

切削加工システムの動特性バランス設計による  
振動安定性向上に関する研究

2022

橋本 高明

## 目次

目次 .....	i
記号の説明 .....	a
第1章 緒言 .....	1
第2章 動特性バランスの設計の現状と課題.....	5
2.1 緒論 .....	5
2.2 加工中の振動と動特性バランスとの関係.....	5
2.3 加工中の振動の解析方法.....	7
2.4 工作機械の設計・製造プロセスにおける動特性の設計の現状.....	8
2.5 動特性バランスの設計の課題.....	9
2.6 結論 .....	11
第3章 切削加工システムの動特性の異方性が振動安定性へ及ぼす影響の基礎調査.....	12
3.1 緒論 .....	12
3.2 時間応答シミュレーション.....	13
3.2.1 エンドミル加工の切削モデル.....	13
3.2.2 シミュレーションモデル.....	15
3.3 各方向の動特性と振動振幅との関係.....	16
3.3.1 シミュレーション方法.....	16
3.3.2 減衰係数を変化させたときの振動振幅.....	17
3.3.3 静剛性を変化させたときの振動振幅.....	19
3.4 静剛性のバランスの調査.....	21
3.5 理論解析の検証と実験結果.....	22
3.5.1 実験方法.....	22
3.5.2 動特性測定結果.....	23
3.5.3 切削実験結果.....	23
3.6 考察 .....	24
3.6.1 静剛性のバランスの詳細調査.....	24
3.6.2 固有振動数の変化に関する考察.....	27
3.6.3 実験データの詳細分析および考察.....	28
3.7 結論 .....	31
第4章 振動安定性を向上可能な動特性バランスの理論検討.....	32
4.1 緒論 .....	32
4.2 シミュレーションモデル.....	32
4.2.1 エンドミル加工の切削モデルおよびプロセスモデル.....	32
4.2.2 ゼロ次近似法.....	32

4.3	加工安定性を向上できる動特性バランスの導出.....	34
4.3.1	安定限界切込み深さが向上する特性方程式の係数.....	34
4.3.2	安定限界切込み深さが向上する動特性のバランス.....	35
4.4	加工安定性を向上できる動特性バランスの設計.....	39
4.4.1	N/A 条件の回避.....	39
4.4.2	コンプライアンスの低減.....	41
4.4.3	コンプライアンスのバランス.....	41
4.4.4	加工安定性を向上できる動特性バランスの設計.....	41
4.5	加工安定性を向上できる動特性バランスの検証と実験結果.....	41
4.5.1	実験方法.....	41
4.5.2	動特性測定結果.....	43
4.5.3	切削実験結果.....	44
4.6	結論.....	47
第5章	切削加工システムの動特性バランスの設計指針.....	48
5.1	緒論.....	48
5.2	動特性バランスによる振動安定性向上のメカニズムの考察.....	48
5.2.1	エンドミル加工の振動安定性および切削力係数行列のパラメータスタディ.....	49
5.2.2	切削力係数行列のダイレクト項のみを考慮したエンドミル加工の振動安定性.....	58
5.2.3	切削力係数行列のクロス項のみを考慮したエンドミル加工の振動安定性.....	60
5.2.4	動特性バランスによって振動安定性が向上するメカニズム.....	64
5.3	クロスコンプライアンスがエンドミル加工の振動安定性に及ぼす影響.....	72
5.4	加工安定性を向上できる動特性バランスの設計指針.....	77
5.5	結論.....	80
第6章	切削加工システムの動特性バランスの変更方法.....	82
6.1	緒論.....	82
6.2	動特性変更方法の基礎評価.....	83
6.2.1	実験方法.....	83
6.2.2	シミュレーション方法.....	86
6.2.3	実験およびシミュレーション結果.....	87
6.3	実験検証.....	89
6.3.1	実験方法.....	89
6.3.2	動特性測定結果.....	92
6.3.3	切削実験結果.....	94
6.4	結論.....	99
第7章	結言.....	100
謝辞	.....	103

参考文献 .....104

## 記号の説明

記号	意味	単位
<b>A</b> or <b>[A]</b>	切削力係数行列	1
<b>[A<sub>0</sub>]</b>	切削力係数行列の直流成分	1
<b>a</b>	エンドミル加工における軸方向切込み深さ，または突切り加工における切削幅	m
<b>a<sub>lim</sub></b>	安定限界切込み深さ	m
<b>a<sub>limA</sub></b>	$f_{nx} > f_{ny}$ の動特性バランスで求められる安定限界切込み深さ	m
<b>a<sub>limB</sub></b>	$f_{nx} < f_{ny}$ の動特性バランスで求められる安定限界切込み深さ	m
<b>a<sub>limx</sub>, a<sub>limy</sub></b>	<b>[A<sub>0</sub>]</b> のダイレクト項のみを考慮して求められる X 方向（エンドミル工具の送り方向に直交する工具半径方向）および Y 方向（エンドミル工具の送り方向）の安定限界切込み深さ	m
<b>a<sub>0</sub></b>	特性方程式の係数	m <sup>2</sup> /N <sup>2</sup>
<b>a<sub>1</sub></b>	特性方程式の係数	m/N
<b>C</b>	切削加工システムにおける機械システムの減衰行列	N/(m/s)
<b>c<sub>x</sub>, c<sub>y</sub></b>	X 方向および Y 方向の等価減衰	N/(m/s)
<b>D</b>	工具直径	m
<b>F<sub>pd</sub></b>	プロセスダンピングカベクトル	N
<b>F<sub>r</sub></b>	切削力の背分力成分	N
<b>F<sub>s</sub></b>	時間周期性を含む静的切削力ベクトル	N
<b>F<sub>t</sub></b>	切削力の主分力成分	N
<b>F<sub>x</sub>, F<sub>y</sub></b>	切削力の X 方向成分および Y 方向成分	N
<b>f<sub>n</sub></b>	固有振動数	Hz
<b>f<sub>nx</sub>, f<sub>ny</sub></b>	X 方向および Y 方向の固有振動数	Hz
<b>[G]</b>	切削加工システムにおける機械システムの動特性，工具－工作物間のループコンプライアンス	m/N
<b>G<sub>xx</sub>, G<sub>yy</sub></b>	X 方向および Y 方向のダイレクトコンプライアンス	m/N
<b>G<sub>xy</sub></b>	Y 方向入力－X 方向変位のクロスコンプライアンス	m/N
<b>G<sub>yx</sub></b>	X 方向入力－Y 方向変位のクロスコンプライアンス	m/N
<b>j</b>	切れ刃番号	1
<b>K</b>	切削加工システムにおける機械システムの剛性行列	N/m
<b>K<sub>t</sub></b>	主分力方向の比切削抵抗	Pa

記号	意味	単位
$k$	モード次数	1
$k_{cxx}$	X 方向変位の変動によって付加される X 方向の切削剛性	N/m
$k_{cxy}$	X 方向変位の変動によって付加される Y 方向の切削剛性	N/m
$k_{cyx}$	Y 方向変位の変動によって付加される X 方向の切削剛性	N/m
$k_{cyy}$	Y 方向変位の変動によって付加される Y 方向の切削剛性	N/m
$k_m$	波数	1
$k_r$	分力比 (主分力に対する背分力の比)	1
$k_x, k_y$	X 方向および Y 方向の等価剛性	N/m
<b>M</b>	切削加工システムにおける機械システムの質量行列	kg
$m_x, m_y$	X 方向および Y 方向の等価質量	kg
$N$	エンドミル工具の刃数	1
$n$	主軸回転速度	min <sup>-1</sup>
$R_d$	半径方向切込み深さ	m
<b>r</b>	変位ベクトル	m
$T$	切れ刃通過周期	s
$X, Y$	X 方向変位および Y 方向変位のラプラス変換	m
$X_k, Y_k$	$k$ 次の X 方向固有モードおよび Y 方向固有モード	m
$x$	X 方向の変位 (X 方向の工具-工作物間の相対変位)	m
$y$	Y 方向の変位 (Y 方向の工具-工作物間の相対変位)	m
$\alpha_{xx}$	X 方向の切取り厚さの変動成分によって生じる X 方向の切削力の変動成分を求めるための切削力係数	1
$\alpha_{xy}$	Y 方向の切取り厚さの変動成分によって生じる X 方向の切削力の変動成分を求めるための切削力係数	1
$\alpha_{yx}$	X 方向の切取り厚さの変動成分によって生じる Y 方向の切削力の変動成分を求めるための切削力係数	1
$\alpha_{yy}$	Y 方向の切取り厚さの変動成分によって生じる Y 方向の切削力の変動成分を求めるための切削力係数	1
$\alpha_{0xx}$	$\alpha_{xx}$ の直流成分	1
$\alpha_{0xy}$	$\alpha_{xy}$ の直流成分	1
$\alpha_{0yx}$	$\alpha_{yx}$ の直流成分	1
$\alpha_{0yy}$	$\alpha_{yy}$ の直流成分	1

記号	意味	単位
$\beta_x$	X方向の固有角振動数に対する自励振動の角振動数の比	1
$\beta_y$	Y方向の固有角振動数に対する自励振動の角振動数の比	1
$\gamma_1$	$[A_0]$ のクロス項のみを考慮した特性方程式より求められる $\Lambda$ の根号内の実部	1
$\gamma_2$	$[A_0]$ のクロス項のみを考慮した特性方程式より求められる $\Lambda$ の根号内の虚部	1
$\varepsilon$	位相差 (現在の刃の相対変位の位相と一刃前の相対変位の位相との差)	rad
$\varepsilon_x, \varepsilon_y$	$[A_0]$ のダイレクト項のみを考慮して求められる X方向およびY方向の位相差	rad
$\zeta_x, \zeta_y$	X方向およびY方向の減衰比	1
$\theta$	切れ刃の回転角度	rad
$\theta_j$	$j$ 番目の切れ刃の回転角度	rad
$\theta_{st}$	切れ刃の切削開始角度	rad
$\theta_{ex}$	切れ刃の切削終了角度	rad
$\Lambda$	特性方程式の解	N/m
$\Lambda_R, \Lambda_I$	特性方程式の解の実部および虚部	N/m
$\Lambda_{Rx}, \Lambda_{Ix}$	$\Lambda_x$ の実部および虚部	N/m
$\Lambda_{Ry}, \Lambda_{Iy}$	$\Lambda_y$ の実部および虚部	N/m
$\Lambda_x, \Lambda_y$	$[A_0]$ のダイレクト項のみを考慮した特性方程式の解	N/m
$\xi$	安定性向上率	1
$\sigma$	正の微小な実数	1
$\tau$	遅延時間	s
$\omega$	角振動数	rad/s
$\omega_c$	自励振動の角振動数	rad/s
$\omega_n$	固有角振動数	rad/s
$\omega_{nk}$	$k$ 次の固有角振動数	rad/s
$\omega_{nx}, \omega_{ny}$	X方向およびY方向の固有角振動数	rad/s
$\Delta F_x, \Delta F_y$	X方向およびY方向の切削力の変動成分	N
$\Delta x, \Delta y$	X方向およびY方向の切取り厚さの変動成分	m

## 第1章 緒言

金属加工および切削加工（広義の切削加工）の歴史は古く、その起源はいずれも先史時代にまで遡る。また工作機械もその端緒を古代エジプト時代の壁画に見ることができ、長い歴史をもつ。以来人類は自らの生生活動のため、そしてそれをより豊かなものにするために、さまざまな器具を金属加工や切削加工によって作り出して利用するとともに、器具を作るための器具である工作機械を発展させてきた。今日においても、工作機械を使用した金属切削加工（狭義の切削加工。以下では、切削加工とはこの狭義の切削加工を指す）は、工業製品の生産加工に広く用いられている基本的かつ有用な加工法である。

生産加工における普遍的な課題は“良いものを早く安く”生産することである。このうちの“早く”を切削加工において実現するための基本的なアプローチが高速・高能率での加工である。しかし、その背反として切削加工で生じる問題の1つに、切削加工中に発生する切削工具（以下、工具）と工作物との間の相対的な振動が挙げられる。この加工中の振動は“びびり”あるいは“びびり振動”とも呼ばれ、仕上げ面性状の悪化（図 1.1）、工具の異常損耗、機械構造の損傷などを引き起こし、生産能率を低下させる[1]。したがって加工中の振動は重要な問題であり国内外において古くから研究されている[2-3]。

加工中の振動は、その発生メカニズムによって強制振動と自励振動に大別され、さらに強制振動は力外乱型と変位外乱型の2つに、自励振動は主に再生型とモードカップリング型の2つに分類される[4-5]。

切削加工で生じる力外乱型の強制振動は、切削力の変動によって引き起こされる振動であり、切削力が変動する原因としては切削の断続性や切取り厚さの変動などが挙げられる。また変位外乱型の強制振動は、モータのコギングや液圧ポンプの脈動などに起因する変位外乱による振動である。

切削加工で生じる自励振動はそれぞれ独立したエネルギー源をもち、異なる原理によって発生する[4]。再生型の自励振動は再生びびりとも呼ばれ、再生効果によって引き起こされる。再生効果とは、前回切削時に振動のため切り残した仕上げ面の起伏が、次回に同じ

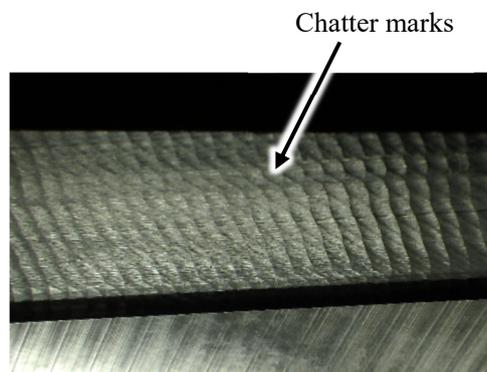
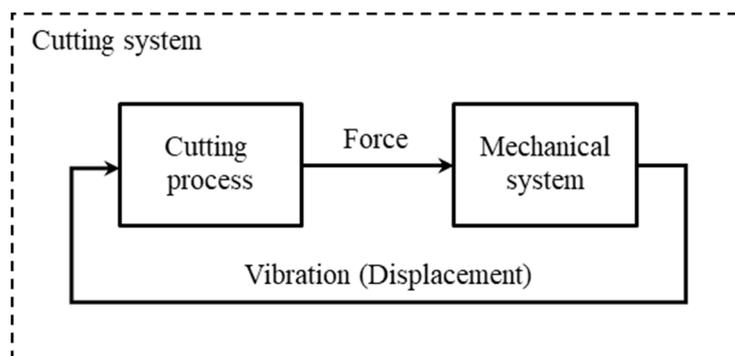


Fig.1.1 Chattered surface

位置を切削するときの切削力へ変動を与える現象であり、実用的な切削加工法のほぼすべてに存在する[5]。またモードカップリング型の自励振動は、2方向の固有モードが近い固有振動数をもつ場合にそれらが連成して自励振動を発生させる作用（以下、モードカップリング効果）に起因するもので、主に回転工具を用いる切削加工法で問題となり得る[6]。このモードカップリング型の自励振動は単にモードカップリングとも呼ばれる。なお切削加工で発生する自励振動の種類としては、再生型とモードカップリング型のほかに摩擦型の自励振動もあるが、一般に摩擦型自励振動のエネルギーは再生型やモードカップリング型と比較して小さく、実用上問題となくいため、本研究では取り扱わないこととする。摩擦型自励振動はスティックスリップ現象と同様のメカニズムによって切れ刃の進行方向に発生する自励振動である。

これら加工中の振動の発生メカニズムには、切削加工システム（切削加工系）の動特性が大きく影響する[7]。本研究において切削加工システムとは、図 1.2 に示すように、工具と工作物が相対的に振動しながら切削加工をおこなうことで工具－工作物間に切削力などの力が生じる過程である切削加工プロセスと、力が加わることで工具－工作物間に相対的な振動を生じさせる機械システム、および機械システムで発生した振動を切削加工プロセスへ戻すフィードバックループとで構成される振動系全体を指すものと定義する。また動特性とは、機械的コンプライアンスの周波数応答特性を指すものとする。よって本研究において切削加工システムの動特性とは、実質的には切削加工システムにおける機械システムの動特性を指し、工作機械や加工セットアップによって定まる機械的特性としての工具－工作物間のループコンプライアンスを意味するものと定義する。図 1.3(a)に示す工作機械を例にすれば、切削によって工具－工作物間に生じる力は、同図(b)に示すように機械内部を流れる[8]。この力の流れ上に存在する工作機械、工具、工具ホルダ、工作物、工作物固定用治具などより構成される一連の機械構造物を機械システムと呼び、機械システムによって決まる工具と工作物との相対的な動コンプライアンスを本研究では切削加工システムの動特性、あるいは機械システムの動特性と呼ぶ。そのため切削剛性[9]やプロセスダンピング[10]などの“切削による剛性や減衰の付与”は、本研究で取り扱う切削加工システムの動特性とは区別される。



