

(続紙 1)

京都大学	博士 (理学)	氏名	日浦健
論文題目	Game-Theoretic Approach to Thermodynamics (熱力学へのゲーム論的アプローチ)		
<p>(論文内容の要旨)</p> <p>近年、生体内で作動する小さな機械を対象とする熱力学が発展している。巨視的な機械の操作限界を定式化する従来の熱力学とは異なり、ゆらぎが重要な役割を果たすので、「確率論的熱力学」と呼ばれる。また、ゆらぎ系においては情報のやりとりが定量化され、情報理論的な概念と熱力学的な概念が統合されて、情報熱力学が定式化された。このような発展を踏まえ、本論文では、熱力学の新しい方向への展開を試みている。</p> <p>鍵となっているのが、公平なゲーム (賭け) の数学的モデルであるマルティンゲールである。マルティンゲールに関する理論は、一般に、以下の二つの側面から重要である。第一に、マルティンゲールの数学的性質にもとづいて停止時刻の統計を調べることができること。第二に、個々の試行結果のランダムネスを特徴づけることができること。本論文では、これらの二つの側面を確率論的熱力学に取り入れて展開する。</p> <p>具体的に、第2章では、第一の側面を使って、マルコフジャンプ過程における一般化変位の初期通過時刻に関する基本的な限界が定式化される。確率論的熱力学ではトレードオフ関係式が精力的に調べられ、例えば、その代表例である熱力学的不確定性関係では、ゆらぎに対する変位を大きくするには、それに応じたエントロピー生成のコストが必要になる。第2章で議論されるのは、アクティビティをコストとする運動論的不確定性関係であり、初期通過時刻に対する運動論的不確定性関係を一般的に導出する。</p> <p>第3章では、可逆な決定論的力学系に対して、巨視的な緩和が生じるかどうかを初期条件に応じて議論する問題を取りあげる。具体的には、初期条件がある非平衡分布についてランダムな場合、巨視的な緩和が生じることが示される。ここでのランダムネスは計算理論的な概念であり、いくつかの定式化がされており、その中の一つがマルティンゲールにもとづくものである。</p> <p>第4章では、マルティンゲールの操作論的側面が熱力学第2法則と結びつけられる。確率論的熱力学では、第2種永久機関が存在しないことは、平衡状態を特徴づける分布の条件および外部者の操作の数学的表現によって導出される。ところで、熱力学のように、第2種永久機関が存在しないことは帰結ではなくて、それを前提とした定式化を考えるのは自然な問題である。実際、古典力学系や量子力学系において、第2種永久機関が存在しないことを要請すると、操作前の分布が平衡分布に限定されることが証明されている。この場合でも確率的な記述は前提としている。そこで、さらなる発展として、第2種永久機関が存在しないことが確率的な記述を導く理論を考える。その際、確率論の新しい定式化であるゲーム論的確率論の枠組みを踏まえる。「ゲームの公平性」と「第2種永久機関が存在しないこと」に類似性があることに着目し、ゲーム論的確率論のアイデアを確率論的熱力学の設定に適用することで、確率的記述を前提とせずに、第2種永久機関が存在しない、という条件だけから、平衡分布が導かれることが分かる。さらに、考える操作として指定されたパラメータに変化に限定された場合の定式化にも発展させている。設定にいくつかの条件が必要であり、その条件下ではあるが、「熱力学第2法則がギブス分布を導く」ということを示している。</p> <p>第5章は全体のまとめであり、今後の展望が述べられる。</p>			

(続紙 2)

(論文審査の結果の要旨)

熱力学と確率論の融合は1990年代から始められ、確率論的熱力学としてすでに確立している。その確率論的熱力学において、マルティンゲール理論が使われ始めたのは10年ほど前である。ゆらぎの定理とマルティンゲールの類似性が指摘されたことに始まり、その後、マルティンゲール理論で知られている定理を応用する形で広まってきた。第2章の結果は、それらの研究の延長上に位置するものであり、それまでの知見を一般化するなど専門的技術の高さが伺える。

本論文は、このような専門分野の発展に沿った形の問題設定にとどまらず、マルティンゲールの本質にまでさかのぼって熱力学を再定式化しようとする野心的なものである。つまり、公平なゲームを数学的に定式化することで確率論やランダムネスの理論などが発展し、応用面においても、金融工学の基礎に位置づけられているので、熱力学を確率論やランダムネスの理論と融合し、現実の応用としても新しい局面を切り拓こうとする。特に、熱力学とランダムネスの理論との融合は未成熟なままなので、それに向けた試みだと捉えることができる。

第3章の結果は、微視的状态のランダムネスと巨視的緩和則の関係を明示的に示しており、標準的な確率分布にもとづく緩和の議論から、個々の軌道にもとづく議論に展開している。近年、孤立量子系においては、このような個々の緩和についての条件が精力的に研究されているが、古典可逆力学系での研究は他に例をみない。ただし、そこでのランダムネスは確率論にもとづく定式化がなされている。

ランダムネスについては、マルティンゲールとの関係もよく理解されているので、その関係を踏まえて確率を前提とせずに、熱力学的設定から確率分布を導こうとする第4章の内容は、問題設定としても極めて独創的である。これまで誰も考えていなかった熱力学の定式化を行い、その枠組みの中で「熱力学第二法則がギブス分布を導く」という結果を導出したのは意義深い。

ただし、第3章、第4章ともに貴重な一歩ではあるものの、萌芽的な段階であるのは否めない。第3章で考察したモデルは簡単なものであり、その結果を一般化するのは困難に思える。また、第4章の結果についても限定的な設定を拡張するには非自明なアイデアが必要である。つまり、誰もがこれらの研究結果を発展させることができる状態にはない。また、実験との関係を明らかにするのはさらに遠い課題である。

しかしながら、マルティンゲールにもとづく熱力学、あるいは、ゲーム論的熱力学という新しい体系が成熟した暁には、本論文がまさにその起源となるのだから、長期間にわたる発展を見守るべきであろう。学位論文としてそのような内容が提出されたのは高く評価したい。

以上のように、本論文は、熱力学のゲーム論的定式化について重要な結果を提示している。第2章から第4章までの各章は、それぞれ出版された論文にもとづいている。出版論文ではそれぞれが切り離された問題に思えるが、本論文ではマルティンゲールを鍵として各章の有機的なつながりが分かる工夫がなされている。また、確率論的熱力学の専門家でも馴染みのない専門的な言葉については最低限の解説がされており、読みやすくなるように考えられているなど、97ページにわたって丁寧に書かれている。

よって、本論文は博士(理学)の学位論文として価値あるものと認める。また、令和4年1月14日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。

要旨公表可能日： 年 月 日以降