

数理解析研究所講究録 2217

RIMS 共同研究 (公開型)

ランダム力学系および  
多価写像力学系理論の総合的研究

京都大学数理解析研究所

2022年4月

数理解析研究所講究録は、京都大学数理解析研究所の共同利用研究集会および共同研究の記録として1964年に刊行が開始されました。当研究所が全国共同利用研究所として発足した翌年のことでしたが、以来半世紀、毎年数十巻を刊行し、2016年には第2000巻が刊行されるに至りました。第1巻から第2000巻までに収録された論文数は29,265編、総頁数は342,960頁という膨大なものであり、最先端の数学・数理科学分野の研究状況を伝えるのみならず、我が国の数学・数理科学の発展の歴史を留める文献として、他に類例を見ない論文集となっています。

講究録の内容は当研究所のウェブサイトおよび京都大学の学術情報リポジトリにおいても公開され、年間の総アクセス数は1,380,032回（2017年度）を数えるなど、多数の方にご利用いただいています。

講究録の使用言語は論文著者の判断に任されていますが、結果的に日本語が多用されていることが特徴の一つとなっています。その結果、講究録は、数学・数理科学の広い領域における最先端の専門知識に母国語でアクセスできるものとして、近年の英語化の流れの中で、重要な文献となりつつあります。

当研究所の共同利用事業に参加し講究録の論文を執筆していただいた多数の方々に対し、講究録を大きく成長させていただいたことを深く感謝いたしますとともに、これからも、当研究所の国際共同利用・共同研究拠点(\*)としての活動にご参加いただき、講究録の発展にご協力いただけますよう心よりお願い申し上げます。

\*数理解析研究所は2018年11月13日、共同利用・共同研究拠点の認定が廃止され、新しく国際共同利用・共同研究拠点に認定されました。

講究録

Kôkyûroku

RIMS Kôkyûroku was started in 1964 as the proceedings of symposia, colloquia and workshops supported by RIMS, the Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University. It was the next year of the establishment of RIMS as one of the Nationwide Cooperative Research Centers. For half a century since then, several dozen volumes have been issued each year, and the 2,000th volume was issued in 2016. The volumes of Kôkyûroku from the 1st through the 2,000th, containing enormous 29,265 articles and 342,960 pages, not only deliver the latest research activities in mathematics and mathematical sciences but also constitute valuable and incomparable collections of articles that pass down history of progress of mathematics and mathematical science in Japan.

Articles in Kôkyûroku are available on the websites of RIMS and Kyoto University Research Information Repository. They are very frequently accessed on the internet, with a total of as many as 1,380,032 accesses in 2017.

The authors choose the languages to write articles, and many are written in Japanese, which is one of the characteristics of Kôkyûroku. As a result, Kôkyûroku is regarded as a significant and important literature which allows easy access to the latest specialized knowledge in the large fields of mathematics and mathematical sciences written in native language for Japanese readers, while more and more research papers are being written in English in recent years.

We are deeply grateful to many of those who have participated in cooperative research activities of RIMS and greatly developed Kôkyûroku. We heartily ask for your continuous participation in research activities at RIMS as an International Joint Usage/Research Center(\*) and your warm support and cooperation for the fruitful development of Kôkyûroku.

\* RIMS was certified as an International Joint Usage/Research Center on Nov. 13, 2018.

*RIMS Kôkyûroku 2217*

*Integrated Research on Random Dynamical Systems  
and Multi-Valued Dynamical Systems*

*August 30 ~ September 3, 2021*

*edited by Hiroki Sumi and Kouji Yano*

*April, 2022*

*Research Institute for Mathematical Sciences*

*Kyoto University, Kyoto, Japan*

This is a report of research done at the Research Institute for Mathematical Sciences,  
an International Joint Usage/Research Center located in Kyoto University.  
The papers contained herein are in final form and will not be submitted for publication elsewhere.

## はしがき

自然科学や工学、社会科学の広い分野における複雑現象は離散時間あるいは連続時間の力学系で記述されることが多い。自然界や実社会にランダム項やノイズが多く存在するため、近年、(1)ランダム項が加わった系(ランダム力学系)(2)不定外力が加わった非自励系、(3)多価写像の力学系(写像半群、反復関数系等)の研究が盛んになってきた。これら3つの話題は互いに関連がある。(1)(2)(3)においては、雑音誘起秩序、雑音誘起カオスなど決定論的な系とは異なる興味深い現象が数多く観察されているが、そのメカニズムは明らかになっていないところが多い。また、ランダム力学系や非自励系力学系における分岐現象を、対応する多価写像力学系の分岐から解析する、という手法が有効であることがわかってきて、ランダム力学系の分岐現象のメカニズムの解明や、決定論的力学系の分岐現象と異なる現象の発見などが期待されている。さらに現在、応用系において(1)(2)(3)を用いてのモデリングやシミュレーションを行う研究例が非常に多くなってきており、理論、応用両者の連携も見られつつある。また、ランダム項を付加したニュートン法などの、ランダム力学系理論の具体的な応用も見つかりはじめ、新しい方向の研究が始まっている。さらに近年の位置依存確率によるランダム力学系理論や、マルコフ的ランダム力学系理論は新しい大きな理論体系になりつつある。