**Fig.1.2** Definition of cutting system

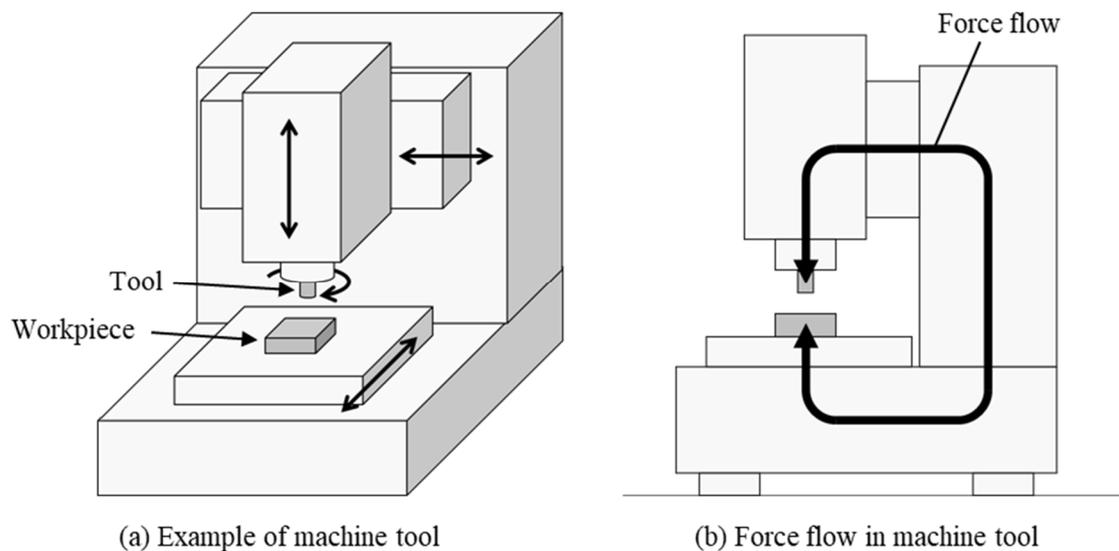


Fig.1.3 Schematics of machine tool and force flow

この切削加工システムの動特性には、工作機械や加工セットアップの構造によって異方性があることが多い。切削加工システムの動特性に異方性がある状態とは、具体的には工具-工作物間の2次元あるいは3次元のループコンプライアンスにおいて、ダイレクトコンプライアンスの主要な固有モードの大きさや固有振動数が一致しない状態を指す。またクロスコンプライアンスは通常の機械構造ではダイレクトコンプライアンスより相対的に小さく、無視できることも多いが、このクロスコンプライアンスを大きくすることも動特性へ異方性を与えることに含む。機械構造の動特性の異方性と振動現象との関係に着目した研究は、さまざまな機械構造を対象として行われており[11-12]、近年では切削加工の分野においても切削加工システムの動特性の異方性に注目したさまざまな研究が行われている[13-19]。しかし、加工中の振動を低減するために、切削加工システムの動特性は異方性をもつほうが良いのか、また異方性をもつほうが良いならばどのような“バランス”をとることが望ましいのかについての知見は断片的にしか知られていない[20-21]。

そこで本研究では、この切削加工システムの動特性のバランス（以下、動特性バランス）に着目し、切削加工において加工中の振動を低減できる動特性バランスを明らかにして、加工精度・加工能率を向上可能な動特性バランスの設計指針を提示する。また、動特性バランスによる振動安定性の向上を、実際の生産加工へ適用する方法についても提案する。切削加工法としては、2次元のエンドミル加工を対象とする。

本論文の構成は以下のとおりである。第2章では、加工中の振動の定義、加工中の振動と動特性バランスとの関係、および工作機械の設計・製造プロセスにおける動特性の設計の現状を整理し課題を考察する。第3章では、エンドミル加工システムの動特性の異方性が振動安定性へ与える影響を、時間応答シミュレーションにより調査し、切削実験でその

傾向を検証する。第4章では、エンドミル加工システムにおいて加工安定性を向上できる動特性バランスを、ゼロ次近似法にもとづいて理論的に導出する。第5章では、切削力係数行列のダイレクト項とクロス項、および機械システムのクロスコンプライアンスがエンドミル加工の振動安定性に及ぼす影響についてそれぞれ考察する。そして、切削加工システムの動特性がとるべきバランスについての設計指針を提示する。第6章では、動特性を所望のバランスへ調整する方法を提案して効果を実証する。第7章は以上をまとめた本論文の結言である。

## 第2章 動特性バランスの設計の現状と課題

### 2.1 緒論

本章では、加工中の振動の定義、加工中の振動と切削加工システムの動特性バランスとの関係、および工作機械の設計・製造プロセスにおける動特性の設計の現状について整理し、動特性バランスの設計の課題を考察する。本章の構成は以下のとおりである。2.2 節では、本研究で取り扱う加工中の振動の定義を示し、加工中の振動と動特性バランスとの関係において解明されている部分と未解明な部分について述べる。2.3 節では、動特性バランスの設計に必要な加工中の振動の解析方法について述べる。2.4 節では、工作機械の設計・製造プロセスにおける動特性の設計の現状について述べる。2.5 節では、工作機械や加工セットアップの設計段階で動特性バランスを作り込むための課題について述べる。2.6 節は本章の結論である。

### 2.2 加工中の振動と動特性バランスとの関係

はじめに、本研究で取り扱う加工中の振動の範囲と、基礎式および基礎モデルを示す。切削加工で発生する加工中の振動は、その発生メカニズムによって強制振動と自励振動に大別され、さらに強制振動は力外乱型と変位外乱型の2つに、自励振動は主に再生型とモードカップリング型の2つに分類される[4-5]。このうち変位外乱型の強制振動については、使用する工作機械の仕様や調整状態、あるいは設置環境などに起因する個別の問題であるため、本研究では取り扱わないこととする。つまり本研究では、力外乱型の強制振動、再生型の自励振動、およびモードカップリング型の自励振動を取り扱う。以下では強制振動とは力外乱型の強制振動を指すものとする。加工中の振動は、数学的には、次式に示す時間依存係数をもつ遅延微分方程式として記述される[22]。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{r}(t) = \mathbf{F}_s(t) + K_t a \mathbf{A}(t)[\mathbf{r}(t) - \mathbf{r}(t - \tau)] + \mathbf{F}_{pd}(t, \dot{\mathbf{r}}(t)) \quad (2.1)$$

ここで、式(2.1)左辺の  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{K}$  はそれぞれ切削加工システムにおける機械システムの質量、減衰、剛性行列、 $\mathbf{r}(t)$  は直交座標系における変位ベクトルをあらわす。また右辺第1項の  $\mathbf{F}_s(t)$  は時間周期性を含む静的切削力、第2項は再生効果に関連する動的切削力であり  $K_t$  は主分力方向の比切削抵抗、 $a$  は切削幅または切込み深さ、 $\mathbf{A}(t)$  は切削力係数行列[6]、 $\tau$  は遅延時間、第3項の  $\mathbf{F}_{pd}(t)$  はプロセスダンピング力をあらわす。式(2.1)において強制振動は  $\mathbf{F}_s(t)$  によって考慮され、再生型の自励振動は右辺第2項によって考慮される。またモードカップリング型の自励振動は左辺の  $\mathbf{C}$  や  $\mathbf{K}$  の非対角項(クロス項)が非ゼロであること、および右辺第2項の  $\mathbf{A}(t)$  のクロス項によって考慮される。式(2.1)ではそのほかに、切削の断続性が非常に強い場合に顕在化する係数励振の作用や、主に低切削速度時において切れ刃のすくい面と工作物が接触・衝突して運動エネルギーが消散することにより自励

振動の成長が抑制されるプロセスダンピング効果も考慮されているが、選択する切削加工法やその加工条件によっては係数励振の作用の影響やプロセスダンピング効果は小さくなり無視できることも多い。式(2.1)で記述される切削加工システムは、図 2.1 のように複数のフィードバックループをもつブロック線図であらわされる。動特性バランスは、式(2.1)、および図 2.1 であらわされる切削加工システムモデルにもとづいて設計する。

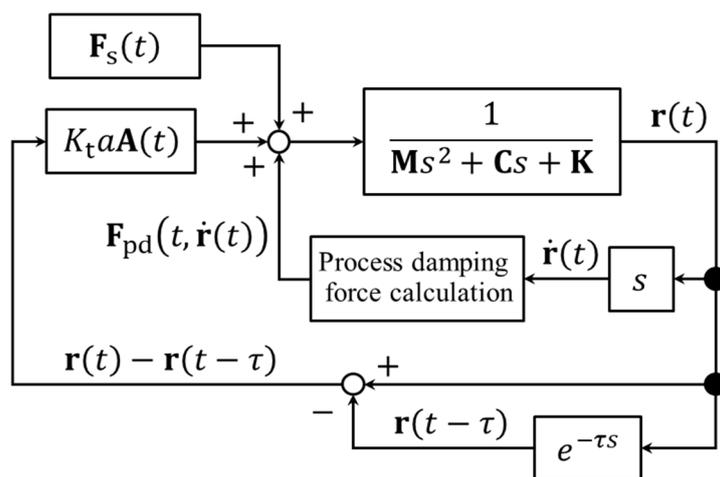


Fig.2.1 Block diagram of cutting system represented by Eq. (2.1)

続いて、加工中の振動と動特性バランスとの関係について述べる。“加工中の振動を低減するために切削加工システムの動特性がとるべきバランス”についての従来の知見を表 2.1 に示す。強制振動、再生型自励振動、およびモードカップリング型自励振動の 3 種類の振動を低減するために、ダイレクトコンプライアンスは等方性と異方性のいずれが望ましいか、およびクロスコンプライアンスはどのように影響するかをそれぞれ示している。

まず、ダイレクトコンプライアンスの等方性と異方性について述べる。強制振動の低減には一般的にダイレクトコンプライアンスは等方性が望ましいといえる。コンプライアンスの大きさに異方性があれば、それぞれの位置の仕上げ面性状に差が生じ、また固有振動数に異方性があれば、共振を回避可能な回転速度の選択が困難となるためである。一方でモードカップリング型の自励振動の影響を回避するには、固有振動数に異方性を与えて 2 方向の固有モード間の連成を阻害することが効果的であり[23]、実験でも証明されている[24]。ただし、固有振動数に異方性を与える上で、大小関係をどうすべきかについての指針は示されていない。このように強制振動とモードカップリング型の自励振動に関しては、相反するものの、それぞれの低減のためにダイレクトコンプライアンスは等方性と異方性のいずれとすべきかについての知見が得られている。これに対し、再生型自励振動について、あるいは再生型とモードカップリング型の 2 つの自励振動が同時に発生する場合について、ダイレクトコンプライアンスは等方性と異方性のいずれが望ましいかは明らかにされていない。

例えば Honeycutt と Schmitz[25]は 2 次元エンドミル加工の振動安定性について、動特性が等方性である場合と弱い異方性（送りに直交する工具半径方向の固有振動数を送り方向より 10%小さくする）の場合とを比較し、異方性を与えることで振動挙動がより複雑になることを示したが、振動安定性が向上するか否かについては考察していない。

次に、クロスコンプライアンスの影響について述べる。加工プロセスが 2 次元切削に近似される突切り加工やボーリング加工の再生型自励振動の安定性は、主に背分力方向のダイレクトコンプライアンスと切削力の背分力方向成分（つまり背分力方向の 1 次元）で定式化されるが、クロスコンプライアンスが大きい場合には切削力の主分力方向成分によって背分力方向へ生じる振動変位が加工安定性へ及ぼす影響を無視できなくなる。そのため、このような場合ではクロスコンプライアンスも考慮することによって安定限界の解析精度を向上できる[13-14]。そしてこの考え方にもとづいてクロスコンプライアンスを適切に設計することで、背分力方向のダイレクトコンプライアンスに起因する再生型自励振動を抑制できる[17]。また、強制振動も同様に低減できる[17]。しかし、モードカップリング型の自励振動や、加工プロセスが 2 方向以上の相対振動が振動安定性へ影響するエンドミル加工などの切削加工法である場合に関しては、強制振動および再生型自励振動を低減するためにクロスコンプライアンスがどうあるべきかについては明らかにされていない。

以上のように、エンドミル加工では、加工中の振動を低減するために切削加工システムの動特性がとるべきバランスは明らかにされていない。

**Table 2.1** Conventional knowledge about specifications of dynamics balance

Type of vibration		Should direct compliance be isotropic or anisotropic?	Effect of cross compliance
Forced vibration		Isotropic	Vibration can be suppressed by proper design (in orthogonal cutting) [17]
Self-excited vibration	Regenerative chatter	Not clarified	Vibration can be suppressed by proper design (in orthogonal cutting) [17]
	Mode coupling	Anisotropic [23-24]	Not clarified

### 2.3 加工中の振動の解析方法

加工中の振動を低減できる動特性バランスを明らかにしていくためには、式(2.1)の遅延微分方程式を解いて、加工中の発生する強制振動の大きさや自励振動の安定限界を求める必要がある。その解析手法は、大きく周波数領域法と時間領域法の 2 つに分類される。2 次元

切削の加工システムで発生する再生型自励振動の安定性を周波数領域で求める解析理論は1960年代に確立された[4, 26-27]。1990年代にはエンドミル加工の振動安定性を周波数領域で求めるための代表的な解析手法である“ゼロ次近似法”が開発されている[28-29]。これらの周波数領域法は解析解を求める演算手法であり、高速演算が可能である。周波数領域法には、これらの理論解析手法のほかに、多周波数法[30-31]などの数値解析手法がある。ゼロ次近似法では考慮できない係数励振作用に起因する安定ローブの追加も、多周波数法では求めることができる[32]。また時間領域法についても初期値時間領域法[33-34]や半離散化法[35-36]など数多くの解析法が提案されている。近年ではコンピュータの処理能力の向上にともない、周波数領域法より計算量の多い時間領域法も利用しやすくなっており、MATLAB® / Simulink®などの数値解析ソフトウェアを利用できれば時間応答シミュレーションの構築も容易となっている。

#### 2.4 工作機械の設計・製造プロセスにおける動特性の設計の現状

図 2.2 に、工作機械の設計・製造プロセスの現状を示す。工作機械では、工具と工作物との相対位置関係を高精度に保証する必要がある。そのため、外力や熱負荷に対する変形量や、コラムやテーブル、主軸頭の移動にともなう変形量を小さく抑えること、すなわち剛性設計が基本的な設計要件となる。また同時に位置決め精度や真直度などの運動精度も必要であり、この剛性と運動精度が工作機械の主な設計要件となっている。これらに工作機械の設置面積、加工可能な工作物の最大サイズ、各社の保有技術、製造コストなどのさまざまな制約条件を勘案して工作機械は設計される。工作機械の設計の良否判断は、かつては製作した試作機での性能評価試験によっていたが、近年ではコンピュータの処理能力の向上や CAD と CAE の機能統合などにより、試作前の机上評価が可能となってきている。ただし剛性設計の机上評価の現状としては、静剛性や熱変形などの静的な変形特性を評価するに留まっており、動的な変形特性の良否判断はおこなわれていない。つまり工作機械の設計要件には動特性は含まれていない。またそのため、動特性は検査項目にも含まれていない。しかし出荷前に実施する加工試験において加工中の振動が顕著に発生し、顧客から提示されたサンプル工作物を顧客の要求する精度で加工できないという事態が生じることにより、動特性の不足が明らかとなる場合がある。このとき、生産技術者の知見・経験や、2.3 節で述べた加工中の振動の解析結果にもとづいて加工条件や治具などの変更が試みられ、それでも要求精度を満足できなければ、工作機械本体の設計見直しという大きな手戻りにつながるリスクがある。

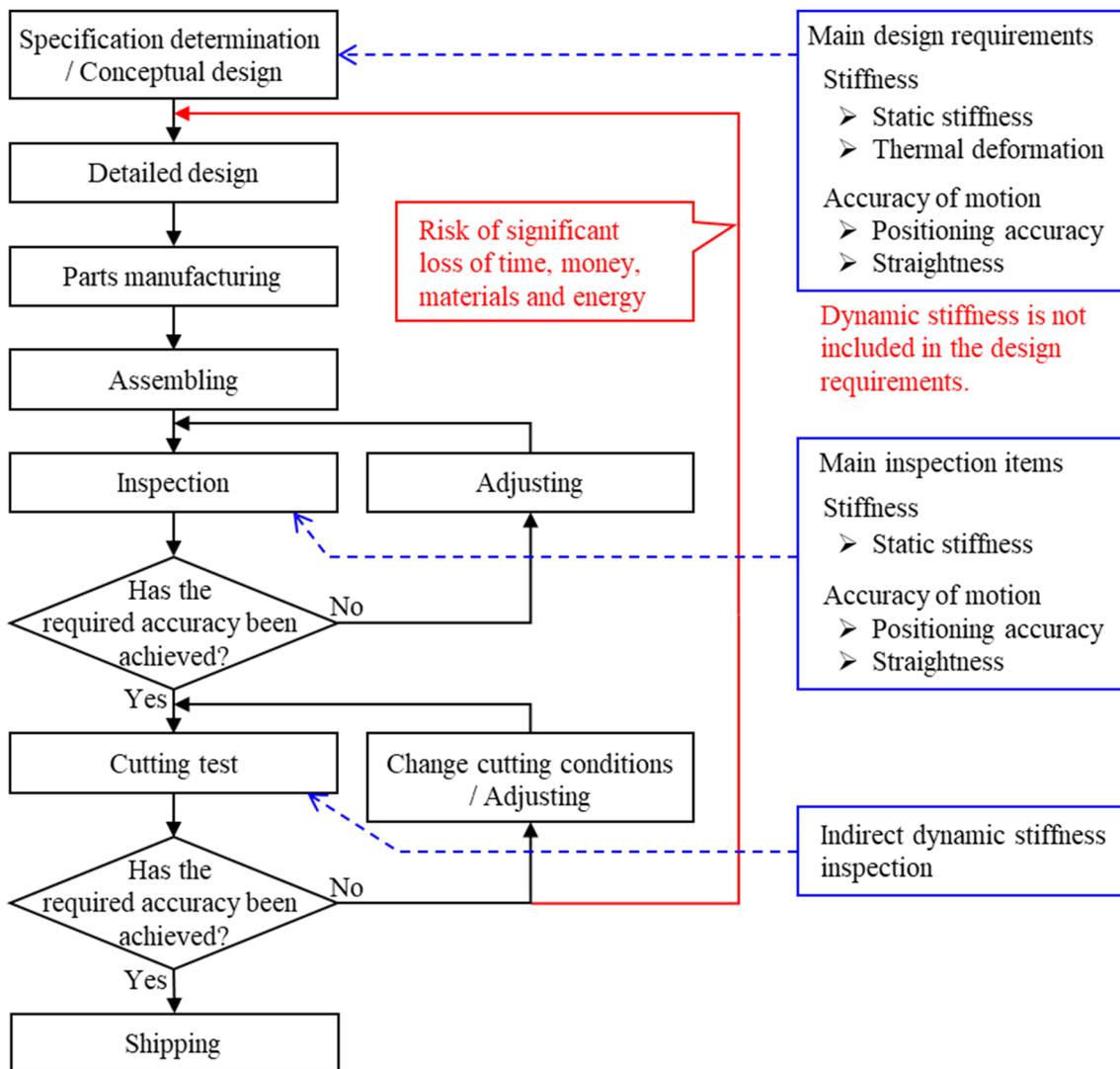


Fig.2.2 Overview of the conventional design and manufacturing process of machine tools

