

第4章

交通需要マネジメント ——フレックスタイム*

4-1 はじめに

交通混雑の対策として、主に道路の拡幅や新設など交通容量の拡大のために巨額の投資が行われてきたが、すでに述べたようにこのような政策は、多くの場合、それほど有効でないばかりでなく、既成市街地では長い期間と莫大な費用を要するので、ますます困難になりつつある。そこで交通需要を制御することを目的として、自動車利用の方法、トリップ手段やトリップ時刻などを変更させることにより、混雑の緩和を図るための方法が提案され、実施されている。これらの施策は**交通需要マネジメント** (Transport Demand Management; TDM) と総称されており、かつてに比べると交通政策において重要視されている¹⁾。混雑料金はトリップに関するあらゆる選択に影響を与えるという意味で究極の交通需要マネジメントといえるが、さまざまな社会的制約によりその実施は容易でない。上述のような種々の TDM 手法は、混雑料金が実施でき

* 本章のもとになった論文(文・米川(1999)およびMun and Yonekawa(2006))に対し、小林潔司、八田達夫、藤田昌久、Richard Arnottの諸氏より貴重なコメントをいただいた。

1) 代表的な TDM 手法としては、相乗り、パーク・アンド・ライド、物資の共同集配、フレックスタイム、時差通勤、交通情報の提供、土地利用規制、ロードプライシングなどが含まれる(室町(1999))。

ない場合の次善の手段と考えることができる。

本章では、朝夕の通勤ラッシュ時における交通混雑の緩和策として期待されているフレックスタイムに着目する。現在、ほとんどの企業は8時30分や9時に設定された始業時刻までにすべての労働者が出勤することを求めている。第3章で分析したように、労働者は始業時刻ちょうどの出勤しようとするれば激しい混雑に耐えねばならないが、それよりも早く出勤すれば、混雑を回避する代わりにスケジュールリング費用が発生するというトレードオフに直面する。ところがフレックスタイム制が導入されると、労働者は同一時刻に勤務を開始する必要がなくなるので、自ら混雑を回避するよう出勤時刻を選択することによって、ピークが平滑化されるのである。

フレックスタイム制度は、実際に一部の企業で導入されている実績もあるので、実行可能性という観点からも有望な手段といえる。近年、この制度を導入する企業が徐々に増えていることは確かであるが、現時点では、混雑に対して有意な影響を及ぼすほど普及しているとは言いがたい²⁾。その原因としては、フレックスタイムの導入が社会的には好ましくても、私的企業あるいは個人の誘因と整合的でない可能性が考えられる。

都市における企業は、相互に頻繁なコミュニケーションや取引を行っているが、フレックスタイムの導入は、これらの活動を阻害する効果がある。たとえば、ある企業の従業員が取引先企業の社員と面談しようとしても、その相手が出勤していなければ面談が成立しない。このように両者が面談可能な時間帯に制約を加えることは、結果としてコミュニケーション活動に依存する企業の生産性を低下させる³⁾。混雑緩和の便益がこのような生産性低下のコストを上回らない限り、企業はフレックスタイムを導入する誘因を持たない。

2) 日本では、フレックスタイムを導入している企業の従業員数の割合は1989年の2.3%から1998年の7.7%に増加している(労働省(1999))。なお、アメリカのケースはBeers(2000)に詳しい。

3) 一方で、フレックスタイム制度が生産性を向上させるという議論もある。すなわち労働者はより熱心に働くようになり、企業は同じ賃金を払ってもより質の高い労働者を惹きつけることができると考えられるからである(たとえば、Shepard *et al.* (1996))。本研究では、フレックスタイム制を実施している企業が比較的低い賃金で労働者を雇えるようになるという結果が得られるが、これは後者の効果を反映していると考えられる。

上記のような、混雑緩和効果と生産性低下効果とのトレードオフは、Henderson (1981) において初めて明示的に定式化された。この研究では、各企業が個別に始業時刻を選択する方式 (staggered work hours) を想定して、均衡および最適な始業時刻分布を分析した。結果として各企業が連続的に異なる始業時刻を選択することになるが、このような状況は現実には想定しがたい。多くの場合、始業時刻は特定の時刻、たとえば8:30, 9:00, 9:30といった時刻に集中していることが報告されている (たとえば Wilson (1988) を見よ)。さらに、Henderson は始業時刻が各企業によって完全に分散するケースのみを分析しており、時差始業制と伝統的な固定始業制の比較はない。このため、固定始業制から時差始業制へ移行した場合の経済効果については明らかにされていない。また前章で議論したように、本来動学的な枠組みであるにもかかわらず、交通混雑は静的モデルによって記述されている。

本研究では通勤者の交通行動と企業の生産活動をモデル化し、フレックスタイム制の採用に関する企業の選択行動とその帰結である均衡解を分析する⁴⁾。このような分析によって、フレックスタイム制が企業や個人の誘因と整合的であるのかどうか、そして混雑緩和に有効となるほど多くの企業で導入されるためにはどのような政策が必要か、などについて示唆を得ることが本研究の目的である。

各企業はフレックスタイム制と固定始業制 (9時から5時) の選択に直面するが、この状況は時差始業制のもとで始業時刻に関する企業の選択が連続的であったのとは対照的に、離散的選択である⁵⁾。都市内の企業は、フレックスタイム制を導入する企業 (タイプ1) と固定的始業時刻制を導入する企業 (タイプ2) の2つに分類される。タイプ1の労働者は始業時刻を自由に選べるため、交通混雑のピークを回避できる。一方、生産性については、先に述べたようにタイプ1の企業の方がタイプ2よりも低くならざるをえない。均衡でのタイプ1と2の労働者数は、混雑と生産性のトレードオフに直面する企業と労働者の

4) Moss and Curtis (1985) はフレックスタイムが労働者の行動に与える影響を分析した。しかし、交通混雑や都市の生産性への影響は考慮されていない。

5) 奥村ら (1999) は時差始業制のもとでの離散選択問題の研究を行っている。Henderson とは異なり、2つの始業時刻の選択肢しか存在しないことを仮定している。

選択により内生的に決定される。このように離散的選択（すなわちタイプ1かタイプ2かという選択）として定式化することにより、連続選択アプローチによる Henderson (1981) とは異なる結果が存在する。たとえば、タイプ別企業数の分布について複数の均衡解が得られる。1つの解は一部の企業がフレックスタイムを採用している状況、もう1つの解ではフレックスタイムを採用する企業が存在しない状況である。経済厚生的一面では前者の解が望ましいものであるにもかかわらず、それよりも劣る後者の解が実現する可能性が高い。

以下、4-2節ではモデルの枠組みを示し、均衡で2つのタイプの企業（労働者）数が決定される条件を説明する。フレックスタイムを採用する企業が存在するための条件は、タイプ1の私的純便益がタイプ2よりも大きくなることである。ここで私的純便益とは、労働者1人当たり生産額から通勤費用を引いたものとして定義される。4-3節では交通混雑と通勤者の出発時刻選択を定式化し、均衡出発パターンを解くことにより通勤費用を求める式を導く。4-4節では2つのタイプの企業の生産額を求める。4-5節では、4-3と4-4節で求めた通勤費用と生産額の計算式を、4-2節で定義した均衡条件に適用して均衡解の性質を調べ、その効率性を評価する。さらには混雑料金の効果も調べる。そして、4-6節はまとめである。

4-2 モデル

都市は業務地区（CBD）と住宅地から成るものとする。すべての生産活動はCBDで行われ、労働者は住宅地からCBDまで道路を通過して通勤する。企業は規模に関して収穫一定な技術を用いて同質な財を生産し、投入要素は労働のみである。都市には2種類の企業が存在する。一方はフレックスタイム制を採用しており（タイプ1）、他方は固定的始業時刻制を採用している（タイプ2）。各企業はフレックスタイム制または固定的始業時刻制のいずれかを選ぶ。収穫一定なので各企業の行動は、次の式で表されるような労働者1人当たり利潤の最大化として記述できる。

$$\pi_i = Y_i - w_i \quad (4-1)$$

ここで、添え字 $i(i=1, 2)$ は企業のタイプを表す。また、 Y_i と w_i はそれ

ぞれタイプ i の企業における 1 人当たり生産額と賃金である。

各労働者は自分の労働力を供給すべき企業のタイプを選ぶが、その際、企業間の移動は費用をかけずに行うことができると仮定する。各労働者の目的は純所得の最大化であり、これは賃金から通勤費用を差し引いたもの、すなわち $w_i - C_i$ として定義される。ここに C_i はタイプ i の企業に勤める労働者の通勤費用である。