その一方で、多価写像による力学系が上記に関連しており、近年、その重要性が認識されはじめている。その中でも特に、反復関数系と言われているシステムはフラクタル幾何学の枠組みで数十年に渡って研究がなされてきている。また、力学系において自然にフラクタル図形が現れるように、ランダム力学系においてもフラクタル図形は現れ、かつ決定論的力学系においてとは異なる重要な文脈においてフラクタル図形とフラクタル幾何学が重要な意味を持つことが近年明らかになってきた。そのため、ランダム力学系理論と多価写像力学系、反復関数系の包括的な研究の重要性を感じるようになった。

本研究集会では2021年8月30日から9月3日の5日間にかけて、上記の様々な目的のもとに多くの分野から研究者が集まり、16のオンライン講演が行われ、活発な議論と有益な意見交換がなされた。

本研究集会の開催にあたっての数理解析研究所の共同利用掛をはじめとする事務スタッフの皆様の支援に心より感謝申し上げます。

ランダム力学系および多価写像力学系理論の総合的研究  
Integrated Research on Random Dynamical Systems and Multi-Valued Dynamical Systems  
RIMS 共同研究（公開型）報告集

2021 年 8 月 30 日～9 月 3 日  
研究代表者 角 大輝 (Hiroki Sumi)

目次

1.	区分線形ランダム写像に対する逆正弦法則と Darling-Kac 法則.....	1
	矢野 孝次 (Kouji Yano) 京都大学 (Kyoto U.)	
2.	A CONJECTURE TO FIND FOUR-TERM ARITHMETIC PROGRESSIONS OF PIATETSKI-SHAPIRO SEQUENCES .....	7
	齋藤 耕太 (Kota Saito) 名古屋大学 (Nagoya U.)	
3.	TILINGS OF THE PLANE ARISING FROM ITERATED FUNCTION SYSTEMS GENERATED BY THREE SIMILARITY TRANSFORMATIONS.....	14
	和田 昌昭 (Masaaki Wada) 大阪大学 (Osaka U.)	
4.	Asymptotic behaviours of pressure functionals and statistical representations of the coefficients .....	51
	田中 晴喜 (Haruyoshi Tanaka) 和歌山県立医科大学 (Wakayama Med. U.)	
5.	Furstenberg measure and Iterated Function Systems with inverses.....	62
	高橋 悠樹 (Yuki Takahashi) 埼玉大学 (Saitama U.)	
6.	NON-AUTONOMOUS CONFORMAL ITERATED FUNCTION SYSTEMS WITH OVERLAPS.....	65
	中島 由人 (Yuto Nakajima) 京都大学 (Kyoto U.)	
7.	ランダム複素力学系の平均安定性とその分岐.....	74
	渡邊 天鵬 (Takayuki Watanabe) 京都大学 (Kyoto U.)	
8.	Random Dynamical Systems of Regular Polynomial Maps on $\mathbb{C}^2$ .....	89
	角 大輝 (Hiroki Sumi) 京都大学 (Kyoto U.)	

9.	Ergodic properties of random dynamical systems via natural extensions of noise transformations .....	100
	盛田 健彦 (Takehiko Morita)      大阪大学 (Osaka U.)	
10.	Estimates of stationary densities for random maps with indifferent fixed points .....	118
	井上 友喜 (Tomoki Inoue)      愛媛大学 (Ehime U.)	
11.	区分的に凸なランダム写像の不変測度について .....	127
	井上 友喜 (Tomoki Inoue)      愛媛大学 (Ehime U.)	
	豊川 永喜 (Hisayoshi Toyokawa)      北見工業大学 (Kitami Inst. Tech.)	
12.	Mean ergodic theorem for linear operator cocycles and random invariant densities ...	137
	中村 文彦 (Fumihiko Nakamura)      北見工業大学 (Kitami Inst. Tech.)	
	豊川 永喜 (Hisayoshi Toyokawa)      北見工業大学 (Kitami Inst. Tech.)	
13.	(ランダム) カ学系における Lyapunov 非正則集合の観測可能性 .....	144
	中野 雄史 (Yushi Nakano)      東海大学 (Tokai U.)	