## 2.5 動特性バランスの設計の課題

図 2.3 に、加工中の振動による損失を低減する観点での理想的な工作機械の設計・製造プロセスを示す。工作機械の設計要件へ動特性も含めることにより、設計段階において動特性バランスを作り込む。そして製作・組立後には動特性が設計どおりのバランスとなっているかを検査して、基準を満たしていなければ動特性バランスを調整する。任意の工作物についての加工セットアップも同様であり、動特性バランスも考慮して設計し、実物の動特性バランスが基準を満たしていなければ調整する。

設計要件へ動特性を追加するには、動特性バランスの設計指針が必要となる。この設計指針を示すためには、加工中の振動を低減するために動特性がとるべきバランスの解明が課題となる。

また、工作機械や加工セットアップができ上がったあとで動特性バランスを調整する手段も必要となる。そのためには特定の方法へのみ動特性を変化させる方法が求められる。

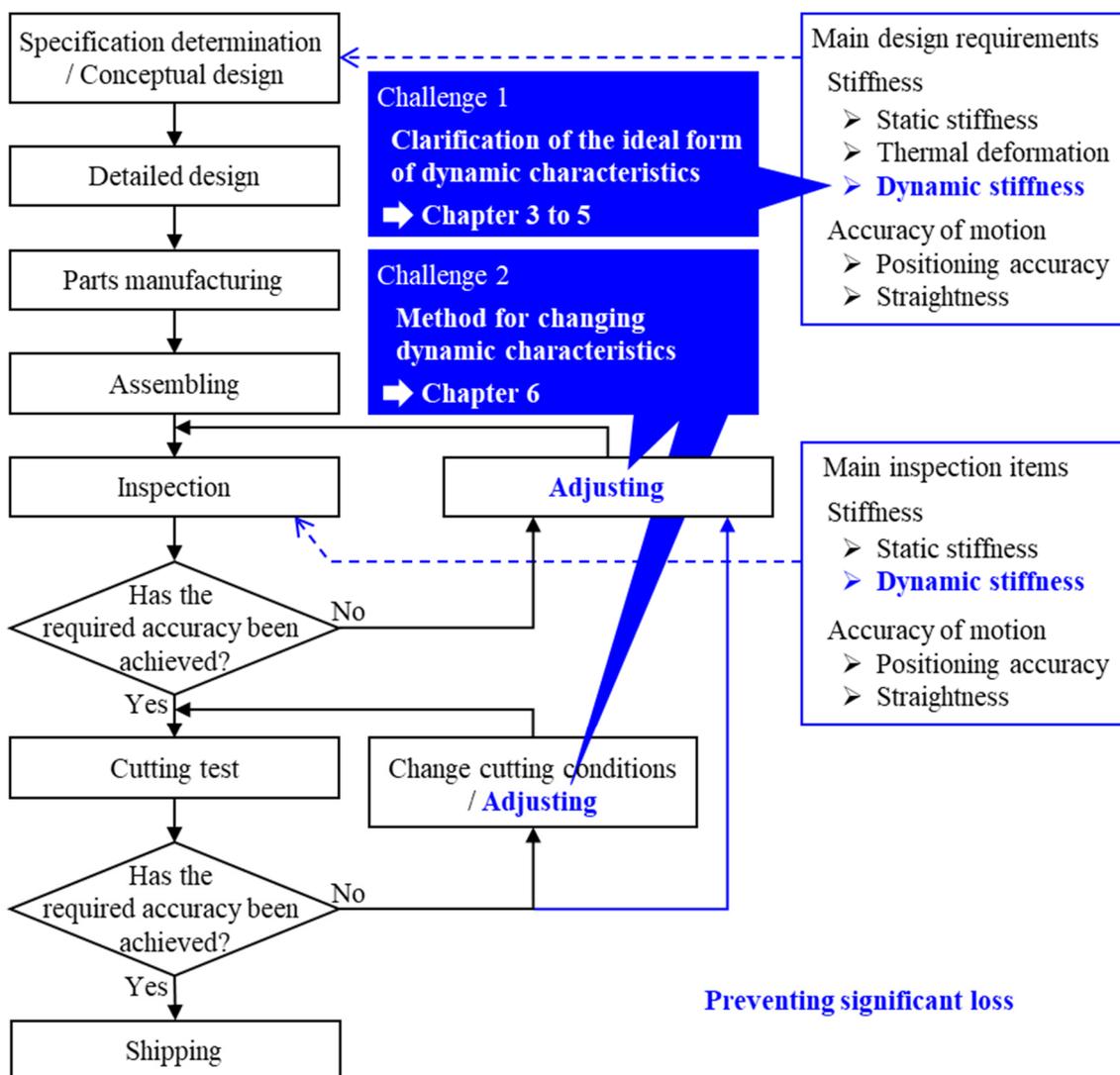


Fig.2.3 Ideal design and manufacturing process of machine tools

## 2.6 結論

本章では、加工中の振動の定義、加工中の振動と切削加工システムの動特性バランスとの関係、および工作機械の設計・製造プロセスにおける動特性の設計の現状について整理し、動特性バランスの設計の課題について考察した。以下に本章で得られた結論を示す。

- 1) 切削加工システムの動特性のバランスが振動安定性へ影響を及ぼすメカニズムについては、切削加工システムモデルが 1 次元で定式化される突切り加工などの切削加工法では研究例があるが、2 次元以上で定式化されるエンドミル加工などでは明らかにされていない。特に、ダイレクトコンプライアンスのバランスが再生型自励振動へ与える影響や、クロスコンプライアンスがモードカップリング型自励振動へ与える影響についての知見が得られていない。
- 2) 従来の工作機械設計では、静剛性や熱変形などの静的な変形特性が評価指標となっており、動的な振動特性にもとづく良否判断はおこなわれていない。
- 3) 工作機械の設計段階において動特性を作り込むためには動特性バランスの設計指針が必要であり、それを示すには加工中の振動を低減するために動特性がとるべきバランスの解明が課題となる。
- 4) 加工中の振動を低減するために動特性がとるべきバランスを実用していく上では、動特性バランスが基準を満たさない場合の調整手段が必要であり、特定の方向へのみ動特性を変化させる方法が求められる。

## 第3章 切削加工システムの動特性の異方性が振動安定性へ及ぼす影響の基礎調査

### 3.1 緒論

切削加工中に発生する工具－工作物間の相対的な振動の回避抑制は、工作機械を使用した切削加工における重要な課題の 1 つであり、その発生メカニズムには切削加工システムの動特性が深く関わっている。この切削加工システムの動特性には、工作機械や加工セットアップの構造によって異方性があることが多く、むしろ完全に等方的な動特性は現実的には皆無と考えられる。近年では切削加工システムの動特性の異方性に注目したさまざまな研究が行われている[13-19]。この中では例えば、固定工具の動特性のクロス項を大きくすることにより、ダイレクト項の応答振動をクロス項の応答振動で相殺して振動を低減する方法[13-14]、回転工具の剛性が異方性をもつ場合の振動安定性を、回転座標系で定式化した伝達関数にもとづいて解析する方法[15]などが提案されている。

しかし 2.2 節で述べたとおり、2 方向以上の相対振動が振動安定性へ影響するエンドミル加工などの切削加工法について、加工中の振動低減のために切削加工システムの動特性が 3 次元的にとるべきバランスは明らかにされていない。そこで本章では、切削加工において加工中の振動を低減できる適切な動特性バランスの解明と、それによる加工精度、加工能率の向上に向けた第一段階として、2 次元のエンドミル加工を対象とし、切削加工システムの動特性の異方性が振動安定性へ与える影響を調査する。

本章の構成は以下のとおりである。3.2 節では、切削加工中に発生する工具－工作物間の相対振動を解析するための、2 次元エンドミル加工の時間応答シミュレーションモデルを構築する。3.3 節では、構築した時間応答シミュレーションを用いて、動特性の異方性が加工中の振動振幅へ与える影響を調査する。3.4 節では、動特性の中でも静剛性のバランスに着目し、送り方向と送りに直交する工具半径方向における静剛性のバランスが振動振幅へ与える影響について調査する。3.5 節では、切削実験により、静剛性のバランスが振動振幅へ与える影響についての仮説の妥当性を検証する。3.6 節では、静剛性のバランスが振動振幅へ与える影響についてそのメカニズムを考察する。3.7 節は以上をまとめた本章の結論である。

### 3.2 時間応答シミュレーション

本節では、切削加工中に発生する工具－工作物間の相対振動を解析するための、時間応答シミュレーションの構築について述べる。切削モデルには、切れ刃通過周期ごとの切削およびその断続性による強制振動と、再生効果およびモードカップリング効果による自励振動を同時に考慮可能なエンドミルの側面加工を想定する。

#### 3.2.1 エンドミル加工の切削モデル

エンドミル加工の切削モデルを図 3.1 に示す。エンドミル加工は多次元の加工であり、本研究では送り方向を Y 方向、送りに直交する工具半径方向（以下、半径方向）を X 方向として 2 次元の振動モードを考慮する。また工具回転方向は反時計回りとする。図 3.1 中において  $k_x, k_y$  はエンドミル加工システムにおける機械システムの X 方向および Y 方向の静剛性（等価剛性）を、 $c_x, c_y$  は同じく機械システムの X 方向および Y 方向の減衰係数（等価減衰）をあらわし、 $F_t, F_r$  は切削中に工具－工作物の接触面に生じる切削力の主分力および背分力をあらわす。また  $j$  番目の切れ刃が工作物と接触しているときに、工具－工作物の接触面と工具の回転中心を結ぶ直線と X 軸がなす角度を  $\theta_j$  とする。X 軸の正方向が  $\theta_j = 0$  となる。なお、一般に 2 次元エンドミル加工モデルは、図 3.1(b) に示すように送り方向を X 方向、半径方向を Y 方向、工具回転方向を時計回りとし、Y 軸の正方向を  $\theta_j = 0$  としてあらわされる[37]。すなわち、特殊な左手座標系で定義される。このように定義することで、アップカット/ダウンカットの切削力計算に都合がよく、かつ実際にエンドミル加工

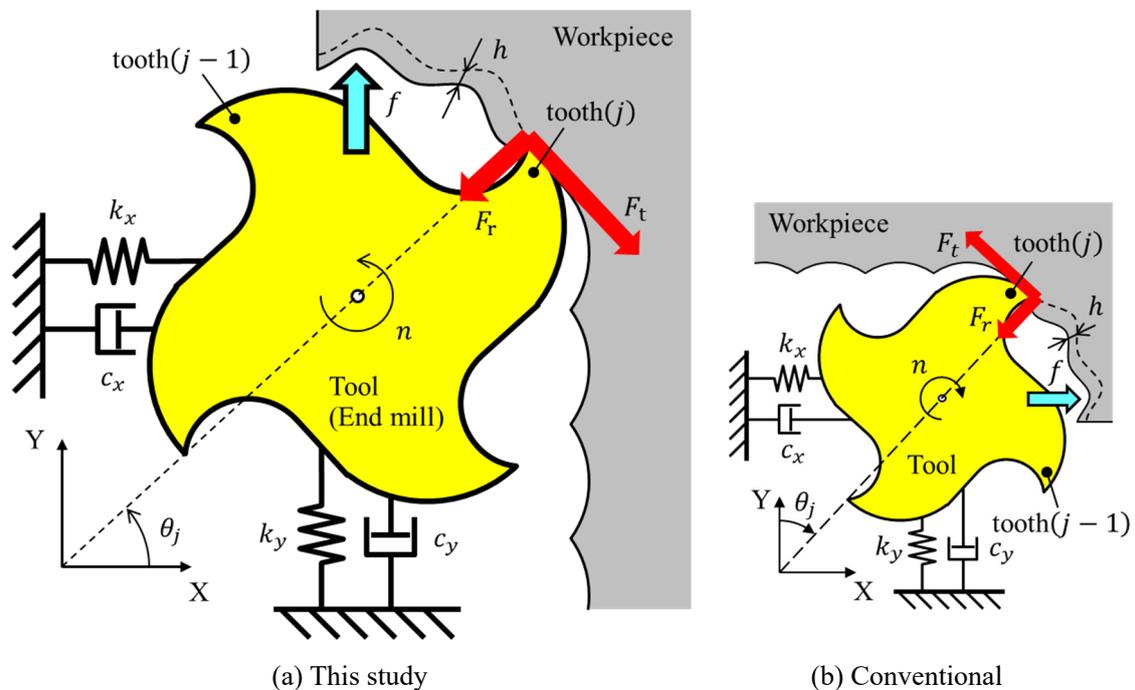


Fig.3.1 Schematics of cutting model for end milling

を目視観察する状況と一致させられるという利点がある。しかし3次元の物理的振動・空間運動を考える場合に標準的に用いられる右手座標系とは一致していないことより、例えばエンドミル加工の振動安定性解析と工作機械の3次元FEMモデルとの統合を想定すると、統合後の解析モデルには左手座標系と右手座標系が混在することになるため解析条件の設定ミスや解析結果の誤解が懸念される。このような観点より本研究では2次元エンドミル加工の切削モデルを右手座標系で定義する。

切削中に生じる切削力のX方向成分およびY方向成分を  $F_x$ ,  $F_y$  であらわし、X方向およびY方向の工具－工作物間の相対変位を  $x$ ,  $y$  であらわすと、次の関係が成り立つ。

$$m_x \ddot{x}(t) + c_x \dot{x}(t) + k_x x(t) = F_x(t) \quad (3.1)$$

$$m_y \ddot{y}(t) + c_y \dot{y}(t) + k_y y(t) = F_y(t) \quad (3.2)$$

ここで  $m_x$ ,  $m_y$  は機械システムのX方向およびY方向の等価質量である。

また、X方向およびY方向の切り取り厚さの変動成分  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  は、現在の工具－工作物間の相対変位と一刃前の工具－工作物間の相対変位の差によって決まり、次式によってあらわされる。

$$\Delta x(t) = x(t) - x(t - T) \quad (3.3)$$

$$\Delta y(t) = y(t) - y(t - T) \quad (3.4)$$

ここで  $T$  は  $j - 1$  番目の切れ刃が通過してから  $j$  番目の切れ刃が通過するまでの時間、いわゆる切れ刃通過周期であり、次式であらわされる。

$$T = \frac{60}{nN} \quad (3.5)$$

ただし  $n$  は主軸回転速度、 $N$  は工具の刃数をあらわす。

このとき、X方向およびY方向の切削力の変動成分  $\Delta F_x$ ,  $\Delta F_y$  と、 $\Delta x$ ,  $\Delta y$  との関係は、以下のように導かれる。

$$\begin{bmatrix} \Delta F_x(t) \\ \Delta F_y(t) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} a K_t [A(t)] \begin{bmatrix} \Delta x(t) \\ \Delta y(t) \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned}
[A(t)] &= \begin{bmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} \end{bmatrix} \\
\alpha_{xx} &= \sum_{j=0}^{N-1} [\sin 2\theta_j - k_r(1 + \cos 2\theta_j)] g(\theta_j) \\
\alpha_{xy} &= \sum_{j=0}^{N-1} [(1 - \cos 2\theta_j) - k_r \sin 2\theta_j] g(\theta_j) \\
\alpha_{yx} &= \sum_{j=0}^{N-1} -[(1 + \cos 2\theta_j) + k_r \sin 2\theta_j] g(\theta_j) \\
\alpha_{yy} &= \sum_{j=0}^{N-1} -[\sin 2\theta_j + k_r(1 - \cos 2\theta_j)] g(\theta_j)
\end{aligned} \tag{3.7}$$

ただし、 $g(\theta_j)$  は  $j$  番目の切れ刃が切削に関与するか否かを区別するステップ関数であり、切削中は 1、空転中は 0 となる。また、 $a$  は軸方向切込み深さ、 $K_t$  は主分力方向の比切削抵抗、 $[A(t)]$  は切削力係数行列[6]、 $k_r$  は主分力に対する背分力の比（以下、分力比）をあらわす。本研究ではエッジフォースは無視できるものとし、また本章では刃のねじれ角は  $0^\circ$  であるものとする。

### 3.2.2 シミュレーションモデル

3.2.1 項の切削モデルにもとづいて作成したエンドミル加工システムのシミュレーションモデルのブロック線図を図 3.2 に示す。図 3.2 中の  $[G(s)]$  は次式であらわされる機械システムの動特性、すなわち工具－工作物間のループコンプライアンスである。

$$[G(s)] = \begin{bmatrix} G_{xx}(s) & G_{xy}(s) \\ G_{yx}(s) & G_{yy}(s) \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

ただし、一般的な機械構造ではクロスコンプライアンス  $G_{yx}(s)$ 、 $G_{xy}(s)$  はダイレクトコンプライアンス  $G_{xx}(s)$ 、 $G_{yy}(s)$  に対して小さいことより、本章ではクロスコンプライアンス  $G_{yx}(s)$ 、 $G_{xy}(s)$  は無視できるものと仮定する。よって実際に時間応答シミュレーションへ与える  $[G(s)]$  は次式となる。

$$\begin{aligned}
[G(s)] &= \begin{bmatrix} G_{xx}(s) & 0 \\ 0 & G_{yy}(s) \end{bmatrix} \\
G_{xx}(s) &= \frac{1}{m_x s^2 + c_x s + k_x} \\
G_{yy}(s) &= \frac{1}{m_y s^2 + c_y s + k_y}
\end{aligned} \tag{3.9}$$