タイプ 1 と 2 の労働者数をそれぞれ N_1 と N_2 で表す。都市内の総労働者数 N は外生的に与えられ、 $N_1 + N_2 = N$ という関係が成り立つものとする。均衡解を CBD 内のタイプ別企業数の分布によって分類すると、

〔ケース A〕 すべての企業が固定的始業時刻

〔ケース B〕 すべての企業がフレックスタイムを実施

〔ケース C〕 一部の企業がフレックスタイムを実施

ここで、ケース C は内点解であり、ケース A と B は端点解となる。

均衡は、各労働者が勤務する企業のタイプを変えるインセンティブを持たないと同時に、各企業が始業時刻制度を変えるインセンティブを持たなくなるとき達成される。両タイプの企業数が正であるような内点均衡では、各タイプの企業に勤める労働者の純所得は等しく、また企業についてもタイプ間で利潤は等しくならなければならない。すなわち、

$$N_1^* > 0, N_2^* > 0 \Rightarrow Y_1 - w_1 = Y_2 - w_2 \quad \text{かつ} \quad w_1 - C_1 = w_2 - C_2 = w^* \quad (4-2)$$

ここで N_i^* は均衡においてタイプ i に勤める労働者数である。式 (4-2) の 2 つの式は、次のように 1 つの式にまとめることができる。

$$N_1^* > 0, N_2^* > 0 \Rightarrow Y_1 - C_1 = Y_2 - C_2 \quad (4-3a)$$

同様に、端点解についても下記のように均衡条件が定義される。

$$N_1^* = N, N_2^* = 0 \Rightarrow Y_1 - C_1 \geq Y_2 - C_2 \quad (4-3b)$$

$$N_1^* = 0, N_2^* = N \Rightarrow Y_1 - C_1 \leq Y_2 - C_2 \quad (4-3c)$$

以下では、 $Y_i - C_i (i=1, 2)$ を私的純便益と呼ぶ。式 (4-3a), (4-3b), (4-3c) はそれぞれ上に定義されたケース C, B, A に対応する。各ケースごとの通勤費用 C_i および生産額 Y_i の具体的な形はそれぞれ以下の 4-3 節および 4-4 節で説明する。

4-3 交通混雑と通勤者の出発時刻選択

本章では、Vickrey 型のボトルネック・モデルを用いてラッシュアワーの混雑を定式化する。ボトルネック・モデルは、道路を同時に利用しているドライバーだけでなく異なる時刻に道路を利用するドライバーによって混雑水準が決まるような動学的な過程を記述することができる。

住宅地と CBD は 1 本の道路で結ばれており、道路には CBD の直前にボトルネックがあるものとする。車は自宅からボトルネック地点までを一定速度で走行する。したがって、この区間の走行時間は一定である。待ち行列は交通量 (=住宅地から出発する単位時間当たりトリップ数) がボトルネック容量を超過する場合に発生する。時刻 t に出発した場合の走行時間 $T(t)$ は、次のように定義される⁶⁾。

$$T(t) = T_f + \frac{M(t)}{W_b} \quad (4-4)$$

ここで、 $M(t)$ は (車の台数で測った) 待ち行列の長さである。第 2 項は待ち時間を表す。本質的な結果に影響しないので、以下では Arnott *et al.* (1990a) に倣い、 $T_f = 0$ を仮定する。

時刻 t に出発した人が経験する待ち行列の長さは次のように求められる。

$$M(t) = \int_{t_q}^t [Q(s) - W_b] ds \quad (4-5)$$

ここで、 t_q は待ち行列が発生する時刻であり、 $Q(t)$ は時刻 t に住宅地を出発するトリップ数である。

毎朝、 N 人の労働者が道路を使って自宅から CBD の勤務先まで通勤するものとする。労働者は皆同質であり、1日に I 時間勤務する。

タイプ 2 の企業に勤める労働者は、定められた始業時刻までに着かなければならず、遅刻は許されないものと仮定する。このタイプの労働者にとって通勤費用は走行時間費用とスケジューリング費用から成る。第 3 章のモデルと同様、

6) 第 2 章と 3 章で論じたように、このタイプのボトルネック・モデルは交通流の動学モデルを大胆に単純化したものであるが、現象の本質を損なうことなく解析を容易にする点を重視して採用した。

スケジューリング費用は、定められた勤務時刻より早く勤務先に着く場合に、始業時刻まで待機する時間の機会費用である⁷⁾。一方、タイプ1の企業に勤める労働者は、(フレックスタイム制を導入しているため)始業時刻を選ぶことができる。すなわちフレックスタイム制の労働者にとってスケジューリング費用はゼロであり、通勤費用は走行時間費用のみになる。各労働者は、通勤費用を最小化するように出発時刻を選ぶ。

以下では、各ケース(A, B, C)ごとに労働者の出発時刻分布と通勤パターンを求めることにする。

【ケースA】すべての企業が固定的な始業時刻の場合

このケースは、遅着を考慮していない点を除けば、第3章の3-3-2項で示したものと同じである。すべての企業が固定的始業時刻制を採用しており、始業時刻は \hat{t} で統一されているとする。時刻 t に出発した労働者の通勤費用は次のように表される。

$$C(t) = \alpha T(t) + \beta(\hat{t} - t - T(t)) \quad \text{for } t + T(t) \leq \hat{t} \quad (4-6)$$

ここで、 α は走行時間1単位の金銭的評価値、 β は早着による待機時間1単位の価値を表す。第3章と同様、 $\alpha > \beta$ を仮定する。

均衡は、すべての通勤者が出発時刻を変更する誘因を持たなくなったときに達成される。通勤者は同質であるので、どの出発時刻を選んでも通勤費は等しくならねばならない。したがって $\partial C(t)/\partial t = 0$ が成り立つ。式(4-4)、(4-5)を式(4-6)に代入し、この条件を適用すると、

$$Q(t) = \frac{\alpha W_b}{\alpha - \beta} \quad (t_1 \leq t \leq t_2) \quad (4-7)$$

ここに、 t_1 は最初の通勤者の出発時刻、 t_2 は最後の通勤者(すなわち始業時刻ちょうどに着く)の出発時刻である⁸⁾。時刻 t_1 に出発する最初の通勤者は

7) Henderson (1981) は、スケジューリング費用をもう少し広い意味で捉えていた。たとえば、家族にとっての最適なスケジュールとの乖離による不便さなどである。本稿のモデルでも、 \hat{t} を個人の仕事以外の活動にとって最適な時刻であると解釈すれば可能である。現実には、固定された始業時刻と個人活動にとっての最適な時刻は一致しない。この両方を考慮したモデルを作ることは可能であるが、分析を複雑化するだけで新しい結果は期待できない。

待ち行列に遭わないため、この通勤者はスケジューリング費用のみを負う。したがって、通勤費用は次のようになる。

$$C(t_1) = \beta(\hat{t} - t_1) \quad (4-8)$$

均衡時においては $C(t_1) = C(t)$ が成り立つので、各時刻に出発する通勤者の走行時間は次のように求められる。

$$T(t) = \frac{\beta}{\alpha - \beta}(t - t_1) \quad (t_1 \leq t \leq t_2) \quad (4-9)$$

t_1 と t_2 は次の2つの方程式を解くことによって得られる。

$$N = \int_{t_1}^{t_2} Q(t) dt \quad (4-10)$$

$$t_2 + T(t_2) = \hat{t} \quad (4-11)$$

式(4-10)は、 t_1 と t_2 の間に家を出た通勤者の合計が N であることを意味し、式(4-11)は、時刻 t_2 に出発（すなわち最後に出発）した者は \hat{t} に着くことを意味する。

式(4-10)、(4-11)を解くことにより次が得られる。

$$t_1 = \hat{t} - \frac{N}{W_b} \quad (4-12)$$

$$t_2 = \hat{t} - \frac{\beta N}{\alpha W_b} \quad (4-13)$$

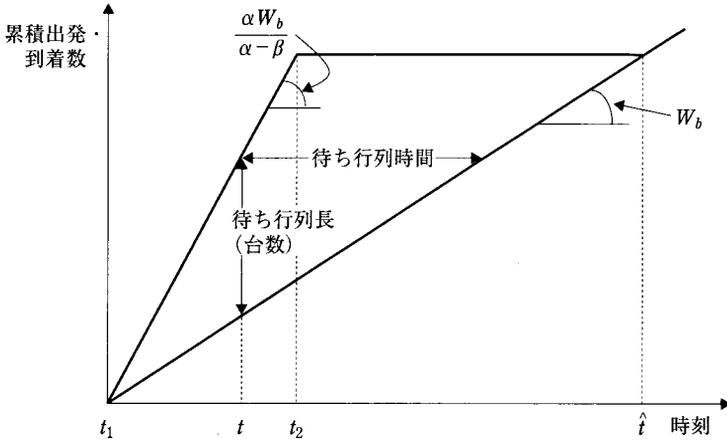
式(4-8)と(4-12)より、次のようにケースAのもとでの均衡通勤費が得られる。

$$C^A = \frac{\beta N}{W_b} \quad (4-14)$$

図4-1は累積出発台数と到着台数の時間的推移を示している。累積出発台数は単位時間当たり $\alpha W_b / (\alpha - \beta)$ の率で増加するのに対し、到着台数はボトルネック容量制約のため W_b の率で増加するのみなので、待ち行列が形成される。台数で測った待ち行列の長さは2つの曲線の垂直（縦軸）方向の距離に等しく、時間で測った待ち行列の長さ（待ち行列の中で過ごす時間）は2つの曲線の水平距離に等しい。

