一方、密度が非常に高い場合(前の車との間隔がゼロに近いとき) 車は身動きできず速度はゼロになる。このときもやはり交通量はゼロである。また通過交通量が最大となる密度  $K_M$  が存在するが、そのような最大交通量が交通容量である。以上より  $Q-K$  曲線が図2-1(c)のような形になることがわかる。図2-1(b)の  $Q-V$  曲線についても同様である。

### (2-5) 式の導出：

図2-2に示すように、時刻  $t$  に地点  $x$  にあった不連続点が  $G$  の速度で運動しているものとする。単位時間経過後、すなわち時刻  $t+1$  において不連続点は  $x+G$  の位置にあるはずである。 $x$  と  $x+G$  の間の区間における  $t$  から  $t+1$  までの交通状態変化を考えよう。この区間には  $Q_U$  の交通量が流入し  $Q_D$  の交通量が流出するので、単位時間当たり  $Q_U - Q_D$  台の車がたまる。一方、長さ  $G$  の区間に存在する車の数は時刻  $t$  の  $K_D G$  台から時刻  $t+1$  には  $K_U G$  台へと変化しているの、その間の変化は  $K_U G - K_D G$  である。したがって、 $Q_U - Q_D = K_U G - K_D G$  から (2-3) 式が得られる。

もう1つの導出法を紹介する。いま道路の横で観察者が常に不連続点と並んで動くことができるものと想定しよう。このとき観察者から見た車の相対速度は絶対速度マイナス  $G$  になる。観察者から見ると、上流側で  $K_U (V_U - G)$ 、下流側で  $K_D (V_D - G)$  の交通量が流れている。そしてこれらはいずれも観察者の前を通り過ぎる車の台数なので等しくなるはずである。したがって、 $K_U (V_U - G) = K_D (V_D - G)$  が成り立つ。この式を  $G$  について解き、 $Q_U = K_U V_U$ 、 $Q_D = K_D V_D$  の関係を用いれば (2-5) 式が得られる。

## 付論2-C：最適な道路利用の条件

最大原理によれば、この問題の最適解は次のハミルトニアンを最大化する。

$$\mathcal{H}(t) = B(t) - \alpha Q(t) T(t) - \Omega(t) G(t) \quad (2C-1)$$

ここに  $\Omega(t)$  は状態方程式 (2-15) に関する随伴変数 (costate variable) である。各時刻ごとの制約条件が含まれるので、次のようにラグランジアンを定義する。

$$\mathcal{L}(t) = \mathcal{H}(t) + \eta(t)J(t) \quad (2C-2)$$

ここで  $\eta(t)$  は制約条件式 (2-16) に関するラグランジュ乗数である。最適条件は次のように書ける。

$$P(Q(t), t) - \alpha T(t) - \alpha Q(t) \frac{\partial T(t)}{\partial V_N} \frac{dV_N}{dQ(t)} - \Omega(t) \frac{dG(t)}{dQ(t)} = 0 \quad (2C-3)$$

$$\eta(t)J(t) = 0, \quad \eta(t) \geq 0 \quad (2C-4)$$

また随伴変数  $\Omega(t)$  は次の式を満たす。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial J(t)} &= -\dot{\Omega}(t) \\ &= -\alpha Q(t) \left\{ \frac{1}{V_N(W_b)} - \frac{1}{V_N(Q(t))} \right\} + \eta(t) \end{aligned} \quad (2C-5)$$

時間帯の終端時刻  $t_2$  は固定されているので、横断性条件は次のようになる。

$$\Omega(t_2) = 0 \quad (2C-6)$$

したがって式 (2C-5) を時刻  $t$  から  $t_2$  まで積分し、横断性条件 (2C-6) を考慮すると次の式を得る。

$$\Omega(t) = - \int_t^{t_2} [\alpha Q(u) \left\{ \frac{1}{V_N(W_b)} - \frac{1}{V_N(Q(u))} \right\} + \eta(u)] du \quad (2C-7)$$

最適条件は、交通状態によって異なる形になる。

交通渋滞が存在しない場合 ( $J(t) = 0$ )、状態方程式は (2-15b) のケースが該当するので  $dG/dQ = 0$  となる。

このとき (2C-3) は下記の形になる。

$$P(Q(t), t) = \alpha T(t) + \alpha Q(t) \frac{\partial T(t)}{\partial V_N} \frac{dV_N}{dQ(t)} \quad (2C-8)$$

一方、交通渋滞が存在する場合、 $J(t) > 0$  なので  $\eta(t) = 0$  になる。また状態方程式は式 (2-15a) のケースが該当するが、このとき (2-8b) と同様にして、 $dG(t)/dQ(t) = -dJ(u)/dQ(t)$  が成り立つ。この関係と式 (2C-7) を式 (2C-3) に代入すると、次が得られる。

$$\begin{aligned}
 P(Q(t), t) &= \alpha T(t) + \alpha Q(t) \frac{\partial T(t)}{\partial V_N} \frac{dV_N}{dQ(t)} \\
 &\quad + \int_t^{t_2} \alpha Q(u) \left\{ \frac{1}{V_J(W_b)} - \frac{1}{V_N(Q(u))} \right\} \frac{dJ(u)}{dQ(t)} du
 \end{aligned}
 \tag{2C-9}$$

式 (2C-8) と (2C-9) は、それぞれ、本文における式 (2-17) と (2-18) に対応している。