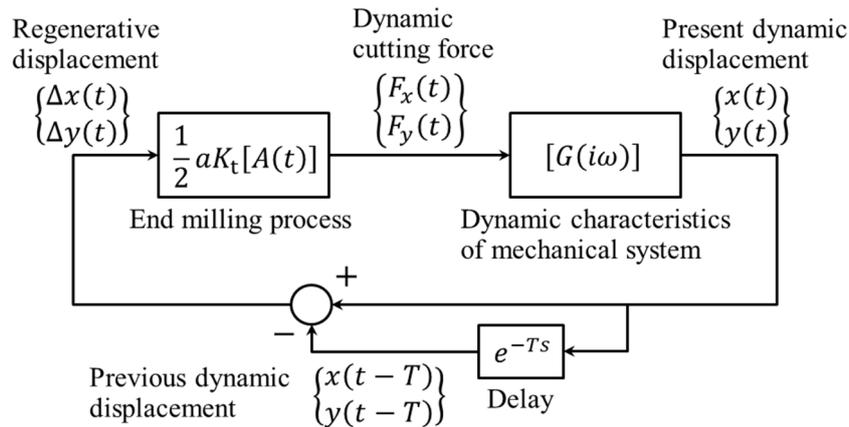


Fig.3.2 Block diagram of end milling system for stability analysis

### 3.3 各方向の動特性と振動振幅との関係

本節では、機械システムの動特性の異方性が加工中の振動振幅へ与える影響を調査する。具体的には、3.2節の時間応答シミュレーションにより、X方向またはY方向のいずれかの減衰係数または静剛性を変化させて振動振幅を求め比較評価する。以下では、まずシミュレーション方法を説明し、続いて調査結果を示す。

#### 3.3.1 シミュレーション方法

本節のシミュレーションに用いた動特性パラメータの基準値を表3.1に、想定した加工条件を表3.2に示す。

シミュレーションは以下の手順でおこなう。まず、ある動特性条件  $m_x, m_y, c_x, c_y, k_x, k_y$  を設定する。続いて表3.2の条件で時間応答シミュレーションを実行して、振動振幅を求める。その結果を、後述するカラーマップであらわし、同じく後述する不安定条件数を算出する。以上の手順を1セットとし、以後動特性条件を変化させて繰り返す。

Table 3.1 Reference values of modal parameters

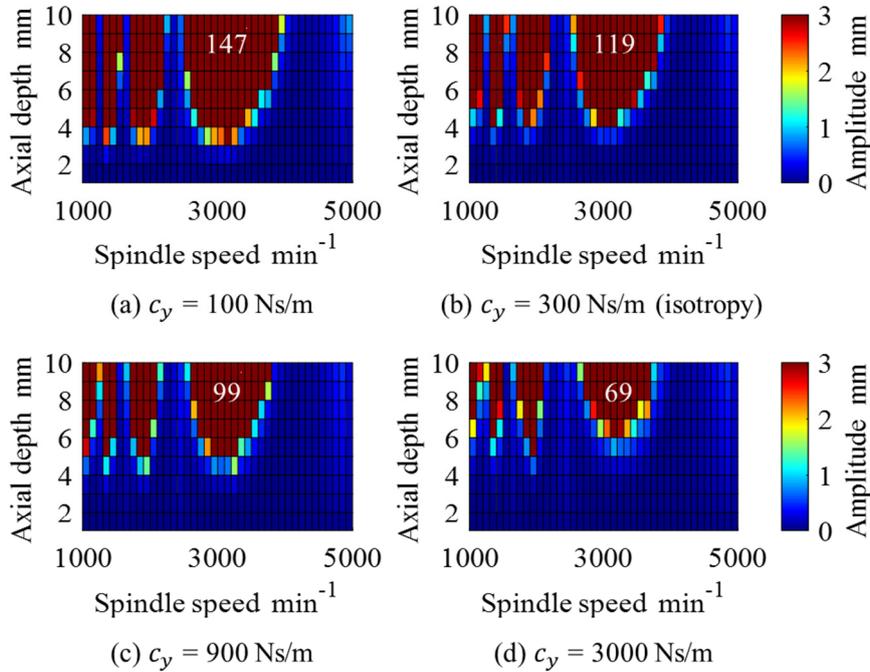
Direction	X	Y
Mass kg	10	10
Damping Ns/m	300	300
Stiffness N/μm	10	10

**Table 3.2** Cutting model parameters

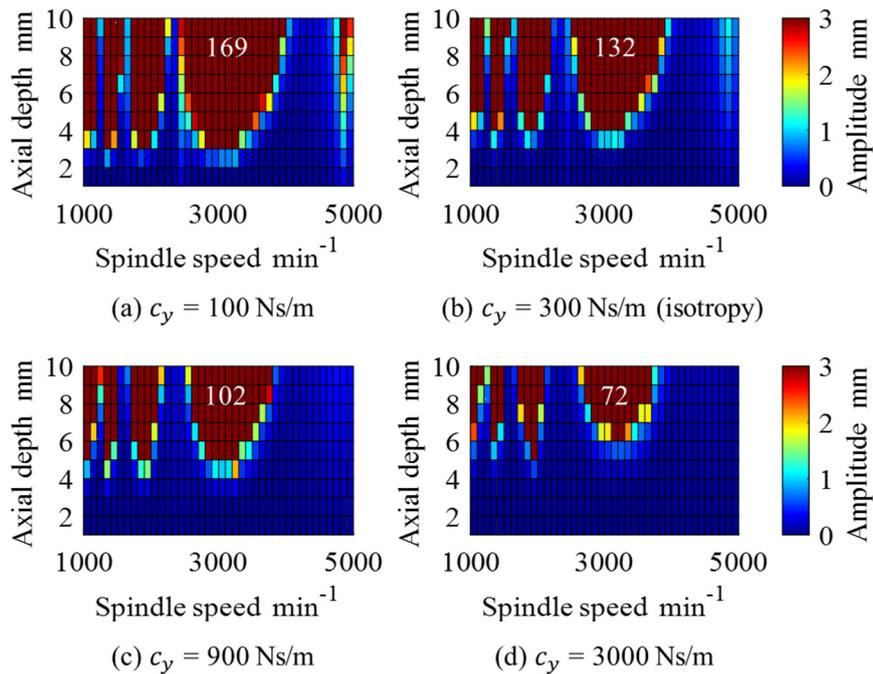
Immersion angle rad	$0 - \pi/3$ (Up-cut)
Number of teeth	2
Feed per tooth mm/tooth	0.05
Axial depth of cut mm	1 – 10 (Step : 1)
Spindle speed $\text{min}^{-1}$	1000 – 5000 (Step : 100)
Tangential specific cutting force MPa	1500
Force ratio	0.3

### 3.3.2 減衰係数を変化させたときの振動振幅

表 3.1 の動特性条件に対し Y 方向の減衰係数  $c_y$  のみを変化させて振動振幅を解析した。この条件は Y 方向の減衰比  $\zeta_y = c_y / (2\sqrt{m_y k_y})$  のみを変化させることに等しい。X 方向振動振幅のカラーマップを図 3.3, Y 方向振動振幅のカラーマップを図 3.4 に示す。カラーマップの横軸は主軸回転速度, 縦軸は軸方向切込み深さであり, 振動振幅の大きさを色であらわす。カラーマップでは, 任意に設定する上限値以上の振動振幅となった条件がカラーバーの上端の色であらわされる。その数を不安定条件数と呼ぶものとし, 振動安定性の評価指標とする。不安定条件数はカラーマップ上へ白抜き数字で示す。本節では振動振幅の上限値を



**Fig.3.3** Simulated vibration amplitude in X direction at  $k_x = k_y = 10 \text{ N}/\mu\text{m}$ ,  $c_x = 300 \text{ Ns/m}$  (Numbers in white: Number of unstable conditions)



**Fig.3.4** Simulated vibration amplitude in Y direction at  $k_x = k_y = 10 \text{ N}/\mu\text{m}$ ,  $c_x = 300 \text{ Ns/m}$   
(Numbers in white: Number of unstable conditions)

3 mm とした。それにより、本節で用いる動特性パラメータの範囲と加工条件では、カラーマップ上の色の分布が安定限界線図（安定ローブ図）に近い形を示す。

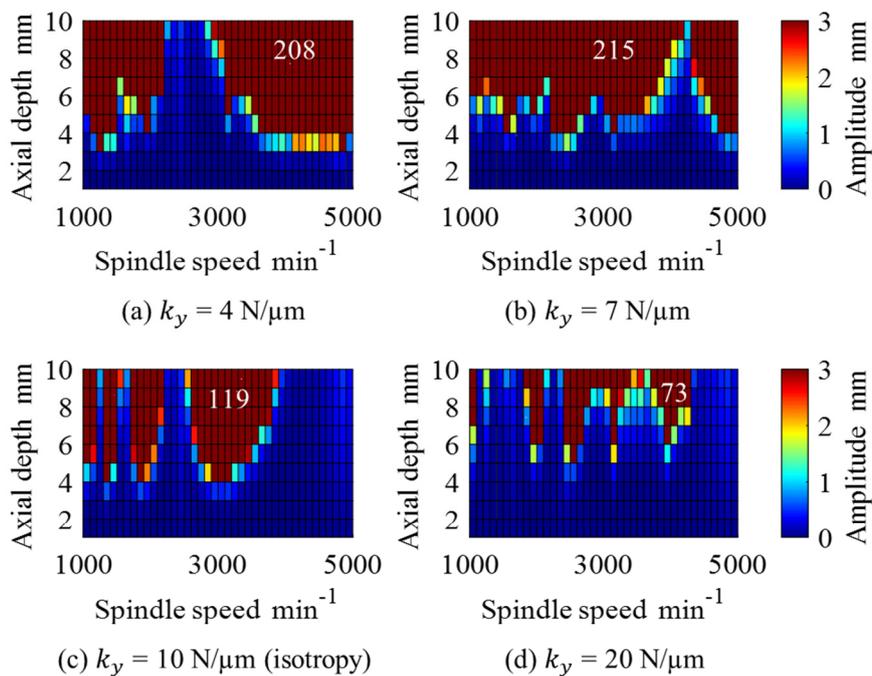
図 3.3, 図 3.4 より、 $c_y$  を増大させると X 方向および Y 方向のいずれについても不安定条件数は減少した。すなわち、減衰係数を増大させた方向だけでなく、その直交方向の振動安定性も向上することが確認された。また  $c_y$  を変化させても固有振動数は変化せず、そのため再生型の自励振動が生じにくい主軸回転速度である共振回転速度も変化しないので、横軸方向の安定不安定の分布は同様である。以上の傾向は X 方向の減衰係数  $c_x$  のみを変化させた場合にも同様に見られた。

直交方向の振動安定性も向上する理由は、以下のように考える。Y 方向の減衰係数  $c_y$  を例にとれば、 $c_y$  の増大によりまず Y 方向の振動振幅が減少する。それによって Y 方向の切取り厚さの変動が減少し、切取り厚さ全体の変動も減少する。その結果切削力の変動が減少する。したがって Y 方向のみならず X 方向の分力も減少するため、X 方向の振動振幅も減少するものと考えられる。

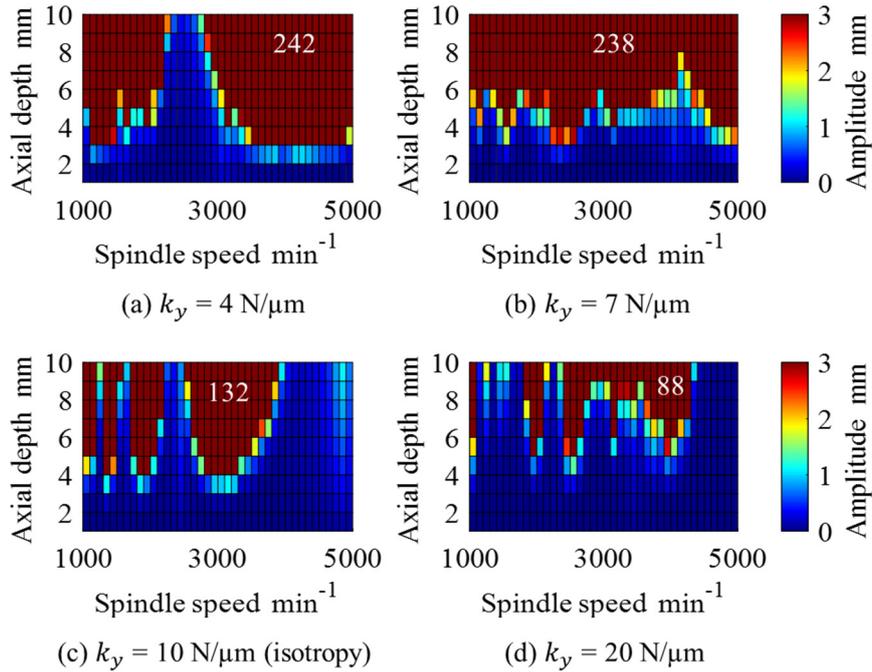
以上より減衰係数については、X 方向と Y 方向の減衰係数のバランスと振動安定性との間に特徴的な関係は見出されなかったが、ある方向の減衰性を向上すれば、その方向だけでなく直交方向の振動安定性も向上できる可能性が示された。

### 3.3.3 静剛性を变化させたときの振動振幅

表 3.1 の動特性条件に対し Y 方向の静剛性  $k_y$  のみを変化させて振動振幅を解析した。静剛性の影響を評価する場合、一般には減衰係数も同時に变化させ、減衰比を一定とすることが多い。しかし本研究では減衰係数を一定として静剛性のみを変化させているため、減衰比は相応に変化している点に注意が必要である。X 方向振動振幅のカラーマップを図 3.5, Y 方向振動振幅のカラーマップを図 3.6 に示す。等方性条件の図 3.5(c), 図 3.6(c)はそれぞれ図 3.3(b), 図 3.4(b)と同条件である。図 3.5, 図 3.6 より、 $k_y$  を増大させると X 方向および Y 方向のいずれの不安定条件数もおおむね減少するが、図 3.5(a)(b)に示す 4 N/ $\mu\text{m}$  から 7 N/ $\mu\text{m}$  へ増大させたときの X 方向のように、不安定条件数が増大する場合もあるとわかった。 $k_y$  を変化させると Y 方向の固有振動数が変化し、X 方向と Y 方向とで異なる共振回転速度をもつことから、横軸方向の安定不安定の分布も変化する。以上の傾向は X 方向の静剛性  $k_x$  のみを変化させた場合にも同様に見られた。

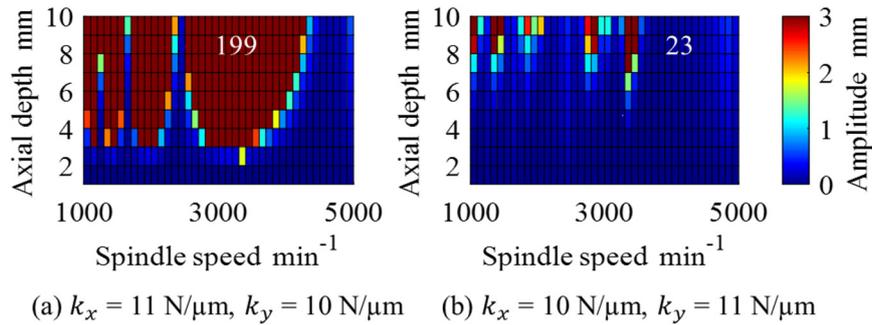


**Fig.3.5** Simulated vibration amplitude in X direction at  $k_x = 10 \text{ N}/\mu\text{m}$ ,  $c_x = c_y = 300 \text{ Ns}/\text{m}$   
(Numbers in white: Number of unstable conditions)



**Fig.3.6** Simulated vibration amplitude in Y direction at  $k_x = 10 \text{ N}/\mu\text{m}$ ,  $c_x = c_y = 300 \text{ Ns/m}$   
(Numbers in white: Number of unstable conditions)

さらに特徴的な結果として、 $k_x$  または  $k_y$  を 10%だけ変化させて  $11 \text{ N}/\mu\text{m}$  としたときの X 方向の振動振幅を図 3.7 に示す。  $k_x$  を  $11 \text{ N}/\mu\text{m}$  とした条件と、  $k_y$  を  $11 \text{ N}/\mu\text{m}$  とした条件とでは不安定条件数が大きく異なった。 Y 方向の振動振幅も同様の傾向を示した。 この結果より  $k_x$  と  $k_y$  には振動抑制に適した組み合わせ、および避けるべき組み合わせが存在するものと推測できる。



**Fig.3.7** Simulated vibration amplitude in X direction at  $c_x = c_y = 300 \text{ Ns/m}$   
(Numbers in white: Number of unstable conditions)

### 3.4 静剛性のバランスの調査

3.3.3項で述べたとおり、X方向およびY方向の静剛性には振動抑制に適した組み合わせ、および避けるべき組み合わせが存在するものと推測される。そこで本節では、時間応答シミュレーションにより X 方向および Y 方向の静剛性のバランスと振動安定性との関係を俯瞰的に評価する。この調査に用いた動特性パラメータを表 3.3 に示す。加工条件は表 3.2 と同条件とし、振動振幅の上限値は  $50 \mu\text{m}$  とする。 $k_x$  と  $k_y$  をそれぞれ  $10 \sim 50 \text{ N}/\mu\text{m}$  の範囲 ( $5 \text{ N}/\mu\text{m}$  刻み) で変化させて時間応答シミュレーションを実行し、不安定条件数を求めて、その不安定条件数をマップ表示する。

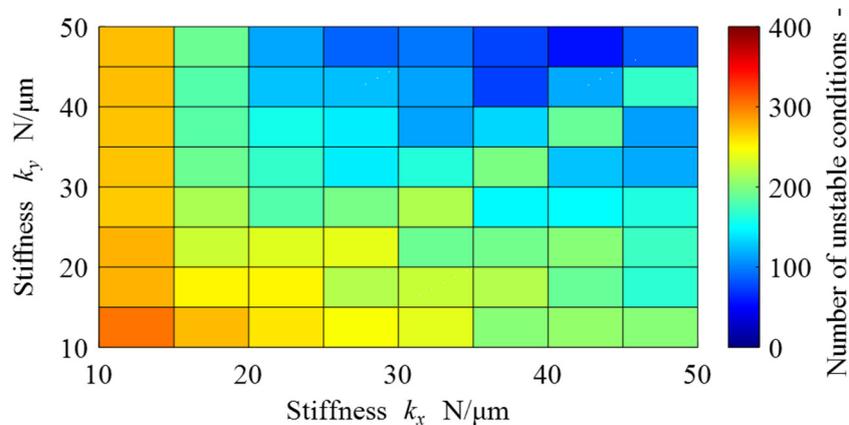
シミュレーション結果を図 3.8 に示す。横軸は  $k_x$ 、縦軸は  $k_y$  であり、X 方向の振動振幅で求めた不安定条件数を色であらわしている。図 3.8 より  $k_x = k_y$  の等方性条件に対し、 $k_y = k_x + 5 \text{ N}/\mu\text{m}$  の条件では不安定条件数が減少し、 $k_y = k_x - 5 \text{ N}/\mu\text{m}$  の条件では不安定条件数が増加する傾向があるとわかる。すなわち送り方向の静剛性が半径方向より 10%程度大きくなる条件では振動安定性が向上し、また 10%程度小さくなる条件では振動安定性が低下する。この傾向は、Y 方向の振動でも同様に見られた。