8) 均衡において、 t_1 は式(4-2)の t_q （待ち行列が形成され始める時刻）に等しくなる。

図 4-1 ケース A のもとでの累積出発・到着数の時間推移

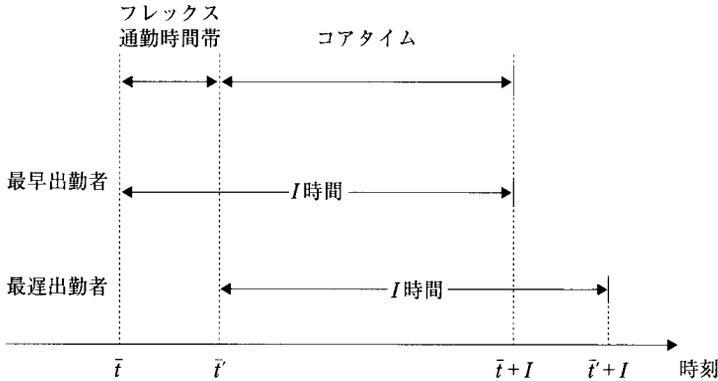


〔ケース B〕 すべての企業がフレックスタイム制の場合

典型的なフレックスタイム制度は、コアタイムという時間帯を設定し、その時間帯に必ず勤務していることと、所定の時間数 (=I) 勤務するという条件を満たせば、始業時刻を自由に選択できるという制度である。すべての企業が同一のコアタイムを設定するものと仮定し、コアタイムの終了時刻から1日の労働時間を引いた時刻を \bar{t} 、コアタイムの始まる時刻を \bar{t}' とする。図4-2には、フレックスタイム制のもとでの始業時刻とコアタイムの関係を図示している。このとき労働者は、 $[\bar{t}, \bar{t}']$ の間にオフィスに到着すれば直ちに仕事を始めることができ、その場合スケジューリング費用はかからない。以下では、 $[\bar{t}, \bar{t}']$ の時間帯をフレックス通勤時間帯と呼ぶ。フレックス通勤時間帯の間は、勤務先に着く時間にかかわらず走行時間費用が一定となるというのが均衡条件になる。一方、 \bar{t} よりも早い時刻に到着する労働者は、 \bar{t} になるまで仕事を始めることはできないので、 $\beta(\bar{t}-t-T(t))$ に等しいスケジューリング費用を負う。この時間帯についての、均衡での単位時間当たり出発数 (以下では出発率と呼ぶ) は、ケース A と同様である。

出発分布は、総労働者数 N とボトルネック容量 W_b 、およびフレックス通

図 4-2 フレックスタイム採用企業における勤務スケジュール



勤時間帯の長さ ($\bar{t}' - \bar{t}$) により異なる。すべての労働者が時間帯 $[\bar{t}, \bar{t}']$ の間にボトルネックを通過できるほどフレックス通勤時間帯が長い場合、すなわち $N \leq W_b(\bar{t}' - \bar{t})$ が満たされているとき、待ち行列は発生しない。すなわち、すべての通勤者は待ち行列とスケジューリング費用を回避できるような出発時刻を見つけることができる。一方、すべての通勤者が時間帯 $[\bar{t}, \bar{t}']$ の間にボトルネックを通過できないケース、すなわち $N > W_b(\bar{t}' - \bar{t})$ の場合、遅刻は許されないので一部の労働者は \bar{t} より早い時刻に出勤する必要がある。そのような労働者は時刻 \bar{t} になるまで勤務を開始することができず、スケジューリング費用を負う。一方、 \bar{t} と \bar{t}' の間に到着する労働者は、スケジューリング費用がかからないが、それよりも早く到着する労働者の通勤費と均衡するために、待ち行列に加わることになる。

本研究では、前者のケース（すなわちフレックスタイムの労働者が通勤している間に待ち行列が形成されない）にのみ注目する⁹⁾。このケースでは、通勤時間費用もスケジューリング費用もゼロとなる。すなわち、 $C^B = 0$ である。 $[\bar{t}, \bar{t}']$ の間にすべての労働者が到着すること、および出発率が W_b を超えないという条件を満たす分布は無数に存在する。そこで代表的なパターンとして一様分布を仮定する。すなわち、

9) フレックス通勤時間帯に待ち行列が形成される場合の均衡出発パターンは Mun and Yonekawa (2005) に示されている。

$$Q(t) = \frac{N}{\bar{t}' - \bar{t}} \quad (4-15)$$

なお第2章や第3章で用いたような、ボトルネック以外の要因による混雑（すなわちフロー混雑）も含んだモデルでは、一様な出発分布が均衡解として得られる。ボトルネック混雑が生じない場合、走行時間が交通流率の増加関数となるので、この状況のもとで一様な出発分布は、出発時刻に関係なく走行時間が一定であるという均衡条件を満たす唯一の解となる。その意味で上のような一様分布は現実的にも妥当である。あるいは式(4-15)が無数にある出発分布の平均と解釈することもできる。このケースではどのような出発分布であれ通勤費用がゼロであることは不変なので、今の段階では出発分布を特定化する意味はない。しかし後の4-4節において企業の生産額を求めるためには上のような特定化が必要である。

〔ケースC〕一部の企業がフレックスタイム制の場合

ここでは、両タイプの労働者が共存する一般的ケースについて、均衡における出発分布を求める。

タイプ2の始業時刻を \hat{t} とし、 $\bar{t} < \hat{t} < \bar{t}'$ であるものとする。ケースBと同様、タイプ1の通勤者が待ち行列に遭わないケースのみを想定する。これは、 $(N_1 + N_2) \leq W_0(\bar{t}' - \bar{t})$ 、あるいは $N_1 \leq W_0(\bar{t}' - \hat{t})$ のいずれかが成立することを意味する¹⁰⁾。このとき均衡における出発時刻分布について、可能な出発パターンは図4-3のような2通りである。また図より、タイプ1とタイプ2が同時に道路を利用することがありえないこともわかる。それは2つのタイプの均衡条件から導かれる走行時間変動に関する条件が両立しえないからである。すなわちケースBで説明したように、タイプ1が道路を利用する間は均衡において走行時間が一定とならねばならない。一方、タイプ2が利用する間の均衡条件式(4-9)によると、走行時間が時間とともに増加せねばならない。また

10) Mun and Yonekawa (2005) は、ケースCのもとで均衡出発分布が、フレックス通勤時間帯に待ち行列が形成される場合を含め4パターン存在することを示している。また、そこではそれぞれのパターンが均衡解として実現するための条件を具体的に導いている。

図 4-3 ケース C における出発パターン

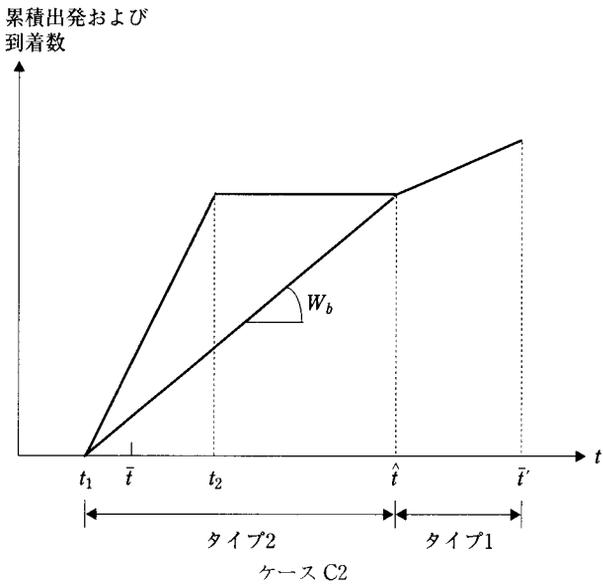
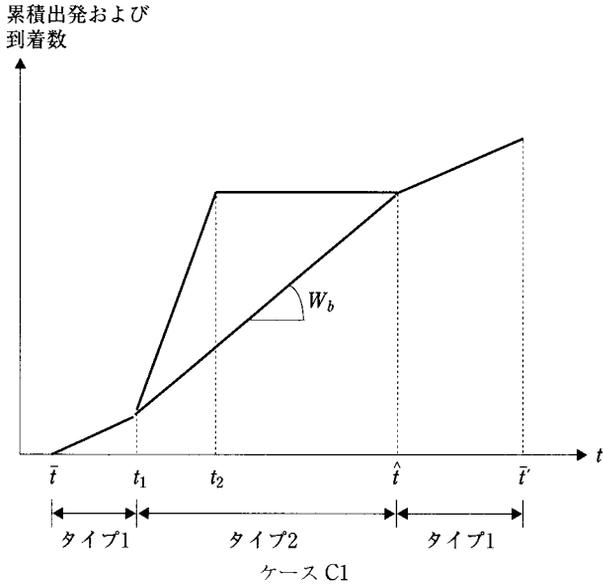


