（ 続紙 １ ）

京都大学	博 士（ 理 学 ）	氏名	上田　衛
論文題目	Affine super Yangians and rectangular *W*-superalgebras (アファインスーパーヤンギアンと長方形 *W*スーパー代数)		

（論文内容の要旨）

Drinfeldによって導入されたリー環ｇに付随するヤンギアンY(g)とは量子群の一つであり、リー環ｇ[t]の変型だと見なすことができる。量子群であるヤンギアンY(g)は(擬)ホップ代数の構造を持ち、特にY(g)の二つの表現のテンソル積もY(g)の表現になる。

Drinfeldはgが有限次元単純リー環の場合にY(g)を定義したが、その代数としての定義はgが(対称可可能な)Kac-Moody代数の場合に自然に拡張される。このように拡張されたヤンギアンY(g)はアフィンヤンギアンと呼ばれる。一方。アフィンヤンギアンY(g)がホップ代数の構造を持つことは非自明であり、この問題はごく最近Guay-Nakajima-Wendlandt等によって解決された。

本論文ではまず、

1) アフィンヤンギアンY(g)がホップ代数の構造を持つというGuay-Nakajima-Wendlandtの結果をgがスーパーリー環の場合に拡張した。

申請者のこの結果により、アファインスーパーヤンギアンが真に量子群と呼ばれるべき対象となったと言える。

さて、ヤンギアンはW代数と密接に関係することが知られている。実際。ｇが有限次元単純リー環の場合、A型の有限W代数がA型のヤンギアンの商代数として実現されることがRogoucy-SorbaやBrundan-Kleshcevによって知られている。この結果は,Schiffmann-Vaserotによってgがgl(1)型と呼ばれる非常に特別な場合のKac-Moody代数の場合に拡張され、Schiffmann-Vaserotはこの結果を用いてAGT予想と呼ばれる著名な予想を解決することに成功した。

これらの、Rogoucy-SorbaやBrundan-Kleshcev,Schiffmann-Vaserotの結果を一般のアフィンヤンギアンやアフィンスーパーヤンギアンに拡張することは自然な問題であるが、W代数の複雑さのためこれは非常に難しい問題であり、長い間未解決に留まっていた。

このような状況の中、本論文で申請者は、Rogoucy-SorbaやBrundan-Kleshcev、Schiffmann-Vaserotのものとは全く異なった手法を用いて、

2) W代数が長方形と呼ばれる冪零元に付随する場合に、A型のアフィンヤンギアンからW代数への全射があることを示し,A型のアフィンヤンギアンと長方形W代数の関係を付けることに初めて成功した。

申請者のこの結果により、一般化されたAGT予想の解決への道筋が大きく開いたといえる。

本論文で申請者はまた、

3) A型の長方形型のW代数に関するArakaw-Molevの結果をスーパーW代数の場合に拡張し、

4) 上記のA型のアフィン型のヤンギアンと長方形W代数の関係を(A型の)スーパーリー環の場合に拡張した。

さらに本論文で申請者は、

5) 上記のA型のリー環の場合に関する結果をD型の場合にも拡張することにも成功した。

また、参考論文では申請者は共同研究者の小寺氏と共に、

6) 元良氏によって導入されたアフィンW代数の余積構造を用いて、上記アフィン型のヤンギアンと長方形W代数の関係を付ける写像のより概念的な構成方法を与えた。

以上の結果はどれも基本的かつ重要な結果であり、今後様々な応用が期待できる。

（続紙　２　）

（論文審査の結果の要旨）

1980年代にDrinfeldによって導入されたリー環ｇに付随するヤンギアンY(g)とは量子群の一つであり、Drinfeld-Jimboによって導入された量子包絡環とともに多くの研究者によって研究が行われ、現在も活発に研究が行われている。

Drinfeldはgが有限次元単純リー環の場合にY(g)を定義したが、その代数としての定義はgが(対称可可能な)Kac-Moody代数の場合に自然に拡張され、対応するY(g)はアフィンヤンギアンと呼ばれる。アフィンヤンギアンは近年（一般化された）AGT予想との関係で注目を浴びているが、一方その基礎理論は十分に整備されているとは言い難い状況である。

ヤンギアンはW代数と密接に関係することが知られている。ｇが有限次元単純リー環の場合、A型の有限W代数がA型のヤンギアンの商代数として実現されることがRogoucy-SorbaやBrundan-Kleshcevによって知られている。この結果は,Schiffmann-Vaserotによってgがgl(1)型と呼ばれる非常に特別な場合のKac-Moody代数の場合に拡張され、彼らはこの結果を用いてAGT予想と呼ばれる著名な予想を解決することに成功した。

ここでAGT予想とは、ある種のインスタントンモジュライ空間のホモロジー空間にW代数が自然に作用すること主張する。インスタントンモジュライ空間のホモロジー空間にはアフィン型のヤンギアンが作用することを示すことは比較的容易であり、SchiffmannとVaserotはこの事実とヤンギアンとW代数の関係を用いて予想の解決を行った。

AGT予想は数学と物理の双方の、多くの研究者によって研究が行われているトピックであり、現在ではAGT予想には様々な一般化存在するが、これらの多くは未解決問題である。一般化されたAGT予想の解決の為にはSchiffmann-Vaserotが関連付けたヤンギアンとW代数の関係をgが一般の場合拡張することが必要であるが，W代数の複雑さのためこれは非常に難しい問題であり、ヤンギアンとW代数を関連付けることは長い間未解決の問題に留まっていた。

この様な状況の中、申請者はW代数が長方形と呼ばれる冪零元に付随する場合に、アフィン型のヤンギアンからW代数への全射があることを示し，アフィン型のヤンギアンとW代数の関係を付けることに初めて成功した。この結果は一般のAGT予想に向けての最初のブレークスルーを与えるものである。また、申請者は上記結果をgがA型のスーパーリー環の場合に拡張することにも成功した。gがスーパーリー環の場合にはY(g)のホップ代数としての定義すら存在しなかったため、申請者はヤンギアンの定義を行うことから始め、W代数に関してもArakawa-Molevの結果をスーパーに拡張するなど、スーパーリー環に適応できるよう様々な理論を整備しながらこれを行った。さらに申請者はアフィン型のヤンギアンとW代数との関係をD型の場合にも拡張することにも成功した。

これらの結果は重要かつ基本的であり、今後様々な応用が期待できる。

以上の結果は学術論文として一級の業績であり、既に内容の一部はAlgebras and representation theory, Publications of the Research Institute for Mathematical Sciences, Osaka Journal of Mathematicsから出版されることが決定している。

よって、本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。また、令和４年１月１４日、論文内容とそれに関係した口頭試問を行った結果合格と認めた。

要旨公表可能日：　　　　　年　　　月　　　日以降