すなわち、ここまでの時間応答シミュレーションより、次の仮説が得られた。

仮説 A：エンドミル加工において、機械システムの静剛性には振動抑制に適した組み合わせ、および避けるべき組み合わせが存在する。特に本章で想定する加工条件では、送り方向の静剛性が半径方向より 10%程度大きくなる条件では振動安定性が向上し、また 10%程度小さくなる条件では振動安定性が低下する。

**Table 3.3** Modal parameters

Direction	X	Y
Mass kg	3	3
Damping Ns/m	300	300
Stiffness $\text{N}/\mu\text{m}$	10 – 50 (Step : 5)	10 – 50 (Step : 5)



**Fig.3.8** Colormap of number of unstable conditions

### 3.5 理論解析の検証と実験結果

3.4節で示した仮説 A を切削実験により検証する．具体的には，送り方向と半径方向とで静剛性が異なる実験セットアップにおいてエンドミル加工を実施し，振動振幅を比較する．

#### 3.5.1 実験方法

切削実験では，静剛性の異方性を工作物側で与えることとし，図 3.9 に示す工作物固定治具を使用した．治具の材質は S50C で，支柱部の断面寸法は縦横の厚さが異なっており，静的な曲げ剛性に差を生じさせる．また支柱部のモード質量の差の影響を相対的に小さくするため，おもり部を設けた．

次に実験のセットアップを図 3.10 に示す．図 3.10 中の UVW 方向は，実験に使用した立形マシニングセンタの送り方向 XYZ と対応しており，図 3.1 の切削モデルの座標系 XY とは必ずしも一致しないため，区別した．治具は低剛性方向が U 方向，高剛性方向が V 方向となる姿勢で立形マシニングセンタのテーブル上へ固定し，図 3.11 に示す工作物（被削材）を治具のおもり部の上面へボルトで固定する．工作物は長辺が U 方向または V 方向を向くように固定でき，長辺を加工する．図 3.10 は V 方向送りの加工，すなわち送り方向が高剛性となる場合のセットアップを示している．工作物には U 方向および V 方向にそれぞれ圧電型の加速度計（感度：10 mV/(m/s<sup>2</sup>)）を取り付け，加工中の振動を測定する．サンプリング周波数は 40 kHz とする．工具には超硬合金製，Cr 系複合多層コーティングのスクエアエンドミルを用いる．主な加工条件を表 3.4 に示す．なお，使用した工具のねじれ角は 30° であり 3.2.1 項で定義したモデルとは異なるが，今回の加工条件では切削力の変動におけるねじれ角の影響が小さく，問題ないとする．

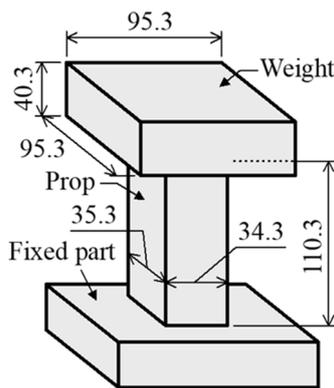


Fig.3.9 Jig

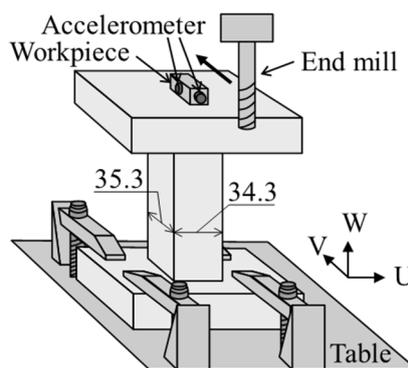


Fig.3.10 Experimental setup

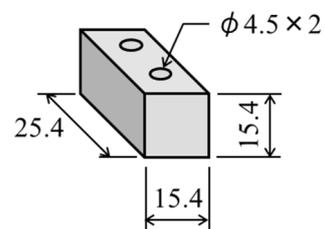


Fig.3.11 Workpiece

**Table 3.4** Cutting conditions

Tool diameter mm	10
Number of teeth	2
Milling direction	Up-cut
Axial depth of cut mm	1.7
Radial depth of cut mm	2.5
Spindle speed $\text{min}^{-1}$	1420
Feed per tooth mm/tooth	0.05

### 3.5.2 動特性測定結果

インパルス加振法と静剛性測定によって求めた、工作物位置における実験セットアップのモーダルパラメータを表 3.5 に示す。等価質量は固有振動数と静剛性から求め、減衰係数は動コンプライアンス、等価質量、静剛性から同定した。高剛性方向の静剛性は低剛性方向に対し約 8%大きくなった。減衰係数の差は工作物固定治具の方向に依存するものではなく、テーブルの固有特性である。

**Table 3.5** Modal parameters identified from measurement

Direction	U (Low stiffness)	V (High stiffness)
Mass kg	1.84	1.87
Damping Ns/m	54.0	117
Stiffness $\text{N}/\mu\text{m}$	13.0	14.1
Natural frequency Hz	423	437
Damping ratio	0.00553	0.0114

### 3.5.3 切削実験結果

加工中の工作物の加速度の測定結果を図 3.12 および図 3.13 に示す。図 3.12 は送り方向の静剛性が半径方向より小さくなる U 方向送り加工時の加速度で、振幅は最大で  $1000 \text{ m/s}^2$  程度であった。またパワースペクトルの最大ピークの周波数は 421 Hz であり、切れ刃通過周波数の整数倍と一致しないため、U 方向送り加工では自励振動が発生したと考えられる。一方、図 3.13 に示す、送り方向の静剛性が半径方向より大きくなる V 方向送り加工時の加速度は振幅が最大で  $200 \text{ m/s}^2$  程度であり、U 方向送り加工時より小さかった。またパワースペクトルの最大ピークの周波数は 426 Hz であり、切れ刃通過周波数の 9 倍と一致することから V 方向送り加工で発生した振動は主に強制振動と考えられ、U 方向送り加工より振動安

定性が高いことが示された。すなわち、加工システムの安定不安定に関して、時間応答シミュレーションと切削実験の結果は合致しており、3.4節の仮説Aと矛盾しない。

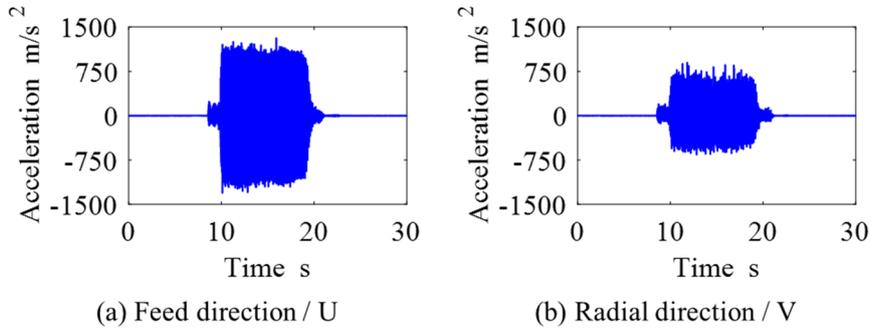


Fig.3.12 Measured workpiece acceleration during U feed cutting

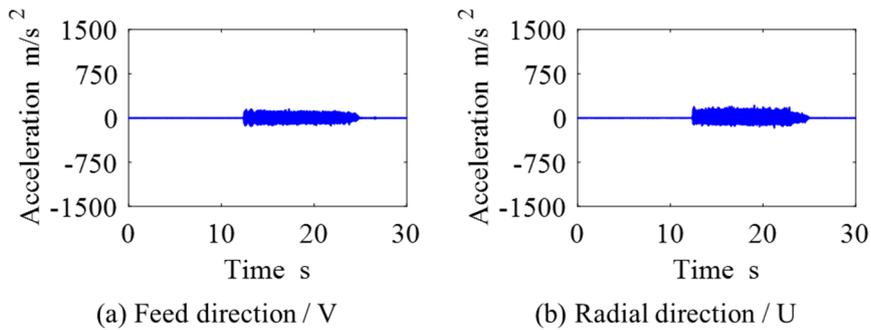


Fig.3.13 Measured workpiece acceleration during V feed cutting

### 3.6 考察

本節では、3.4節および3.5節で述べた静剛性のバランスが振動振幅へ与える影響について、そのメカニズムを考察する。

#### 3.6.1 静剛性のバランスの詳細調査

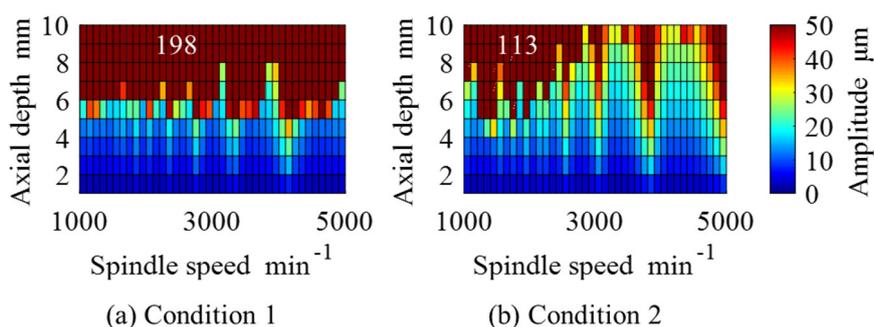
はじめに時間応答シミュレーションにおいて静剛性のバランスが振動振幅へ与える影響のメカニズムを考える。3.4節で述べたとおり  $k_y = k_x \pm 5 \text{ N}/\mu\text{m}$  の動特性条件において振動安定性が向上または低下することより、表 3.6 に示す 2 条件を例として詳細に調査する。各条件での X 方向振動振幅のカラーマップを図 3.14 に示す。条件 1 では軸方向切込み深さが 5 mm を上回ると不安定条件が多くなるとわかる。

図 3.14 のような差異が生じる原因を明らかにするため、次に図 3.15 で条件 1 と条件 2 の時間応答波形を比較する。図 3.15 は X 方向変位の時間応答波形であり、条件 1 の最大振幅は条件 2 の約 2 倍となっている。また右側の拡大図では現在の変位を太線で、一刃前の変位を細線であらわしている。条件 2 では現在の変位と一刃前の変位の位相が一致するのに

対し、条件 1 では位相に差があり、またこの位相差は一定でない。振動の位相差は切り厚さの変動を増大させるため、条件 1 は条件 2 より振動振幅が大きくなるものと考えられる。また位相差が変化する理由については、加工中に振動の周波数が変化している可能性が考えられる。

**Table 3.6** Modal parameters

Condition	Condition 1		Condition 2	
Stability	Unstable		Stable	
Direction	X	Y	X	Y
Mass kg	3		3	
Damping Ns/m	300		300	
Stiffness N/ $\mu\text{m}$	35	30	30	35
Natural frequency Hz	544	503	503	544
Damping ratio	0.0146	0.0158	0.0158	0.0146



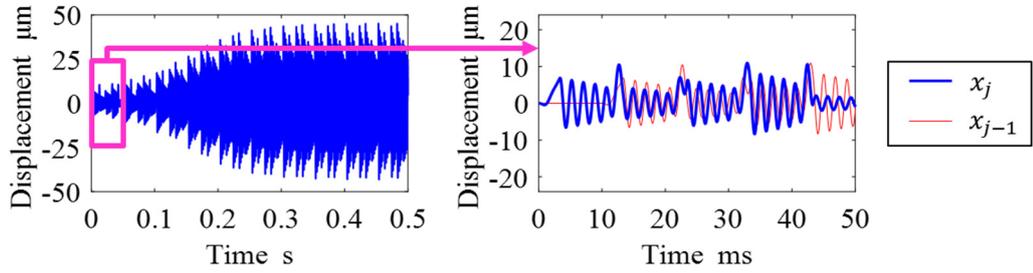
**Fig.3.14** Simulated vibration amplitude in X direction

(Numbers in white: Number of unstable conditions)

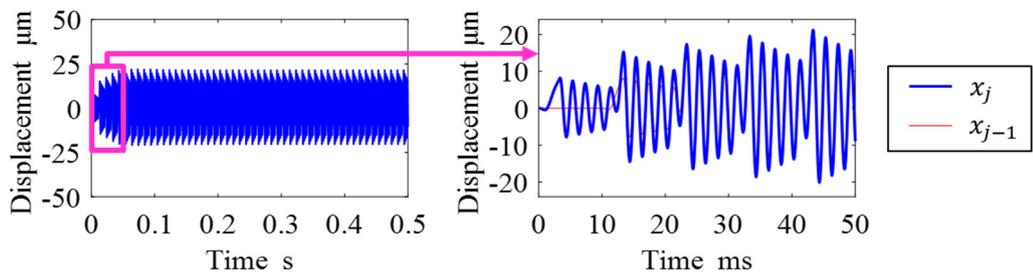
そこで図 3.15 の時間応答波形について振動の周波数の時間変化を調査した。条件 1 と条件 2 における振動の周波数の時間変化を図 3.16 に示す。周波数は、変位の時間応答波形のピークから次のピークまでの時間を読み取り、その逆数をとる方法で算出した。条件 2 では周波数が規則的に変化しているのに対し、条件 1 では不規則に変化していることがわかる。図 3.16(a)(b)の右側の拡大図では、黄色の領域は切削中、すなわち刃が工作物に干渉している時間をあらわし、白色の領域は空転中をあらわす。条件 1 は振動振幅が大きく、刃が空転する時間が存在するため、黄色の領域が断続的となっている。また、表 3.4 に示した各方向の固有振動数を実線で示す。条件 1 では切削中に X 方向と Y 方向の周波数が近づく方向へ変化しているとわかった。

以上より、条件 1 では切削中に固有振動数が近づいてモードカップリングの影響が大き

くなり、そのため振動振幅が大きくなると推測される。次項でこの点を考察する。

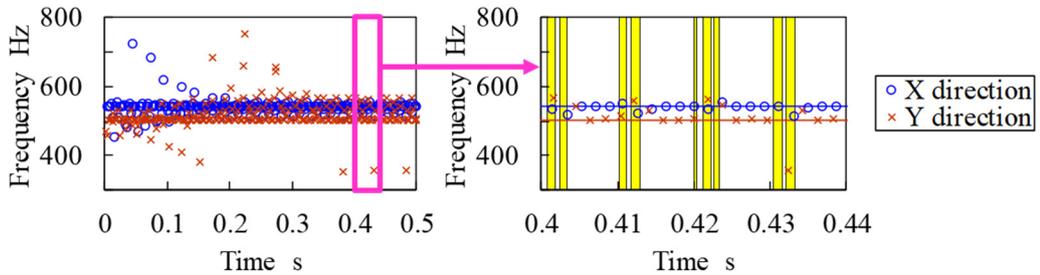


(a) Condition 1

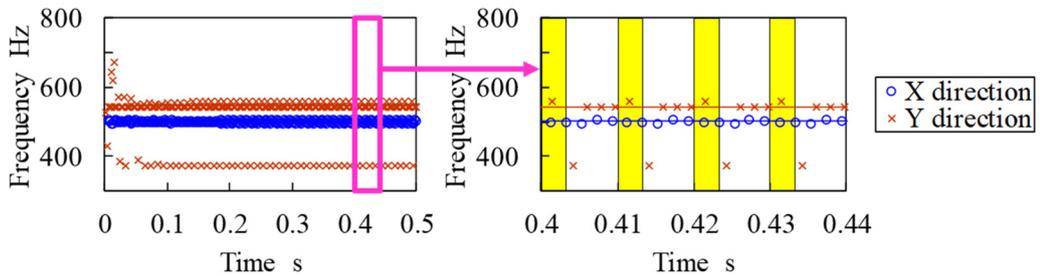


(b) Condition 2

**Fig.3.15** Simulated vibration in X direction at  $n = 3000 \text{ min}^{-1}$ ,  $a = 6 \text{ mm}$ .



(a) Condition 1



(b) Condition 2

**Fig.3.16** Variation of vibration frequency

### 3.6.2 固有振動数の変化に関する考察

3.2.1 項の式(3.6)は、切取り厚さの変動に比例した切削力が発生することをあらわしている。よって、エンドミル加工においては、切削中に剛性が並列に付加されているとみなすことができる。この考え方は切削剛性と呼ばれる[9]。式(3.6)を次のように変形してエンドミル加工の切削剛性を定義する。

$$\begin{bmatrix} \Delta F_x(t) \\ \Delta F_y(t) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{cxx} & k_{cyx} \\ k_{cxy} & k_{cyy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x(t) \\ \Delta y(t) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

ただし、 $k_{cxx}$ ,  $k_{cxy}$  は X 方向の変位の変動によって付加される X 方向および Y 方向の切削剛性をあらわし、 $k_{cyx}$ ,  $k_{cyy}$  は Y 方向の変位の変動によって付加される X 方向および Y 方向の切削剛性をあらわす。式(3.10)の切削剛性を式(3.1), 式(3.2)に加え、減衰項は無視できるものとする、次のように切削剛性を考慮した運動方程式が得られる。

$$\mathbf{M} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \mathbf{K} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = 0 \quad (3.11)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_x & 0 \\ 0 & m_y \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_x + k_{cxx} & k_{cyx} \\ k_{cxy} & k_y + k_{cyy} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

式(3.11)をラプラス変換すると、次式が得られる。

$$\mathbf{K} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \omega_n^2 \mathbf{M} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