図 4-4 パラメータと出発パターン

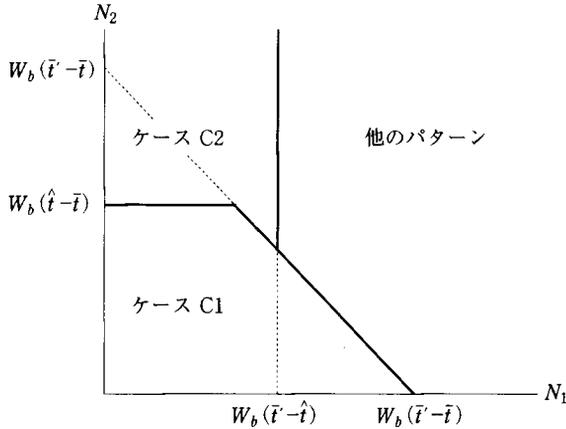


図4-3より，タイプ2の始業時刻 \hat{t} 以前では，タイプ2がタイプ1よりも必ず \hat{t} に近い時間帯に通勤する．そうでなければ，両タイプとも出発時刻を変更することによって通勤費用を減少できるので均衡とはならない．

ケース C1となるか C2となるかは，タイプ1と2の最早出発時刻，すなわち \bar{t} と t_1 の関係によって決まる．ケース C1 (C2) となるのは， \bar{t} が t_1 より早い (遅い) 場合である．タイプ2の最早出発時刻 t_1 と最遅出発時刻 t_2 が次のように求められる．

$$t_1 = \hat{t} - \frac{N_2}{W_b} \quad (4-16a)$$

$$t_2 = \hat{t} - \frac{\beta N_2}{\alpha W_b} \quad (4-16b)$$

この2式は，ケース A の式 (4-12)，(4-13) に対応する．均衡において，ケース C1 および C2 が実現する条件は，それぞれ以下のようになる．

$$\text{ケース C1} : N_2 \leq W_b(\hat{t} - \bar{t}) \quad \text{and} \quad N_1 \leq W_b(\bar{t}' - \hat{t}) \quad (4-17a)$$

$$\text{ケース C2} : N_2 > W_b(\hat{t} - \bar{t}) \quad \text{and} \quad N_1 \leq W_b(\bar{t}' - \hat{t}) \quad (4-17b)$$

図4-4には，これら2つの出発パターンと6つのパラメータ (W_b , \bar{t} , \bar{t}' , \hat{t} , N_1 , N_2) の関係が示されている．

タイプ1は，待ち行列に遭わないので通勤時間費用を負担する必要がなく，

スケジューリング費用も負わない。すなわち、均衡通勤費はゼロである ($C_1^c = 0$)。

一方、タイプ2の均衡通勤費用は次のように求められる。

$$C_2^c = \frac{BN_2}{W_b} \quad (4-18)$$

$C_1^c = 0$, $C_2^c > 0$ なので、通勤費についてはフレックスタイムの方が固定的始業時刻制よりも好ましいことが確かめられる。定義より、 $N_2 = N - N_1$ であるから、式 (4-18) は、固定的始業時刻制からフレックスタイムにシフトする企業が増えることにより、タイプ2の労働者の通勤費用が減少することを意味する。これは一種の外部効果である。フレックスタイムの導入を選ぶ企業は、それが他のタイプ2企業の通勤費に及ぼす影響など考慮せずにそのような選択を行うのである。

ケース C1と C2について、タイプ1の出発率はケース Bと同様の手順 (式 (4-15)) で求められる。

$$\text{ケース C1: } Q(t) = \frac{N_1}{\hat{t}' - \bar{t} - \frac{N_2}{W_b}}, \quad \text{for } \bar{t} \leq t \leq \hat{t}_1 \quad \text{or} \quad \hat{t} \leq t \leq \hat{t}' \quad (4-19a)$$

$$\text{ケース C2: } Q(t) = \frac{N_1}{\hat{t}' - \bar{t}}, \quad \text{for } \hat{t} \leq t \leq \hat{t}' \quad (4-19b)$$

これら出発率はいずれも W_b よりも低いので、これがそのまま CBD への到着率になる。

タイプ2の出発率についてはケース Aと同様、式 (4-7) により求められる。

4-4 フレックスタイムが生産性に与える影響

企業は CBD に立地することにより、他の企業とのコミュニケーションに伴う集積の経済を享受する。都市経済学では、同じ都市に立地する企業の数が多いほど集積の経済効果によって企業の生産性が上昇するという仮定に基づいたモデルが多く開発されてきた。Henderson (1981) は、このタイプのモデルに時間の次元を導入し、ある時刻における企業の生産性はその時刻に都市で業務

を行っている労働者数に依存すると仮定した。本研究でも同様のモデルを用いてフレックスタイムが都市の生産性に与える影響を分析する。

CBDには多くの企業が立地しており、各企業は規模に関して収穫一定で同一の生産技術を有すると仮定する。このとき労働者数は企業数の代理指標となる。時刻 t における労働者1人当たり生産額は、次のような瞬時的生産関数で求められる。

$$y(t) = g(n(t))a \quad (4-20)$$

ここに a は定数、 $n(t)$ は時刻 t にこの都市で業務を行っている総労働者数である。また $g(n(t))$ は集積の経済を表す関数であり、 $g' > 0$ 、 $g'' < 0$ であると仮定する。

以下では、前節で定義された3つのケース (A, B, C) について企業の生産額を求める。

〔ケース A〕 すべての企業が固定的な始業時刻の場合

ケース A のもとでは、すべての労働者は \hat{t} に業務を開始し、 $\hat{t} + I$ に終了する。また1日を通じて都市内で業務を行っている労働者数は N である。このとき1日を通じた労働者1人当たり生産額 Y^A は、瞬時的生産関数を \hat{t} から $\hat{t} + I$ まで積分することにより得られる。

$$Y^A = \int_{\hat{t}}^{\hat{t}+I} a \cdot g(N) dt = aI g(N) \quad (4-21)$$

〔ケース B〕 すべての企業がフレックスタイム制の場合

4-3節で述べたように、本稿では $N \leq W_0(\bar{t}' - \bar{t})$ のケースについてのみ検討する。この場合、フレックス通勤時間帯における勤務先への到着率は式 (4-15) により求められる出発率に等しい。労働者はオフィスに到着すると直ちに仕事を始めるため、都市内で業務を行っている労働者数は時間とともに変動し、したがって1人当たり生産額も変動する。時刻 t に勤務中の労働者の比率は平均で $n(t)/N$ なので、時刻 t における1人当たり生産額は $\frac{n(t)}{N} g(n(t))a$ である。したがって1日を通じた労働者1人当たり生産額 Y^B は、

$$Y^B = \int_{\bar{t}}^{\bar{t}'} \left\{ \frac{n(t)}{N} g(n(t)) a \right\} dt + (\bar{t} + I - \bar{t}') g(N) a \quad (4-22)$$

$$+ \int_{\bar{t}+I}^{\bar{t}'+I} \left\{ \frac{n(t)}{N} g(n(t)) a \right\} dt$$

となる。右辺第1項は朝の出勤時間帯における生産、第2項はコアタイムにおける生産、そして第3項は帰宅時間帯における生産額である。

朝の出勤時間帯に業務についている労働者数は、式(4-15)の出発率を積分することにより次のように計算される。

$$n(t) = \int_{\bar{t}}^t Q(t) dt = \frac{N}{\bar{t}' - \bar{t}} (t - \bar{t}), \quad \text{for } \bar{t} \leq t \leq \bar{t}' \quad (4-23a)$$

また夕方の帰宅時については、次式のようになる。

$$n(t) = N - n(t - I) = \frac{N}{\bar{t}' - \bar{t}} (\bar{t}' + I - t), \quad \text{for } \bar{t} + I \leq t \leq \bar{t}' + I \quad (4-23b)$$