ただし、 $\omega_n$  は固有角振動数をあらわす。

式(3.14)から、 $k$  次の固有角振動数  $\omega_{nk}$  および固有モード  $X_k, Y_k$  を求めることは、行列  $\mathbf{M}, \mathbf{K}$  についての一般化固有値問題に帰着できる。固有値解析の結果を図 3.17 に示す。横軸は  $j$  番目の切れ刃の回転角度、縦軸は固有振動数である。角度 0 rad より切削が開始され、 $\pi/3$  rad において切削が終了する。条件 2 では、切削中、空転中を通じて、X 方向と Y 方向の固有振動数が離れているのに対し、条件 1 では切削開始から X 方向と Y 方向の固有振動数が近づく方向へ変化しているとわかる。この結果は、図 3.16 に示した時間応答波形から求めた周波数の変化とも整合する。したがって、次の仮説が考えられる。

仮説 B： 静剛性に異方性を与えることで振動安定性が低下する条件では、切削中にモードカップリングの影響が大きくなることにより、振動振幅が大きくなる。

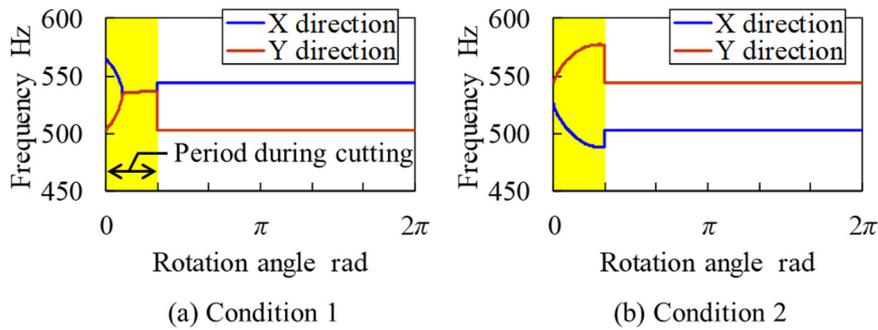


Fig.3.17 Variation of natural frequency in cutting process

### 3.6.3 実験データの詳細分析および考察

続いて、切削実験で測定した実加工中の振動について周波数の変化を分析する。まず、送り方向の静剛性および固有振動数が半径方向より大きい“安定条件”について、図 3.13(a)に示す加速度から振動の周波数を求める。図 3.18 は図 3.13(a)の拡大図である。微小な振動が重畳されている部分を実切削時間（工具刃先と工作物が干渉している時間）と推定し、切削中か空転中かを判別する。周波数は 3.6.1 項と同様に、振動 1 周期の時間を読み取り、その逆数をとる方法で同定する。このときカットオフ周波数 1 kHz のローパスフィルタ処理を施してピークを特定する。また今回の加工条件では、1 回の切削中に約 3 周期の振動が発生するため、図 3.18 に示すように a から d の 4 区間でそれぞれ周波数を同定する。10 回の切削中振動より周波数を同定し、その平均値を評価する。

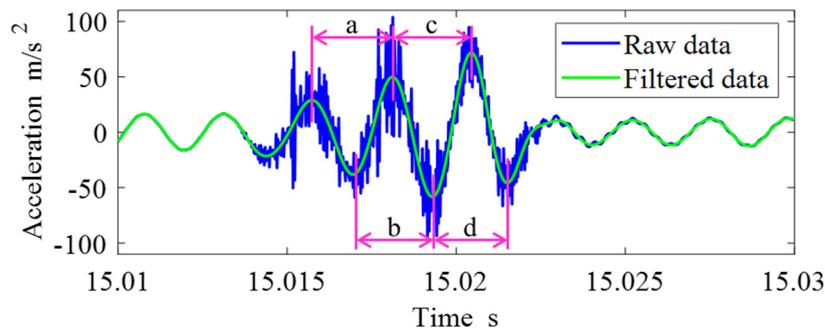


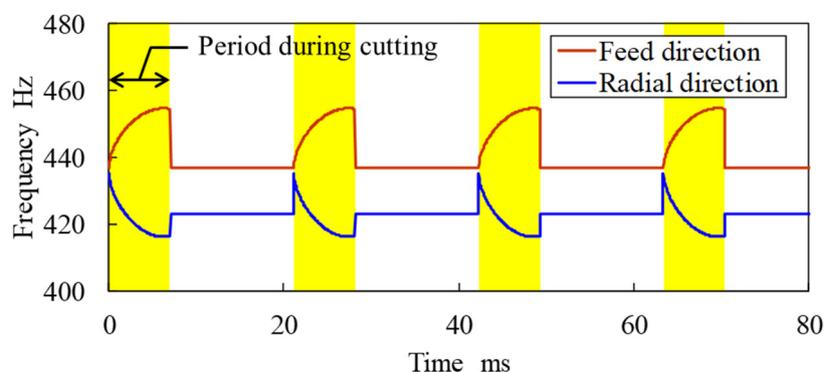
Fig.3.18 Frequency identification

表 3.7 に安定条件の切削中振動の周波数同定結果を示す。表 3.7 には固有振動数の実測値および時間応答シミュレーションにおける周波数も合わせて示し、それぞれの送り方向と半径方向との差も併記する。また図 3.19 には固有値解析の結果を示す。実験、時間応答シミュレーション、固有値解析のいずれにおいても、切削中の周波数は常に送り方向が大きく

なっている点では一致している。ただし、実験では切削開始直後に送り方向の周波数が減少する点、時間応答シミュレーションでは切削開始直後から周波数が離れている点、およびcの区間で一度近づく点など、固有値解析とは異なる傾向も見られる。

**Table 3.7** Frequency comparison at stable condition

		Feed Direction	Radial direction	Difference in frequency
Natural frequency of jig Hz		436.5	422.6	13.9
Frequency in experimental result Hz	a	427.1	424.4	2.7
	b	430.9	422.7	8.2
	c	437.6	417.0	20.6
	d	454.8	427.9	26.8
Frequency in time domain simulation Hz	a	436.0	420.6	15.4
	b	439.4	424.1	15.3
	c	432.7	421.8	10.9
	d	440.4	424.1	16.3



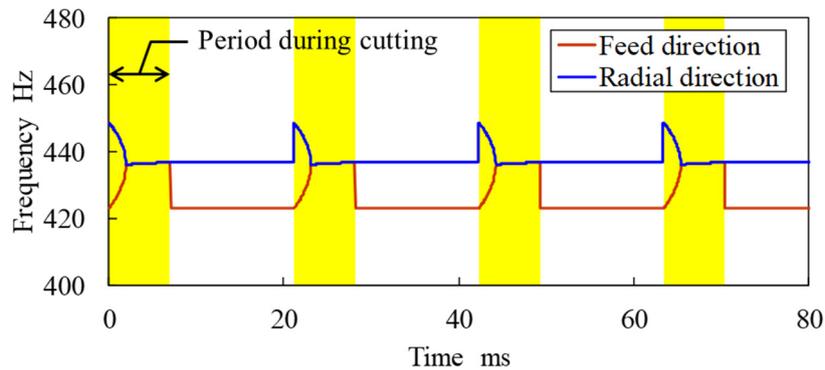
**Fig.3.19** Variation of natural frequency at stable condition

続いて、送り方向の静剛性および固有振動数が半径方向より小さい“不安定条件”について、加工中振動の周波数同定結果を表 3.8、固有値解析の結果を図 3.20 に示す。実験では切削開始直後の a の区間で 2 方向の周波数が近づき、その大小関係は固有振動数に対して逆転している。また、その後の区間では周波数の差は拡大している。2 方向の周波数が切削中に交差する点は固有値解析と合致するが、2 方向の周波数は一致せず乖離しているため、モードカップリングが発生しているとは明言できない。また時間応答シミュレーションについては、2 方向の周波数が切削中に交差することはなく、固有値解析および実験とは矛盾する結果となった。ただし、10 回の平均をとる前の d の区間の周波数には、送り方向が大きい

くなる場合も含まれており，一概に矛盾するともいえない。

**Table 3.8** Frequency comparison at unstable condition

		Feed Direction	Radial direction	Difference in frequency
Natural frequency of jig Hz		422.6	436.5	-13.9
Frequency in experimental result Hz	a	428.2	425.9	2.3
	b	437.9	390.7	47.2
	c	442.6	369.9	72.7
	d	444.8	401.6	43.2
Frequency in time domain simulation Hz	a	422.7	442.6	-19.9
	b	422.5	431.2	-8.7
	c	423.0	440.8	-17.8
	d	421.4	434.0	-12.6



**Fig.3.20** Variation of natural frequency at unstable condition

実験で 2 方向の周波数が一致しない理由としては，ピーク間の時間から周波数を同定する方法の非同時性の問題が考えられる．また，時間応答シミュレーションが固有値解析および実験とは一致しない理由としては，再生効果の影響が推測される．今回の時間応答シミュレーションでは，減衰係数の振幅依存性を考慮できていないため，再生効果が実験よりも強く影響する．

以上の考察によって，切削剛性の作用による切削加工システムの固有振動数の変化が，剛性バランスと振動振幅の関係に影響を与えている可能性が示された．

### 3.7 結論

本章では、2次元エンドミル加工を対象として、切削加工システムにおける機械システムの動特性の異方性が振動安定性へ与える影響を時間応答シミュレーションおよび切削実験により調査した。以下に本章で得られた結論を示す。

- 1) ある方向の振動振幅を低減したい場合、必ずしも同じ方向の減衰係数を増大させる必要はない。
- 2) 静剛性には振動抑制に適した組み合わせ、および避けるべき組み合わせが存在する。
- 3) 切削実験により、送り方向の静剛性が半径方向より10%程度小さい条件に対し10%程度大きい条件では振動振幅が小さくなる傾向（仮説 A）を検証できた。
- 4) 静剛性のバランスが振動振幅へ影響を与えるメカニズムには、切削加工システムの固有振動数の変化が関係している可能性があり、その固有振動数の変化は切削剛性を考慮することで説明付けられる。
- 5) 運動方程式と切削モデルから導出した一般化固有値問題を解いた結果において不安定条件では切削中に X 方向と Y 方向の固有振動数が近づいたこと、および切削実験において不安定条件では切削中に振動の周波数の交差が確認されたことなどは、モードカップリングの影響が大きくなることにより振動振幅が増大するとの仮説（仮説 B）を支持するが、切削実験において確認された周波数の乖離などは仮説 B と矛盾しており、仮説 B を全面的に支持する結果は得られなかった。

## 第4章 振動安定性を向上可能な動特性バランスの理論検討

### 4.1 緒論

第3章では2次元のエンドミル加工を対象として時間応答シミュレーションを構築し、切削関与角  $\pi/3$  rad のアップカット、分力比 0.3 などの限られた想定条件のもとでエンドミル加工システムにおける機械システムの動特性の異方性が振動安定性へ与える影響を調査した。その結果、安定性が向上する剛性バランスの存在が明らかになり、切削実験でその傾向を検証した。ただし、剛性バランスが振動振幅へ影響を与えるメカニズムについては立証できなかった。そこで本章では、エンドミル加工システムにおいて加工中の振動を低減できる機械システムの動特性のバランスについて、より広範な想定条件のもとで調査する。

本章の構成は以下のとおりである。4.2節では、エンドミル加工システムにおいて安定限界切込み深さを向上できる機械システムの動特性バランスを求めるための、切削モデル、加工システムモデルおよび安定限界切込み深さの計算手法について述べる。4.3節では、加工安定性を向上できる動特性バランスを理論的に導出する。4.4節では、求めたバランスから、加工安定性を向上させるための動特性の設計について述べる。4.5節では、動特性バランスについての考察の妥当性を切削実験によって検証する。4.6節は以上をまとめた本章の結論である。

### 4.2 シミュレーションモデル

本節では、エンドミル加工システムにおいて安定限界切込み深さを向上できる機械システムの動特性バランスを求めるための、切削モデル、加工システムモデルおよび安定限界切込み深さの計算手法について述べる。

#### 4.2.1 エンドミル加工の切削モデルおよび加工システムモデル

本章でも切削加工法は2次元のエンドミル加工を想定することとし、その切削モデル、および加工システムモデルはそれぞれ 3.2.1 項、3.2.2 項と同じとする。3.2.1 項で述べたとおり、エッジフォースは無視できるものとし、また 3.2.2 項と同じ考え方にもとづき、クロスコンプライアンス  $G_{yx}(s)$ 、 $G_{xy}(s)$  は無視できるものと仮定する。エンドミル工具のねじれ角については次項で説明する。

#### 4.2.2 ゼロ次近似法

ゼロ次近似法[28-29]によると、3.2.2 項の図 3.2 であらわされるエンドミル加工システムの、自励振動の臨界状態における軸方向切込み深さ（以下、安定限界切込み深さ） $a_{lim}$ 、現在の相対変位と一刃前の相対変位の位相差  $\varepsilon$ 、および主軸回転速度  $n$  はそれぞれ以下の式で求められる。

$$a_{\text{lim}} = -\frac{A_R}{K_t} \left[ 1 + \left( \frac{A_I}{A_R} \right)^2 \right] \quad (4.1)$$

$$\varepsilon = \pi - 2 \tan^{-1} \frac{A_I}{A_R} \quad (4.2)$$

$$n = \frac{60\omega_c}{N(2k_m\pi + \varepsilon)} \quad (4.3)$$

ただし  $\omega_c$  は自励振動の角振動数をあらわす.  $k_m$  は波数と呼ばれる整数である. また,  $A_R$ ,  $A_I$  はそれぞれ次式であらわされる特性方程式の解 (固有値の逆数)  $\lambda$  の実部および虚部である.

$$\det[[I] + \lambda[A_0][G(i\omega_c)]] = 0 \quad (4.4)$$

ここで,  $[G(i\omega_c)]$  は  $\omega_c$  における機械システムの動特性であり, 式(3.8)の  $[G(s)]$  に  $s = i\omega_c$  を代入して得られる. また  $[A_0]$  は2次元エンドミル加工プロセスの切削力係数行列  $[A(t)]$  (式(3.7)) の直流成分であり, 各切れ刃の切削開始角度  $\theta_{\text{st}}$  から切削終了角度  $\theta_{\text{ex}}$  までの積分によって次式のように求められる.

$$\begin{aligned} [A_0] &= \begin{bmatrix} \alpha_{0xx} & \alpha_{0xy} \\ \alpha_{0yx} & \alpha_{0yy} \end{bmatrix} \\ &= \frac{N}{2\pi} \int_{\theta_{\text{st}}}^{\theta_{\text{ex}}} \begin{bmatrix} \alpha_{xx}(\theta) & \alpha_{xy}(\theta) \\ \alpha_{yx}(\theta) & \alpha_{yy}(\theta) \end{bmatrix} d\theta \\ \alpha_{0xx} &= \frac{N}{4\pi} [-\cos 2\theta - 2k_r\theta - k_r\sin 2\theta]_{\theta_{\text{st}}}^{\theta_{\text{ex}}} \\ \alpha_{0xy} &= \frac{N}{4\pi} [-\sin 2\theta + 2\theta + k_r\cos 2\theta]_{\theta_{\text{st}}}^{\theta_{\text{ex}}} \\ \alpha_{0yx} &= \frac{N}{4\pi} [-\sin 2\theta - 2\theta + k_r\cos 2\theta]_{\theta_{\text{st}}}^{\theta_{\text{ex}}} \\ \alpha_{0yy} &= \frac{N}{4\pi} [\cos 2\theta - 2k_r\theta + k_r\sin 2\theta]_{\theta_{\text{st}}}^{\theta_{\text{ex}}} \end{aligned} \quad (4.5)$$

なお, エンドミル工具のねじれ角は切削力係数行列の直流成分  $[A_0]$  へ影響しないことより, ゼロ次近似法は任意のねじれ角に対して適用できる.

### 4.3 加工安定性を向上できる動特性バランスの導出

本節では、加工安定性を向上できる機械システムの動特性バランスを理論的に解析する。具体的には、仮定をおいて式(4.4)を簡略化し、その係数にもとづいて、安定限界切込み深さ  $a_{lim}$  を向上可能な、自励振動の角振動数  $\omega_c$  における X 方向および Y 方向のダイレクトコンプライアンス  $G_{xx}(i\omega_c)$ ,  $G_{yy}(i\omega_c)$  のバランスを求める。

#### 4.3.1 安定限界切込み深さが向上する特性方程式の係数

機械システムの動特性についてクロスコンプライアンスは無視できるものと仮定し、 $G_{yx}(i\omega) = G_{xy}(i\omega) = 0$  とおくと、式(4.4)は次の 2 次方程式へと簡略化できる。

$$a_0 \Lambda^2 + a_1 \Lambda + 1 = 0 \quad (4.6)$$

ここで、式(4.6)の係数  $a_0$ ,  $a_1$  はそれぞれ次式であらわされる。

$$a_0 = (\alpha_{0xx}\alpha_{0yy} - \alpha_{0xy}\alpha_{0yx})G_{xx}(i\omega_c)G_{yy}(i\omega_c) \quad (4.7)$$

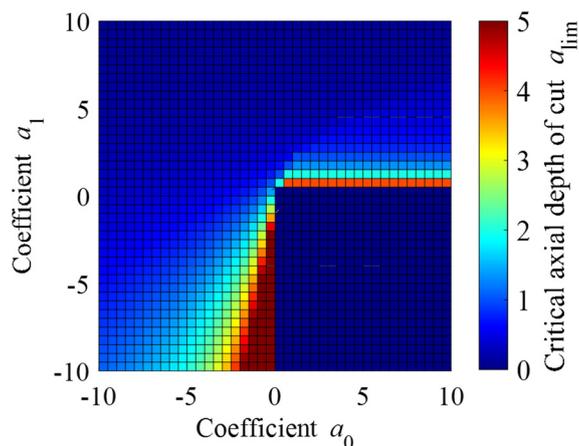
$$a_1 = \alpha_{0xx}G_{xx}(i\omega_c) + \alpha_{0yy}G_{yy}(i\omega_c) \quad (4.8)$$

続いて式(4.1)と式(4.6)を用いて、 $a_{lim}$  を向上できる  $a_0$  と  $a_1$  の組み合わせを求める。ここで、 $G_{xx}(i\omega_c)$ ,  $G_{yy}(i\omega_c)$  は複素数であるため、 $a_0$ ,  $a_1$  も複素数であり、 $a_0$  と  $a_1$  の組み合わせは複雑である。そこで、さらに計算を簡略化するため、 $G_{xx}(i\omega_c)$ ,  $G_{yy}(i\omega_c)$  を実数に近似する。つまり  $G_{xx}(i\omega_c)$ ,  $G_{yy}(i\omega_c)$  の位相を、 $\omega_c$  が  $G_{xx}$ ,  $G_{yy}$  の固有角振動数  $\omega_{nx}$ ,  $\omega_{ny}$  よりも低いときは  $0 \text{ rad}$ , 高いときは  $-\pi \text{ rad}$  に近似する。この近似によって  $a_0$ ,  $a_1$  も実数に近似でき、 $a_0$  と  $a_1$  の組み合わせを簡略化できる。

図 4.1 に  $a_0$  と  $a_1$  をそれぞれ変化させたときの  $a_{lim}$  の値をカラーマップで示す。 $a_0$ ,  $a_1$  はそれぞれ  $-10$  から  $10$  の範囲において  $0.5$  刻みで変化させた。図 4.1 より、 $a_0$ ,  $a_1$  が以下に示す条件を満たすときに  $a_{lim}$  は向上するとわかる。

安定化条件①  $a_0 > 0$ ,  $a_1 > 0$ , かつ  $|a_1| \approx 0$ .

安定化条件②  $a_0 < 0$ ,  $a_1 < 0$ , かつ  $|a_0| \approx 0$ .



**Fig.4.1** Relationship between coefficients of characteristic equation  $a_0$ ,  $a_1$  and critical axial depth of cut  $a_{lim}$

#### 4.3.2 安定限界切込み深さが向上する動特性のバランス

本節では、 $a_{lim}$  を向上できる  $G_{xx}(i\omega_c)$  と  $G_{yy}(i\omega_c)$  のバランスについて考察する. 4.3.1 項に示した安定化条件①および②より, 特性方程式の係数  $a_0$  と  $a_1$  の正負に応じて  $a_{lim}$  が向上する条件は変化するとわかる.

そこで, まずは  $a_0$  の正負について考える. 式(4.7)より,  $a_0$  には  $\alpha_{0xx}\alpha_{0yy} - \alpha_{0xy}\alpha_{0yx}$  が係数として含まれる. 式(4.5)より, 係数  $\alpha_{0xx}\alpha_{0yy} - \alpha_{0xy}\alpha_{0yx}$  の正負は切削開始角度  $\theta_{st}$ , 切削終了角度  $\theta_{ex}$ , および分力比  $k_r$  の3つの変数によって決まるとわかる. ただし, 図4.2に示すとおり, アップカットでは常に  $\theta_{st}$  が 0 rad, ダウンカットでは常に  $\theta_{ex}$  が  $\pi$  rad とみなすことより, 切削方向が決まれば, それぞれの場合において変数を2つに限定できる. そこで, アップカットの場合は  $\theta_{ex}$ ,  $k_r$  の2変数, ダウンカットの場合は  $\theta_{st}$ ,  $k_r$  の2変数と  $\alpha_{0xx}\alpha_{0yy} - \alpha_{0xy}\alpha_{0yx}$  の値との関係をそれぞれ求めると, アップカットの場合は任意の  $\theta_{ex}$ ,  $k_r$  に対して, ダウンカットの場合は任意の  $\theta_{st}$ ,  $k_r$  に対して,  $\alpha_{0xx}\alpha_{0yy} - \alpha_{0xy}\alpha_{0yx}$  は正となる. すなわち, アップカットかダウンカットかによらず次式が成り立つ.

$$\alpha_{0xx}\alpha_{0yy} - \alpha_{0xy}\alpha_{0yx} > 0 \quad (4.9)$$

したがって式(4.7)と式(4.9)より,  $a_0$  の正負は  $G_{xx}(i\omega_c)$  および  $G_{yy}(i\omega_c)$  の正負によって決定されるとわかる.

また式(4.8)より,  $a_1$  の正負は,  $G_{xx}(i\omega_c)$ ,  $G_{yy}(i\omega_c)$ ,  $\alpha_{0xx}$ ,  $\alpha_{0yy}$  の正負の組み合わせによって決定されるとわかる. 以上より,  $a_0$  と  $a_1$  の正負を考える際に考慮すべき条件は  $G_{xx}(i\omega_c)$ ,  $G_{yy}(i\omega_c)$ ,  $\alpha_{0xx}$ ,  $\alpha_{0yy}$  の正負の組み合わせであるといえる.

そこで,  $G_{xx}(i\omega_c)$ ,  $G_{yy}(i\omega_c)$ ,  $\alpha_{0xx}$ ,  $\alpha_{0yy}$  の符号がとり得るすべての組み合わせについて,

安定化条件①および②にもとづいて  $a_{lim}$  を向上できる条件を考えると、表 4.1 のように  $G_{xx}(i\omega_c)$  と  $G_{yy}(i\omega_c)$  がとるべきバランスとしてまとめられる。

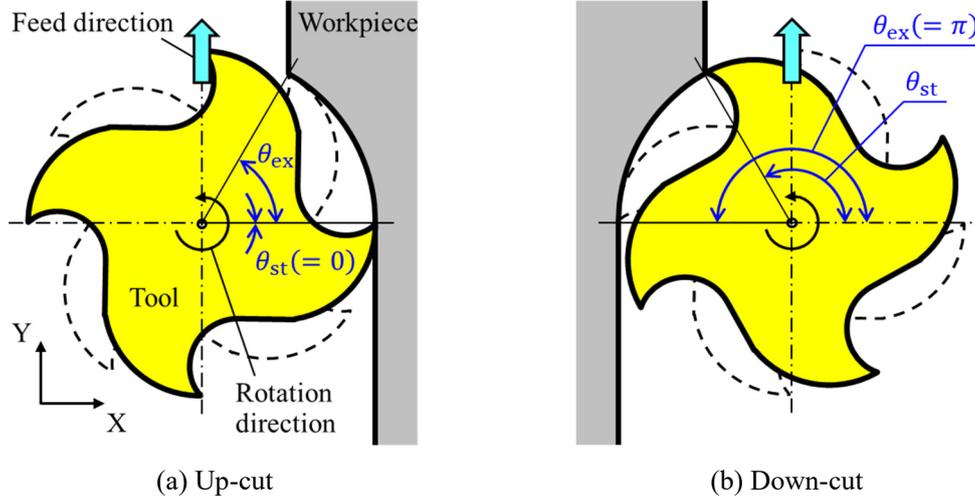


Fig.4.2 Immersion angle

Table 4.1 Ideal dynamic characteristic balance for large  $a_{lim}$

	$G_{xx}(i\omega_c) > 0,$ $G_{yy}(i\omega_c) > 0$	$G_{xx}(i\omega_c) > 0,$ $G_{yy}(i\omega_c) < 0$	$G_{xx}(i\omega_c) < 0,$ $G_{yy}(i\omega_c) > 0$	$G_{xx}(i\omega_c) < 0,$ $G_{yy}(i\omega_c) < 0$	Cutting conditions corresponding to the combination of signs of $\alpha_{0xx}$ and $\alpha_{0yy}$ .
$\alpha_{0xx} > 0,$ $\alpha_{0yy} < 0$	$\frac{G_{yy}(i\omega_c)}{G_{xx}(i\omega_c)} = -\frac{\alpha_{0xx}}{\alpha_{0yy}} - \sigma$	N/A	$ G_{xx}(i\omega_c)G_{yy}(i\omega_c)  \approx 0$	$\frac{G_{yy}(i\omega_c)}{G_{xx}(i\omega_c)} = -\frac{\alpha_{0xx}}{\alpha_{0yy}} + \sigma$	Up-cut with moderate $R_d$ ( $0.09D \leq R_d < 0.84D$ @ $k_r = 0.3$ ).
$\alpha_{0xx} < 0,$ $\alpha_{0yy} > 0$	$\frac{G_{yy}(i\omega_c)}{G_{xx}(i\omega_c)} = -\frac{\alpha_{0xx}}{\alpha_{0yy}} + \sigma$	$ G_{xx}(i\omega_c)G_{yy}(i\omega_c)  \approx 0$	N/A	$\frac{G_{yy}(i\omega_c)}{G_{xx}(i\omega_c)} = -\frac{\alpha_{0xx}}{\alpha_{0yy}} - \sigma$	Down-cut with small $R_d$ ( $R_d < 0.75D$ @ $k_r = 0.3$ ).
$\alpha_{0xx} < 0,$ $\alpha_{0yy} < 0$	N/A	$\frac{G_{yy}(i\omega_c)}{G_{xx}(i\omega_c)} = -\frac{\alpha_{0xx}}{\alpha_{0yy}} - \sigma$	$\frac{G_{yy}(i\omega_c)}{G_{xx}(i\omega_c)} = -\frac{\alpha_{0xx}}{\alpha_{0yy}} + \sigma$	$ G_{xx}(i\omega_c)  \approx 0,$ $ G_{yy}(i\omega_c)  \approx 0$	Up-cut with small or large $R_d$ ( $R_d < 0.09D, R_d \geq 0.84D$ @ $k_r = 0.3$ ) and Down-cut with large $R_d$ ( $R_d \geq 0.75D$ @ $k_r = 0.3$ ).

ここで、 $\alpha_{0xx}$  と  $\alpha_{0yy}$  の符号の組み合わせが 3 パターンである理由について説明する。式(4.5)を用いて求めた、アップカットおよびダウンカットの場合の  $\alpha_{0xx}$  と  $\alpha_{0yy}$  を図 4.3 に示す。同図では刃数  $N$  を 1 とした。図 4.3 に示すとおり、 $\alpha_{0xx}$  と  $\alpha_{0yy}$  の値は  $\theta_{ex}$  または  $\theta_{st}$  と、 $k_r$  によって変化するが、 $\alpha_{0xx}$  と  $\alpha_{0yy}$  がともに正となる組み合わせは存在しない。よって  $\alpha_{0xx}$  と  $\alpha_{0yy}$  の符号の組み合わせは、表 4.1 に示す 3 パターンとなる。

表 4.1 に示した理想的な  $G_{xx}(i\omega_c)$  と  $G_{yy}(i\omega_c)$  のバランスについて、 $\alpha_{0xx} > 0$ 、かつ  $\alpha_{0yy} < 0$  の場合を例に説明する。この場合の切削条件としては半径方向切込み深さ  $R_d$  が中程度のアップカットが該当する。例えば分力比  $k_r$  が 0.3 の場合は、 $R_d$  が工具直径  $D$  の 9%以上、84%未満のときに、 $\alpha_{0xx} > 0$ 、かつ  $\alpha_{0yy} < 0$  となる。

まず  $G_{xx}(i\omega_c) > 0$ 、かつ  $G_{yy}(i\omega_c) > 0$  の場合について述べる。この場合、式(4.7)、式(4.9)より  $a_0 > 0$  となるため、 $a_{lim}$  を向上するには、4.3.1 項の安定化条件①を満たす必要がある。つまり  $a_1 > 0$ 、かつ  $|a_1|$  は小さいことが条件となる。 $a_1 > 0$  となるには、式(4.8)より

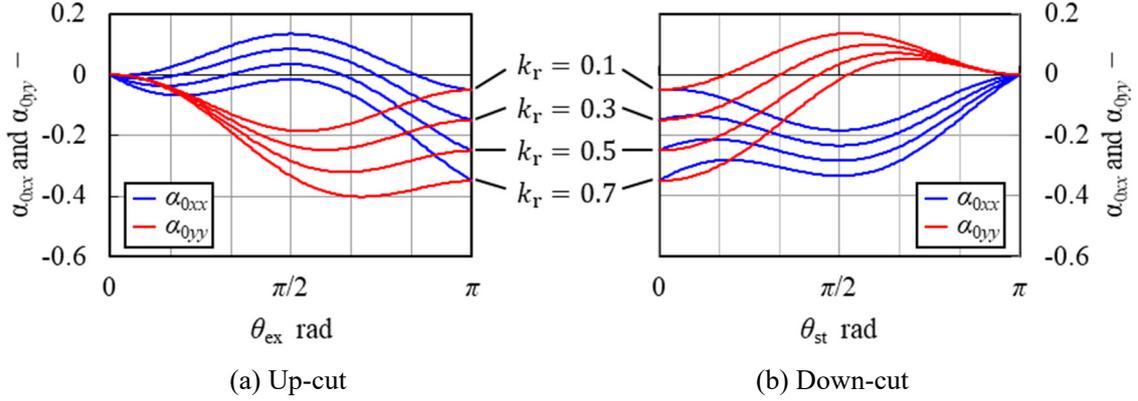


Fig.4.3 Variation of  $\alpha_{0xx}$  and  $\alpha_{0yy}$  at  $N = 1$

以下の式が成り立つ必要がある。

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \alpha_{0xx}G_{xx}(i\omega_c) + \alpha_{0yy}G_{yy}(i\omega_c) > 0 \\
 \therefore \frac{G_{yy}(i\omega_c)}{G_{xx}(i\omega_c)} &< -\frac{\alpha_{0x}}{\alpha_{0y}} \quad (\because \alpha_{0yy} < 0)
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

与えている条件より式(4.10)の両辺はいずれも正となるため、式(4.11)は  $G_{xx}(i\omega_c)$  と  $G_{yy}(i\omega_c)$  のバランスによって成立し得る。加えて  $|a_1|$  が小さくなるには、式(4.8)より、式(4.10)の左辺が右辺よりわずかに小さいとの条件を満たす必要がある。すなわち、 $\alpha_{0xx} > 0$ 、 $\alpha_{0yy} < 0$ 、 $G_{xx}(i\omega_c) > 0$ 、 $G_{yy}(i\omega_c) > 0$  である場合において  $a_{lim}$  を向上できる条件は、 $\sigma$  を正の微小な実数として次式であらわされる。

$$\frac{G_{yy}(i\omega_c)}{G_{xx}(i\omega_c)} = -\frac{\alpha_{0xx}}{\alpha_{0yy}} - \sigma \tag{4.11}$$

次に、 $G_{xx}(i\omega_c) > 0$ 、かつ  $G_{yy}(i\omega_c) < 0$  の場合について述べる。この場合、式(4.7)、式(4.9)より  $a_0 < 0$  となるため、 $a_{lim}$  を向上するには、4.3.1 項の安定化条件②を満たす必要がある。つまり  $a_1 < 0$ 、かつ  $|a_0|$  は小さいことが条件となる。 $a_1 < 0$  となるには、式(4.8)より以下の式が成り立つ必要がある。

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \alpha_{0xx}G_{xx}(i\omega_c) + \alpha_{0yy}G_{yy}(i\omega_c) < 0 \\
 \therefore \frac{G_{yy}(i\omega_c)}{G_{xx}(i\omega_c)} &> -\frac{\alpha_{0xx}}{\alpha_{0yy}} \quad (\because \alpha_{0yy} < 0)
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

しかし, 与えている条件より式(4.12)の左辺は負, 右辺は正となるため,  $G_{xx}(i\omega_c)$  と  $G_{yy}(i\omega_c)$  がどのような値をとっても式(4.12)は成立しない. すなわち,  $\alpha_{0xx} > 0$ ,  $\alpha_{0yy} < 0$ ,  $G_{xx}(i\omega_c) > 0$ ,  $G_{yy}(i\omega_c) < 0$  である場合には,  $a_{lim}$  を向上できる  $G_{xx}(i\omega_c)$  と  $G_{yy}(i\omega_c)$  のバランスが存在しないといえる. このような条件を表 4.1 では N/A と表記し, 以下では N/A 条件と呼ぶものとする.