〔ケースC〕 一部の企業がフレックスタイム制の場合

時刻 t にこの都市で業務を行っているタイプ1, 2の労働者数を、それぞれ $n_1(t)$, $n_2(t)$ と表すことにする。またタイプ1, 2の労働者1人当たり生産額を、それぞれ Y_1^C , Y_2^C と表すと、それらは次のように計算される。

$$Y_1^C = \int_{\bar{t}}^{\bar{t}'+I} \left[g(n_1(t) + n_2(t)) \frac{n_1(t)}{N_1} a \right] dt \quad (4-24a)$$

$$Y_2^C = \int_{\bar{t}}^{\bar{t}'+I} [g(n_1(t) + n_2(t)) a] dt \quad (4-24b)$$

ここで、式(4-24a)と(4-24b)の積分区間が異なっていることに注意されたい。タイプ1(フレックスタイム)の企業では、労働者は勤務先に到着してすぐに業務を始める。タイプ1(フレックスタイム)の労働者は朝 \bar{t} から \bar{t}' の間に勤務先に到着し、夕方は $\bar{t} + I$ から $\bar{t}' + I$ の間に帰宅するため、積分区間は \bar{t} から $\bar{t}' + I$ となる。一方、タイプ2(固定的始業時刻制)に勤める労働者は、 \hat{t} より前に着いたり、 $\hat{t} + I$ 以降まで残っていたとしても、全員が \hat{t} から $\hat{t} + I$ まで業務を行う。

$n_1(t)$, $n_2(t)$ の関数形は出発パターンによって決まる。これは、前節で求めたケースC1とC2に対応する。詳細は付論4-Aに示してある。

4-5 均衡におけるフレックスタイム導入企業数

4-5-1 端点解の分析

ここでは式 (4-3b), (4-3c) に示した2通りの端点解 (それぞれケース A, B) に注目する。これら端点における両タイプの私的純便益を比較することにより、企業が自発的にフレックスタイムを実施するような状況が均衡解として実現しうるかどうかを調べる。

以下では $\hat{t} = \frac{1}{2}(\bar{t} + \bar{t}')$ を仮定する。これはフレックス通勤時間帯が従来の固定的始業時刻を中心として前後へ対称的に広がることを意味する。実際に行われている、ほとんどのフレックスタイムの事例についてこの仮定が妥当する。たとえば固定的始業時刻が9時に対し、フレックスタイムでは8時から10時までの間に出勤すればよいという場合がそうである。さらに、集積の経済を表す関数の形を次のように特定化する。

$$g(n) = n^\sigma \quad 0 < \sigma < 1 \quad (4-25)$$

式 (4-21), (4-22) に式 (4-25) を適用すると、ケース A と B の生産額は、それぞれ、

$$Y^A = a \cdot N^\sigma I \quad (4-26a)$$

$$Y^B = a \cdot N^\sigma (I + \bar{t} - \bar{t}') + \frac{2a \cdot N^\sigma (\bar{t}' - \bar{t})}{(2 + \sigma)} \quad (4-26b)$$

となる。このことから、直ちに、

$$Y^A - Y^B = \frac{a \cdot \sigma \cdot N^\sigma \cdot (\bar{t}' - \bar{t})}{2 + \sigma} > 0$$

が得られる。すなわち、フレックスタイムのもとでの生産額は固定的始業時刻制の場合より小さくなる。

まず、すべての企業が固定的始業時刻制を導入している場合 (ケース A) について検討する。 $N_1 = 0$, $N_2 = N$ において $(Y_1 - C_1) - (Y_2 - C_2)$ を評価すると、以下の関係が得られる (導出については付論4-Bを参照)。

$N < W_b(\bar{t} - \bar{t}')$ の場合

$$(Y_1 - C_1) - (Y_2 - C_2) < 0 \Leftrightarrow \frac{\beta N}{W_b} \frac{a(\bar{t}' - \bar{t})(\bar{t}' - \bar{t} - 2N/W_b)}{4(\bar{t}' - \bar{t} - N/W_b)} N^\sigma < 0 \quad (4-27a)$$

$N \geq W_b(\bar{t}' - \bar{t})$ の場合

$$(Y_1 - C_1) - (Y_2 - C_2) < 0 \Leftrightarrow \frac{\beta N}{W_b} - \frac{1}{2} a(\bar{t}' - \bar{t}) N^\sigma < 0 \quad (4-27b)$$

$(Y_1 - C_1) - (Y_2 - C_2) < 0$ は、 $N_1=0$ 、 $N_2=N$ が均衡解として実現するための条件である。逆にこの関係が成り立たないなら、すなわち $(Y_1 - C_1) - (Y_2 - C_2) > 0$ のとき、 $N_1=0$ 、 $N_2=N$ は均衡とはならず、企業はこの状況から逸脱する（すなわちフレックスタイムを導入する）ことにより私的純便益を増加させることができる。このことは企業が自発的に固定的始業時刻制からフレックスタイムへ移行するインセンティブを持つことを意味する。式(4-27)に基づいて、このケースが実現する可能性を調べることで、次の命題が得られる。

命題4-1 初期にすべての労働者が固定的始業時刻であった場合（すなわち $N_1=0$ 、 $N_2=N$ ）、そこから自発的にフレックスタイムに移行する企業が出現するような状況は、(i)スケジューリング費用 β が大きい、(ii)ボトルネック容量 W_b が小さい、(iii)集積の外部効果 σ が小さい、そして(iv)総労働者数 N が大きい場合に実現する。

次にもう一方の端点解である、すべての企業がフレックスタイム制を導入した場合（ケースB）について検討する。均衡条件の式(4-3b)が成り立つかどうかを調べると、 $N_1=N$ 、 $N_2=0$ のとき、以下の式が得られる（導出については付論4-Cを参照）。

$$(Y_1 - C_1) - (Y_2 - C_2) = \frac{a \cdot N^\sigma (\bar{t}' - \bar{t})(2 + \sigma - 2\sigma^{+1})}{2^{\sigma-1}(2 + \sigma)(1 + \sigma)} < 0 \quad (4-28)$$

上の不等式は、次のことを意味する。

命題4-2 すべての企業がフレックスタイムを実施するような状況（すなわち $N_1=N$ 、 $N_2=0$ ）は均衡解として実現しない。

上の2つの命題より、フレックスタイムを実施する企業が存在するような均衡解が存在しうること、そしてそれは内点解としてのみ実現することがわかる。

4-5-2 均衡解のパターン

内点解の場合（ケースC1, C2）、4-3節と4-4節で示したように、各タイプの生産額および通勤費用を計算する式は複雑であり、解析的に均衡解を求めることは困難である。以下では仮想的パラメータを用いた数値計算により均衡解を分析することにする。

数値計算に用いるパラメータ値を次のように設定する。

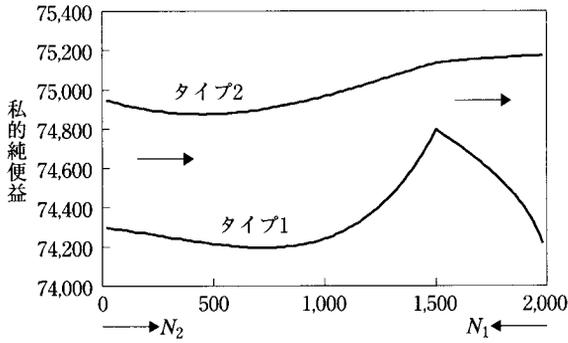
$$\beta=1,900, I=8, \hat{f}=9, \bar{f}=8.5, \bar{f}'=9.5, W_0=3,000, a=100$$

すなわち労働者は8時間勤務し、固定的始業時刻の場合は9時に業務が始まるが、フレックスタイムの場合は8時30分から9時30分までの間に出勤すればよい。

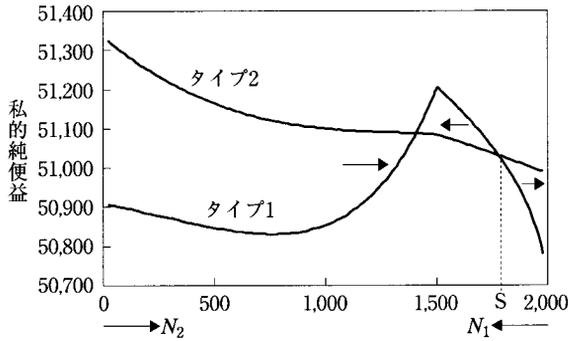
均衡解のパターンは、図4-5に示すように3通り存在する。図は $N=2000$ の場合について示しているが、他のパラメータの組合せについても、この3通り以外のパターンは見つからなかった。各図において、タイプ1（タイプ2）の労働者数は右端（左端）から測った横軸の座標値で表される。図に描かれた2つの曲線は、パラメトリックに与えた (N_1, N_2) に対し、タイプ1, 2の企業が達成する私的純便益をプロットしたものである。タイプ1の私的純便益曲線は $N_2=1500$ で屈折しているが、それはこの点で通勤パターンが変化するためである。すなわち上に示したパラメータ値のもとでは、 $N_2 \leq 1,500$ のときにケースC1となり、 $N_2 > 1,500$ のときC2となる（式(4-17)を参照のこと）。図中の矢印は、均衡に向けて調整する方向を示している。パターン1（図4-5(a)）では、あらゆる (N_1, N_2) の範囲でタイプ2の私的純便益が上回っているため、均衡においてはすべての企業が固定的始業時刻を採用する。パターン2（図4-5(b)）では、複数の均衡解が生じる。この場合、私的純便益は内点均衡においてより大きい。すなわち一部の企業でフレックスタイムを実施した方が経済厚生は大きい。しかしこのような内点解を市場メカニズムにより実現するためには、初期解が図4-5(b)の点Sよりも左側にある必要がある。た

図 4-5 均衡解のパターン

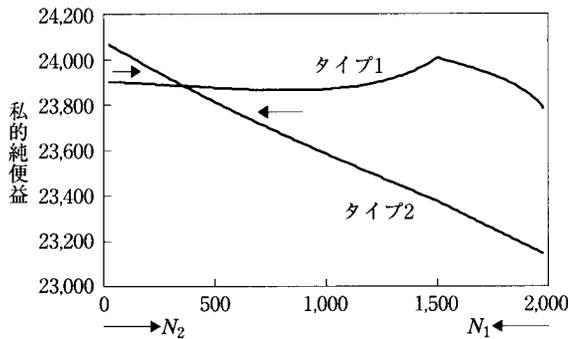
(a)パターン1



(b)パターン2



(c)パターン3



たとえば政府関係の職場で率先してフレックスタイムを実施することにより初期解を左側に移動させれば、市場の力で左の均衡解を達成できる可能性がある。パターン3は多数の労働者がフレックスタイムで通勤するパターンが唯一の均衡解となるケースである。命題4-2で示したように、均衡は図の左端では達成されない。

均衡解に対応する経済厚生水準は、私的純便益の和である社会的総余剰によって評価できる。

$$S(N_1, N_2) = N_1(Y_1 - C_1) + N_2(Y_2 - C_2) \quad (4-29)$$

ここで $N_1 = N - N_2$ より $S(N - N_2, N_2)$ と書けるので、これを N_2 で微分し $N_2 = 0$ で評価すると、次が得られる。

$$\left. \frac{dS}{dN_2} \right|_{N_2=0} = \frac{2^{-\sigma}(2^{1+\sigma} - 2 - \sigma)\{k(\bar{t}' - \bar{t}) - N\}aN^{1+\sigma}}{k(2+\sigma)} > 0$$

上の不等式より次の命題を得る。

命題4-3 すべての企業がフレックスタイムを実施するような状況 ($N_1 = N$, $N_2 = 0$) で社会的余剰が最大化されることはない。

命題4-3を考慮すると、労働者のタイプ別構成 (N_1, N_2) と社会的総余剰の関係は、図4-6に示すような3通りのパターンに分類される。具体的には

パターン R：すべての企業が固定的始業時刻制を採用した場合に社会的総余剰が最大化される、

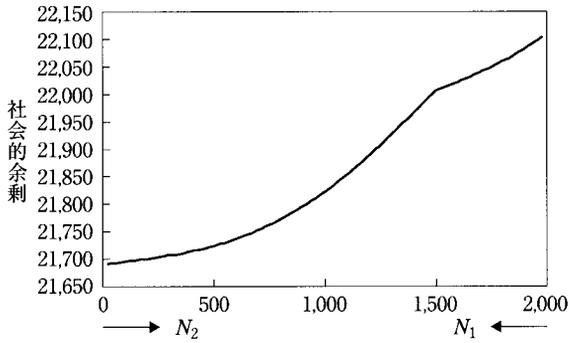
パターン M：通勤パターンの変化する点、 $N_2 = W_b(\bar{t}' - \bar{t})/2$ で社会的余剰が最大化、

パターン L： $N_2 = 0$ と $N_2 = W_b(\bar{t}' - \bar{t})/2$ の中間点で社会的余剰が最大化。

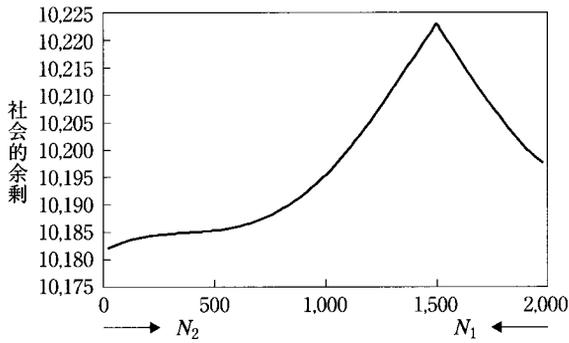
図4-7には、それぞれの均衡解のパターンが生じるパラメータの範囲を示している。図でたとえば1-Rとなっているのは、均衡解がパターン1で、社会的総余剰がパターンRになるケースを意味する。この場合、均衡においてはすべての企業が固定的始業時刻制を採用しており、このとき社会的総余剰は均衡点で最大となっている。このパターンは集積の経済効果の強さを表すパラメータ σ が大きく、通勤者数 N が小さいときに実現する。この結果は命題4-1と

図 4-6 社会的余剰のパターン

(a) パターン R



(b) パターン M



(c) パターン L

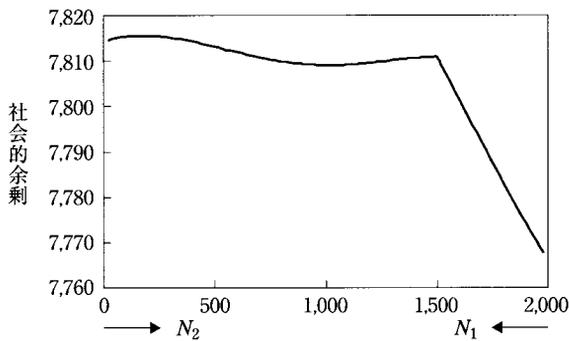
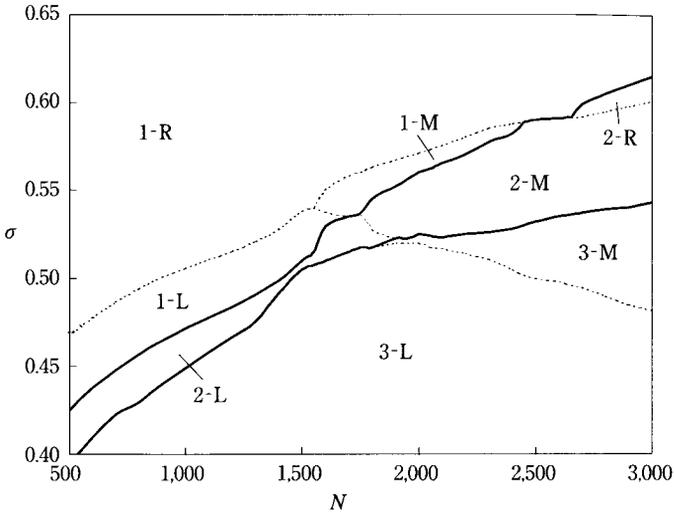


図 4-7 パラメータと均衡解および最適解のパターン



整合している。なお、 $N < W_b(\bar{t}' - \bar{t})/2$ のとき、ケース C1 の通勤パターンのみなので、均衡解のパターン 2 と社会的余剰のパターン M は存在しない¹¹⁾。

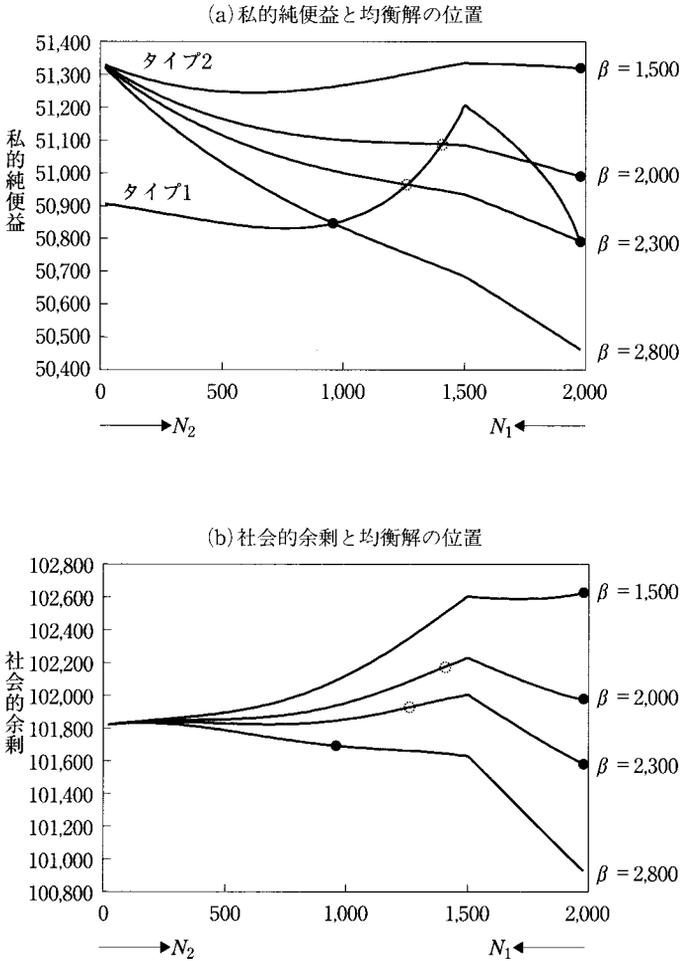
1-R 以外の領域では、社会的総余剰が最大化される点と均衡解は一致しない。多くの場合、均衡においてフレックスタイムを採用する企業の割合は（社会的総余剰が最大化されるという意味での）最適水準より小さくなっている。例外は 2-M と 3-M で、これらの領域ではフレックスタイム労働者の割合が最適水準よりも大きい。

図4-8(a)には、スケジューリング費用の大きさを表すパラメータ β が変化する場合に各タイプの私的純便益がどのように変化するかを示している。なお図における ● 印は均衡解の位置を表している。人々の時間価値の増大に伴ってスケジューリング費用は大きくなるものと考えられるので、 β を小さい値から徐々に大きくする。

初期の段階では β の値が非常に小さく、 $\beta = 1,500$ としよう。この段階では、すべての企業が固定的始業制を実施している場合に均衡が得られる。 β を大き

11) 図4-7では、 $N < 1,500$ の場合が該当する。

図 4-8 スケジューリング費用の変化による解の変化



くするとタイプ2の私的純便益曲線が時計回りに回転する。一方、タイプ1はフレックスタイムでスケジューリング費用がかからないので曲線の位置は変わらない。 β がある一定値(図ではおよそ1,700)を超えると、 $N_2=1,400$ の近傍にもう1つの均衡解が出現する(図中○で印した点)。図4-8(b)より、新たに出現した内点均衡の方が初期の均衡点より社会的総余剰の値は大きいことが

わかる。しかし初期の均衡点が右端にあるため、内点均衡は実現しない。このことは、政府が何らかの介入を行い初期均衡を左方へと誘導することにより厚生が改善されることを示唆している。パラメータ β の値がさらに大きくなり、ある閾値（図ではおよそ2300）を超えると、右端の端点から左の方の内点均衡にジャンプする。

4-5-3 混雑料金の影響

一部の企業がフレックスタイムを実施すると、そのような企業に勤める労働者は混雑を回避するよう出発時刻（始業時刻）を調整するので、交通混雑は改善される。しかし、命題4-2より、すべての企業がフレックスタイムを実施するような均衡は達成されない。さらに、タイプ2の企業に勤める労働者の通勤時間帯には待ち行列が存在する。待ち行列がもたらす厚生損失を解消するためには混雑料金を導入する必要がある。以下では、混雑料金の実施が経済厚生に及ぼす効果を調べることにする。

最適な混雑料金は、出発率をボトルネック容量 W_b に等しくなるように誘導することで、待ち行列の形成を防止する。第3章の3-3-2項で示したように、時刻 t における最適な料金 $\tau(t)$ は、次の式で計算される。

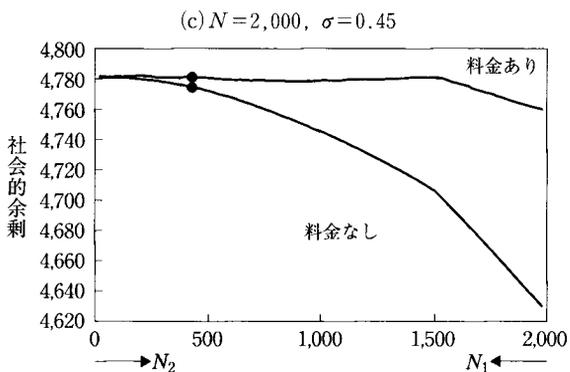
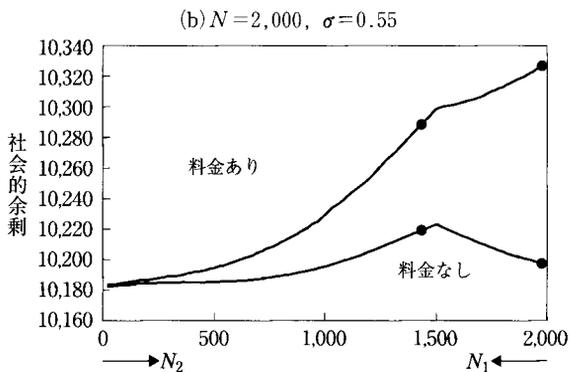
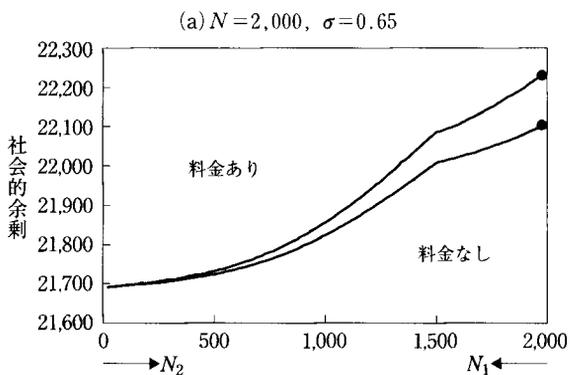
$$\tau(t) = \beta(t - t_1), \quad (t_1 \leq t \leq \hat{t}) \quad (4-30)$$

ここで、 t_1 はタイプ2の最初の通勤者が出発する時刻であり、式(4-16)より得られる。この料金システムのもとでは、料金が存在しない場合と同様、CBDへの到着率がボトルネック容量 W_b に等しくなる。料金を導入しても到着率が変わらないということは、料金が生産性に影響を与えないことを意味している。また第3章の3-3-2項で示したように、料金を導入しても均衡における個人の通勤費は変わらない。したがって、混雑料金は、両タイプの私的純便益および均衡解に影響を与えない。影響を受けるのは社会的総余剰の水準のみで、待ち行列による厚生損失の減少分に等しい額の料金収入が社会にもたらされる。総料金収入 ρ は次式で計算される。

$$\rho = \int_{t_1}^{\hat{t}} \tau(t) \cdot W_b dt = \int_{t_1}^{\hat{t}} \beta(t - t_1) W_b dt = \frac{\beta N^2}{2 W_b} \quad (4-31)$$

図4-9は、3パターンの均衡において混雑料金が社会的総余剰に与える影響

図 4-9 混雑料金の効果



を示している。各図で ρ は2つの曲線の垂直方向の距離に等しい。均衡解の位置は●印で示されている。

式(4-31)より、社会的総余剰の増加分はタイプ2の労働者数 N_2 の増加に伴って大きくなる。したがって、図4-9(a)のように、混雑料金の収入は、フレックスタイムの労働者数が小さいときに相対的に大きくなる。図4-9(b)のように複数の均衡点が存在する場合、経済厚生観点から見た解の順位は、料金が存在する場合としない場合で異なっている。混雑料金が徴収される場合、右端の均衡解（フレックスタイムを導入している企業が存在しないケース）で、内点解（フレックスタイムを導入している企業が存在するケース）よりも高い水準の経済厚生が達成される。このことは、混雑料金を徴収している場合、フレックスタイムの導入を促すような政策は不要であるということの意味する。すなわち、ある状況下では、フレックスタイムと混雑料金は代替的な政策となる。図4-9(c)の場合（フレックスタイム導入率が高いケース）、混雑料金がもたらす社会厚生の増加は微々たるものである。これは、フレックスタイムを採用する企業の割合が高い場合、混雑の水準がかなり小さくなるためである。この場合、混雑料金徴収の費用が大きいと、料金制導入は経済厚生を低下させるかもしれない。

4-6 お わ り に

本章では、交通混雑と都市の生産性とのトレードオフを考慮してフレックスタイムを採用する企業数を内生的に求めるモデルを提示した。集積の経済に対する依存度に比べて交通混雑による費用が大きい場合、企業が自発的にフレックスタイムを導入する可能性があることを示した。しかしすべての企業がフレックスタイムを導入するような状況は、均衡解として実現することはなく、また社会的にも最適ではない。ほとんどの場合、フレックスタイムの実施状況は社会的に効率的な水準よりも低い水準にとどまっている。

このモデルでは複数の均衡解が生じうる。1つの解は一部の企業がフレックスタイムを導入するが、もう1つの解では導入する企業が皆無である。前者の均衡解の方がより高い経済厚生水準を達成できるにもかかわらず、初期のフ

フレックスタイム労働者比率がある閾値以上にならない限り後者の解が持続する。このことは、官公庁でのフレックスタイム導入や実施企業に対する補助など、フレックスタイムの労働者比率を高める政策的介入の必要性を示唆している。その比率が閾値以上にさえなれば、市場メカニズムにより企業がフレックスタイムを採用する状況が均衡解として実現する。

さらにここでは混雑料金の効果も調べた。混雑料金の実施はフレックスタイムを実施する企業が少ない場合には有効である。上述の複数均衡解の場合、混雑料金の有無によって、フレックスタイムに関する政策的含意が変化する。すなわち混雑料金が実施される状況では、フレックスタイムを採用する企業が存在するような解に誘導する政策は不要である。その意味でもフレックスタイムは混雑料金が実施できない状況での次善の政策なのである。

付論4-A：時刻ごとのタイプ別労働者数

ケースC1：

図4-3(a)には、タイプ1の労働者が、 $[\bar{t}, t_1]$ と $[\hat{t}, \bar{t}']$ の時間帯に分かれて到着することが示されている。そして、到着率は式(4-19a)に与えられている。タイプ1の労働者は到着すると直ちに業務を始めるため、フレックス通勤時間帯のある時刻 t に勤務中の労働者数はその時刻までに到着した人数に等しい。これは \bar{t} から t までの出発率(=到着率)を積分することにより求められる。

$$n_1(t) = \int_{\bar{t}}^t Q(s) ds \quad (4A-1)$$

なお、タイプ2の労働者が通勤する時間帯である $[t_1, \hat{t}]$ の間は、タイプ2の通勤者のみが道路を利用するため、 $n_1(t)$ は一定である。また、コアタイム $[\bar{t}', \bar{t}'+I]$ では、 $n_1(t) = N_1$ となる。これらをまとめると、 $n_1(t)$ は次のようになる。

$$n_1(t) = \begin{cases} \frac{N_1}{\bar{t}' - \bar{t} - \frac{N_2}{W_b}} (t - \bar{t}) & (\bar{t} < t < \hat{t} - \frac{N_2}{W_b}) \\ \frac{N_1}{\bar{t}' - \bar{t} - \frac{N_2}{W_b}} \left(\hat{t} - \frac{N_2}{W_b} - t \right) & \left(\hat{t} - \frac{N_2}{W_b} < t < \hat{t} \right) \\ \frac{N_1}{\bar{t}' - \bar{t} - \frac{N_2}{W_b}} \left(t - \frac{N_2}{W_b} - \bar{t} \right) & (\hat{t} < t < \bar{t}') \\ N_1 & (\bar{t}' < t < \bar{t} + I) \\ \frac{N_1}{\bar{t}' - \bar{t} - \frac{N_2}{W_b}} \left(\bar{t}' + I - \frac{N_2}{W_b} - t \right) & \left(\bar{t} + I < t < \hat{t} + I - \frac{N_2}{W_b} \right) \\ \frac{N_1}{\bar{t}' - \bar{t} - \frac{N_2}{W_b}} (\bar{t}' - \hat{t}) & \left(\hat{t} + I - \frac{N_2}{W_b} < t < \hat{t} + I \right) \\ \frac{N_1}{\bar{t}' - \bar{t} - \frac{N_2}{W_b}} (\bar{t}' + I - t) & (\hat{t} + I < t < \bar{t}' + I) \end{cases} \quad (4A-2)$$

一方、タイプ2の労働者は $[t, \hat{t}]$ の時間帯に続々と到着するが、業務は始めずに待機して、時刻 \hat{t} に全員が一斉に業務を開始するため、 $n_2(t)$ は次のようになる。

$$n_2(t) = \begin{cases} 0 & (\bar{t} < t < \hat{t}) \\ N_2 & (\hat{t} < t < \hat{t} + I) \\ 0 & (\hat{t} + I < t < \bar{t}' + I) \end{cases} \quad (4A-3)$$

ケース C2 :

上の場合と同様の手順で次を得る。

$$n_1(t) = \begin{cases} \frac{N_1}{\bar{t}' - \bar{t}} (t - \hat{t}), & (\hat{t} \leq t \leq \bar{t}') \\ N_1, & (\bar{t}' < t \leq \bar{t} + I) \\ \frac{N_1}{\bar{t}' - \bar{t}} (\bar{t}' + I - t), & (\hat{t} + I < t \leq \bar{t}' + I) \end{cases} \quad (4A-4)$$

$$n_2(t) = \begin{cases} N_2 & (\hat{t} < t < \hat{t} + I) \\ 0 & (\hat{t} + I < t < \bar{t}' + I) \end{cases} \quad (4A-5)$$

付論4-B：式(4-27)の導出

すべての企業がタイプ2、すなわち固定的始業時刻制を導入している場合、1人当たり生産額は式(4-26a)の Y^A として与えられている。また、通勤費は式(4-14)の C^A である。したがって、タイプ2の私的純便益は、

$$Y_2 - C_2 = aN^\sigma I - \frac{\beta N}{W_b}$$

となる。このとき、ある企業がフレックスタイムを導入したとする。この企業の規模は小さいので、この行動が $n_1(t)$ と $n_2(t)$ に与える影響は無視できる。この企業の労働者は時刻 \hat{t} に働き始める必要はなく、 \hat{t} より早く（または遅く）始めてもかまわない。彼らは、タイプ2の通勤者が道路を利用している時間帯 $[\hat{t} - N/W_b, \hat{t}]$ には待ち行列が存在するので、それを避けるように出発時刻を選択する。このとき $C_1 = 0$ である。4-3節で示したように、パラメータ値に依存して2通りの出発分布（ケースC1およびC2）が存在する。出発分布の相違は通勤費用には影響を与えないが、各時刻における労働者数が変わってくるので、1日当たりの生産額には影響する。

ケースC1について、式(4A-2)と(4A-3)を(4-24a)に代入し、 $N_1 = 0$ 、 $N_2 = N$ と置くことで、次を得る。

$$Y_1 = aN^\sigma I - \frac{a(\bar{t}' - \bar{t})(\bar{t}' - \bar{t} - 2N/W_b)}{4(\bar{t}' - \bar{t} - N/W_b)} N^\sigma$$

上の結果を $(Y_1 - C_1) - (Y_2 - C_2)$ に代入することにより(4-27a)が求められる。

ケースC2については、式(4A-4)と(4A-5)を代入し、上と同様の手順により(4-27b)が得られる。

付論4-C：式(4-28)の導出

すべての企業がフレックスタイム制を導入している場合、1人当たり生産額は式(4-26b)の Y^B として与えられている。また通勤費用はゼロである。したがって、タイプ1の労働者1人当たり私的純便益は次のようになる。

$$Y_1 - C_1 = Y^B = a \cdot N^\sigma (I + \bar{t} - \bar{t}') + \frac{2a \cdot N^\sigma (\bar{t}' - \bar{t})}{(2 + \sigma)} \quad (4C-1)$$

ある企業が固定的始業時刻制に変更したとする。このとき他のすべての企業がフレックスタイム制を導入していて出発分布が分散しているので、この企業に勤める労働者も待ち行列なしで通勤でき、通勤費用はやはりゼロとなる。この企業の労働者は時刻 \hat{t} に業務を開始し、 $\hat{t} + I$ に終了する。ここで、都市内において業務中の労働者の総数は式(4-23a)と(4-23b)に与えられている。したがって、この企業の1日当たり生産額は次のように計算できる。

$$\begin{aligned} Y_2 &= \int_{\hat{t}}^{\bar{t}'} g(n(t)) adt + (\bar{t} + I - \bar{t}') g(N) a + \int_{\hat{t} + I}^{\bar{t} + I} g(n(t)) adt \\ &= a \cdot N^\sigma (I + \bar{t} - \bar{t}') + \frac{2a N^\sigma (\bar{t}' - \bar{t}) (1 - 2^{-\sigma - 1})}{(1 + \sigma)} \end{aligned} \quad (4C-2)$$

なお、最後の式は $\hat{t} = \frac{1}{2}(\bar{t} + \bar{t}')$ の仮定のもとで得られる。上の結果を $(Y_1 - C_1) - (Y_2 - C_2)$ に代入することにより、(4-28)が得られる。