続いて,  $G_{xx}(i\omega_c) < 0$ , かつ  $G_{yy}(i\omega_c) > 0$  の場合について述べる. この場合も, 式(4.7), 式(4.9)より  $a_0 < 0$  となるため,  $a_1 < 0$ , かつ  $|a_0|$  が小さいときに  $a_{lim}$  は向上する.  $a_1 < 0$  となるには, 式(4.8)より以下の式が成り立つ必要がある.

$$a_1 = \alpha_{0xx}G_{xx}(i\omega_c) + \alpha_{0yy}G_{yy}(i\omega_c) < 0$$

$$\therefore \frac{G_{yy}(i\omega_c)}{G_{xx}(i\omega_c)} < -\frac{\alpha_{0xx}}{\alpha_{0yy}} \quad (\because G_{xx}(i\omega_c), \alpha_{0yy} < 0) \quad (4.13)$$

与えている条件より式(4.13)の左辺は負, 右辺は正となるため, 式(4.13)は  $G_{xx}(i\omega_c)$  と  $G_{yy}(i\omega_c)$  のバランスによらず常に成立する. よって  $|a_0|$  が小さくなる, すなわち式(4.7)の右辺がゼロに近づくときに  $a_{lim}$  を向上できる. ここで式(4.7)の係数  $\alpha_{0xx}\alpha_{0yy} - \alpha_{0xy}\alpha_{0yx}$  は前述のとおり  $\theta_{st}$ ,  $\theta_{ex}$ , および  $k_r$  によって決まるが, 任意にゼロへ近付けることはできない. したがって,  $\alpha_{0xx} > 0$ ,  $\alpha_{0yy} < 0$ ,  $G_{xx}(i\omega_c) < 0$ ,  $G_{yy}(i\omega_c) > 0$  である場合において  $a_{lim}$  を向上できる条件は, 次式であらわされる.

$$|G_{xx}(i\omega_c)G_{yy}(i\omega_c)| \approx 0 \quad (4.14)$$

最後に,  $G_{xx}(i\omega_c) < 0$ , かつ  $G_{yy}(i\omega_c) < 0$  の場合について述べる. この場合, 式(4.7), 式(4.9)より  $a_0 > 0$  となるため,  $a_1 > 0$ , かつ  $|a_1|$  が小さいときに  $a_{lim}$  は向上する.  $a_1 > 0$  となるには, 式(4.8)より以下の式が成り立つ必要がある.

$$a_1 = \alpha_{0xx}G_{xx}(i\omega_c) + \alpha_{0yy}G_{yy}(i\omega_c) > 0$$

$$\therefore \frac{G_{yy}(i\omega_c)}{G_{xx}(i\omega_c)} > -\frac{\alpha_{0xx}}{\alpha_{0yy}} \quad (\because G_{xx}(i\omega_c), \alpha_{0yy} < 0) \quad (4.15)$$

与えている条件より式(4.15)の両辺はいずれも正となるため, 式(4.15)は  $G_{xx}(i\omega_c)$  と  $G_{yy}(i\omega_c)$  のバランスによって成立し得る. 加えて  $|a_1|$  が小さくなるには, 式(4.8)より, 式(4.15)の左辺が右辺よりわずかに大きいとの条件を満たす必要がある. すなわち,  $\alpha_{0xx} > 0$ ,  $\alpha_{0yy} < 0$ ,  $G_{xx}(i\omega_c) < 0$ ,  $G_{yy}(i\omega_c) < 0$  である場合において  $a_{lim}$  を向上できる条件は, 式(4.11)と同様に次式であらわされる.

$$\frac{G_{yy}(i\omega_c)}{G_{xx}(i\omega_c)} = -\frac{\alpha_{0xx}}{\alpha_{0yy}} + \sigma \quad (4.16)$$

表 4.1 の残りの条件についても同様に求められる。

#### 4.4 加工安定性を向上できる動特性バランスの設計

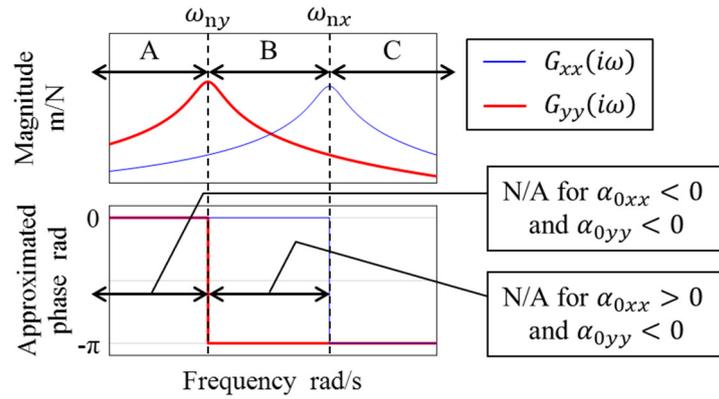
4.3 節では、安定限界切込み深さ  $a_{lim}$  を向上可能な、自励振動の角振動数  $\omega_c$  における X 方向および Y 方向のコンプライアンス  $G_{xx}(i\omega_c)$  と  $G_{yy}(i\omega_c)$  のバランスを求めた。本節では、この  $G_{xx}(i\omega_c)$  と  $G_{yy}(i\omega_c)$  のバランスにもとづいて、加工安定性を向上できるコンプライアンス  $G_{xx}(i\omega)$ 、 $G_{yy}(i\omega)$  を、以下 4.4.1 項から 4.4.3 項で述べる 3 つのパターンに分けて考察する。そして、それらの考察より、加工安定性を向上させるために機械システムの動特性バランスをどのように設計するとよいかについて述べる。

##### 4.4.1 N/A 条件の回避

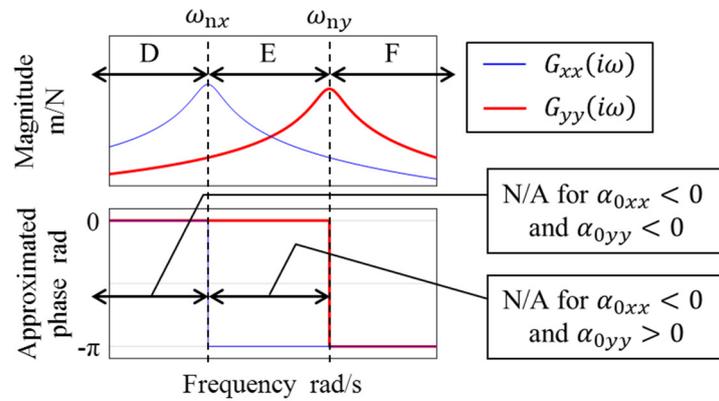
表 4.1 には  $a_{lim}$  を向上できる  $G_{xx}(i\omega_c)$  と  $G_{yy}(i\omega_c)$  のバランスが存在しない N/A 条件が 3 つある。よって  $a_{lim}$  を向上させるには、N/A 条件を避ける必要がある。そこで、N/A 条件を避けられる  $G_{xx}(i\omega)$  と  $G_{yy}(i\omega)$  の組み合わせについて考察する。

まず、 $\alpha_{0xx} > 0$ 、かつ  $\alpha_{0yy} < 0$  の場合における N/A 条件の回避について考える。4.3.2 項で述べたとおり、この場合の切削条件には半径方向切込み深さ  $R_d$  が中程度のアップカットが該当する。このとき、 $G_{xx}(i\omega_c) > 0$ 、かつ  $G_{yy}(i\omega_c) < 0$  となると N/A 条件となる。 $G_{xx}(i\omega)$  と  $G_{yy}(i\omega)$  の符号は、どのような  $\omega_c$  で自励振動が発生するかによって異なる。そこで  $G_{xx}(i\omega)$  と  $G_{yy}(i\omega)$  の符号と角振動数の関係を図 4.4 に示す。 $G_{xx}(i\omega)$  の固有角振動数  $\omega_{nx}$  が  $G_{yy}(i\omega)$  の固有角振動数  $\omega_{ny}$  よりも高い場合を図 4.4(a)、低い場合を図 4.4(b) に示す。図 4.4(a)(b) それぞれの上段のグラフはコンプライアンスの大きさの例示、下段はそれに対応する 4.3.1 項で述べたコンプライアンスの位相の近似である。前述のとおり、コンプライアンスの符号は、位相を  $0 \text{ rad}$  へ近似するとき正、 $-\pi \text{ rad}$  へ近似するとき負となる。よって図 4.4(a)(b) より、N/A 条件である  $G_{xx}(i\omega_c) > 0$ 、かつ  $G_{yy}(i\omega_c) < 0$  となるのは、図 4.4(a) の周波数区間 B においてのみであるとわかる。ゆえに、図 4.4(b) に示すように、 $\omega_{nx}$  が  $\omega_{ny}$  よりも低いバランスとすれば、N/A 条件を必ず回避できる。

次に、 $\alpha_{0xx} < 0$ 、かつ  $\alpha_{0yy} > 0$  の場合における N/A 条件の回避について考える。この場合の切削条件には  $R_d$  が比較的小さいダウンカットが該当する。このとき、 $G_{xx}(i\omega_c) < 0$ 、かつ  $G_{yy}(i\omega_c) > 0$  となると N/A 条件となる。よって、 $G_{xx}(i\omega)$  と  $G_{yy}(i\omega)$  のバランスが図 4.4(b) に該当するときは区間 E において N/A 条件となるが、図 4.4(a) ではどの区間においても N/A 条件とならない。つまり、 $G_{xx}(i\omega)$  と  $G_{yy}(i\omega)$  のバランスによって N/A 条件を必ず回避できる。



(a) Natural frequency of  $G_{xx}$  is higher than  $G_{yy}$



(b) Natural frequency of  $G_{xx}$  is lower than  $G_{yy}$

**Fig.4.4** Relationship between phase approximation of compliance and N/A conditions

最後に、 $\alpha_{0xx} < 0$ , かつ  $\alpha_{0yy} < 0$  の場合における N/A 条件の回避について考える。この場合の切削条件には  $R_d$  が比較的小さいアップカットや  $R_d$  が比較的大きくスロッティングに近いアップカットおよびダウンカットが該当する。このとき、 $G_{xx}(i\omega_c)$ ,  $G_{yy}(i\omega_c)$  がともに正となると N/A 条件となるが、 $G_{xx}(i\omega)$  と  $G_{yy}(i\omega)$  のバランスによってこの N/A 条件を必ず回避することはできない。なぜなら  $G_{xx}(i\omega)$  と  $G_{yy}(i\omega)$  のバランスが図 4.4(a)に該当するときは区間 A において、図 4.4(b)に該当するときは区間 D において、それぞれ N/A 条件となるためである。したがって、 $R_d$  が比較的小さい場合については、 $\omega_{nx}$ ,  $\omega_{ny}$  のいずれよりも低い角振動数で自励振動が発生するならば、アップカットを避け、ダウンカットを選択することが望ましいといえる。

#### 4.4.2 コンプライアンスの低減

表 4.1 より,  $a_{lim}$  を向上できる  $G_{xx}(i\omega_c)$  と  $G_{yy}(i\omega_c)$  のバランスとして, 以下の条件があるとわかる.

- $|G_{xx}(i\omega_c)| \approx 0$ , かつ  $|G_{yy}(i\omega_c)| \approx 0$
- $|G_{xx}(i\omega_c)G_{yy}(i\omega_c)| \approx 0$

これらは, コンプライアンスを小さくすれば振動の低減が可能であるという, 広く知られた知見を意味している. 4.4.1 項で述べた, N/A 条件を回避できる動特性バランスを狙って設計する上で,  $G_{xx}(i\omega)$  と  $G_{yy}(i\omega)$  がそれぞれ可能な限り小さくなるようにも留意することは, いうまでもなく必要である.

#### 4.4.3 コンプライアンスのバランス

表 4.1 より,  $G_{yy}(i\omega_c)/G_{xx}(i\omega_c)$  を  $-\alpha_{0xx}/\alpha_{0yy}$  へ近付けると  $a_{lim}$  を向上できるという  $G_{xx}(i\omega_c)$  と  $G_{yy}(i\omega_c)$  のバランス条件がある. この条件を満足できれば, 加工安定性についての局所的最適解が得られる. しかしこの条件は  $\omega_c$  が決まっていなければ実現困難であり, この条件を狙ったコンプライアンスの設計は現実的でないと考えられる.

#### 4.4.4 加工安定性を向上できる動特性バランスの設計

4.4.1 項~4.4.3 項の考察をまとめると, 加工安定性を向上できる動特性バランスの設計について, 以下のことがいえる.

推測① アップカットでは送り方向の固有振動数を半径方向の固有振動数よりも高くし, ダウンカットでは送り方向の固有振動数を半径方向の固有振動数よりも低くすると, 加工安定性を向上できる.

推測② 半径方向切込み深さが小さい場合で, かつ送り方向の固有振動数と半径方向の固有振動数のいずれよりも低い周波数で自励振動が発生するならば, アップカットでは加工安定性低下の可能性があるため, ダウンカットを選択することが望ましい.

#### 4.5 加工安定性を向上できる動特性バランスの検証と実験結果

4.4 節では, 加工安定性を向上するために, 送り方向と半径方向の動特性がとるべきバランスについて考察した. 本章では, 切削実験によって考察の妥当性を検証する. 具体的には, 送り方向と半径方向の等価剛性が異なる治具を使用して, 4.4.4 項の推測①を満たす動特性バランスと, 満たさない動特性バランスとで切削実験をおこない, 加工安定性を比較評価する.

##### 4.5.1 実験方法

切削実験は 3 軸立形マシニングセンタと 5 軸立形マシニングセンタとでそれぞれ実施し

た. 3 軸立形マシニングセンタはテーブルをすべり案内で, 5 軸立形マシニングセンタは主軸頭を転がり案内で, それぞれ X 方向および Y 方向へ送り駆動する機構である.

切削実験では, 工作物側のコンプライアンスを工具側のコンプライアンスより十分に大きくすることで, 工作物側の動特性が支配的になるようにした. 切削実験に使用した工作物固定用の治具を図 4.5 に示す. 形状や構造は 3.5 節の切削実験に用いた治具 (図 3.9) と同様であり, 材質も同じく S50C であるが, おもり部や支柱部の寸法は異なっている.

図 4.6 に実験のセットアップの一例を示す. 図 4.6 中の座標系 UVW は, 実験に使用した立形マシニングセンタの送り方向 XYZ と対応している. 治具は, 支柱部の長辺が U 方向と平行となるように立形マシニングセンタのテーブル上へ固定した. 図 4.6 は, V 方向送りのアップカット, すなわち送り方向が低剛性となるアップカットの場合のセットアップを示している. 送り方向が高剛性になる U 方向送り切削を条件 1, 送り方向が低剛性となる V 方向送り切削を条件 2 とし, 切削実験は条件 1 と条件 2 の両方でおこなった.

図 4.7 に被削材を示す. 材質は 3.5 節の切削実験に用いた被削材 (図 3.11) と同じく S50C で, 治具のおもり部への固定方法や長辺を加工する点なども同様である. 寸法には若干の違いがある. また被削材には, U 方向および V 方向にそれぞれ圧電型の加速度計 (感度:  $1 \text{ mV}/(\text{m}/\text{s}^2)$ , 測定範囲:  $\pm 4905 \text{ m}/\text{s}^2$ ) を取り付け, 加工中の振動を測定する. サンプル周波数は  $20 \text{ kHz}$  とした.

表 4.2 に, 主な加工条件を示す. 3 軸立形マシニングセンタを使用した実験では, アップカットとダウンカットの両方で, また, 5 軸立形マシニングセンタを使用した実験では, アップカットのみで実験をおこなった. 工具には超硬合金製, Cr 系複合多層コーティング, ねじれ角  $30^\circ$  のスクエアエンドミルを用いた. 切削関与角が  $\pi/3 \text{ rad}$  となるように, 工具直径  $\phi 10 \text{ mm}$  に対して半径方向切込み深さを  $2.5 \text{ mm}$  とした. 主軸回転速度と軸方向切込み深さを変更して切削した.

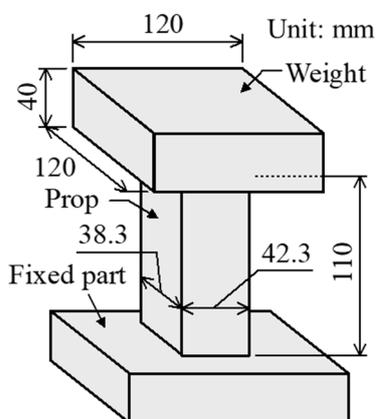


Fig.4.5 Jig

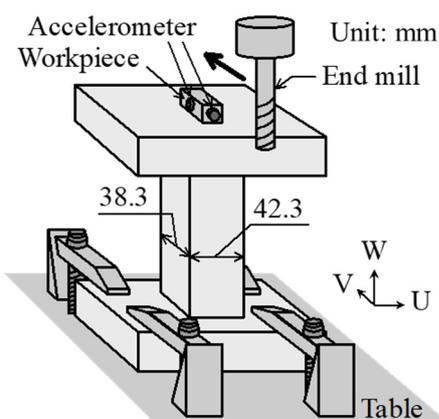


Fig.4.6 Experimental setup

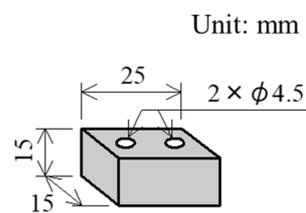


Fig.4.7 Workpiece

**Table 4.2** Cutting conditions

Tool diameter mm	10
Number of teeth	2
Milling direction	Up-cut / Down-cut (3-axis M/C) Up-cut (5-axis M/C)
Cooling	Dry
Axial depth of cut mm	2.0 – 10.0 (3-axis M/C, Up-cut) 3.0 – 10.0 (3-axis M/C, Down-cut) 5.0 – 13.0 (5-axis M/C)
Radial depth of cut mm	2.5
Feed per tooth mm/tooth	0.05
Spindle speed $\text{min}^{-1}$	1950, 2000, 2050, 2100, 2150 (3-axis M/C) 2000, 2100, 2300 (5-axis M/C)

実験結果は、4.2.2 項に示したゼロ次近似法にもとづく切削シミュレーションでの解析値と比較する。本節のシミュレーションでは動特性  $[G(i\omega)]$ 、比切削抵抗  $K_t$ 、および分力比  $k_r$  について実験値を使用した。  $[G(i\omega)]$  の測定方法および結果については 4.5.2 項に示す。また、 $K_t$  と  $k_r$  については、別途おこなった切削力測定実験にもとづいて決定し、3 軸立形マシニングセンタを用いたアップカットの場合は  $K_t$  を 2207 MPa、 $k_r$  を 0.475、ダウンカットの場合は  $K_t$  を 2242 MPa、 $k_r$  を 0.379 とし、5 軸立形マシニングセンタを用いたアップカットの場合は  $K_t$  を 2146 MPa、 $k_r$  を 0.481 とした。

ゼロ次近似法にもとづく切削シミュレーションでは強制振動を考慮していないため、切削実験の結果は強制振動と自励振動を区別して評価する必要がある。そのため、以下の方法で自励振動の発生を判定する。まず加速度の測定値を 0.5 秒ずつの区間に分割し、各区間の測定値をフーリエ変換により周波数領域に変換する。そして、2 回積分して周波数領域の変位に変換し、変位のパワースペクトルを求める。各区間の変位のパワースペクトルのうち、切れ刃通過周波数の非整数倍の周波数にピークが存在し、そのピークにおけるパワースペクトルの大きさが、切れ刃通過周波数におけるパワースペクトルの大きさの 10%以上となる区間が存在するとき、自励振動が発生したとみなす。また、切れ刃通過周波数の非整数倍の周波数に存在するピークの周波数を自励振動の周波数とする。ピークが複数存在する場合は、ピークにおけるパワースペクトルが最も大きいピークが存在する周波数を自励振動の周波数とする。

#### 4.5.2 動特性測定結果

被削材位置における工作物の自己コンプライアンスを、工作物をそれぞれ 3 軸立形マシニングセンタ、5 軸立形マシニングセンタへ固定した状態でインパルス加振法によって測定した。偏分反復法を用いて同定したモーダルパラメータを表 4.3、表 4.4 に示す。いずれも

V 方向より U 方向の等価剛性は大きく、固有振動数は高くなった。よって想定どおり、4.4.4 項の推測①を満たす切削条件は、アップカットの場合は条件 1、ダウンカットの場合は条件 2 となる。

**Table 4.3** Modal parameters identified from measurement when using 3-axis M/C

Direction	U	V
Mass kg	3.83	3.66
Damping Ns/m	178	392
Stiffness N/ $\mu$ m	27.6	22.8
Natural frequency Hz	428	397
Damping ratio	0.00867	0.0214

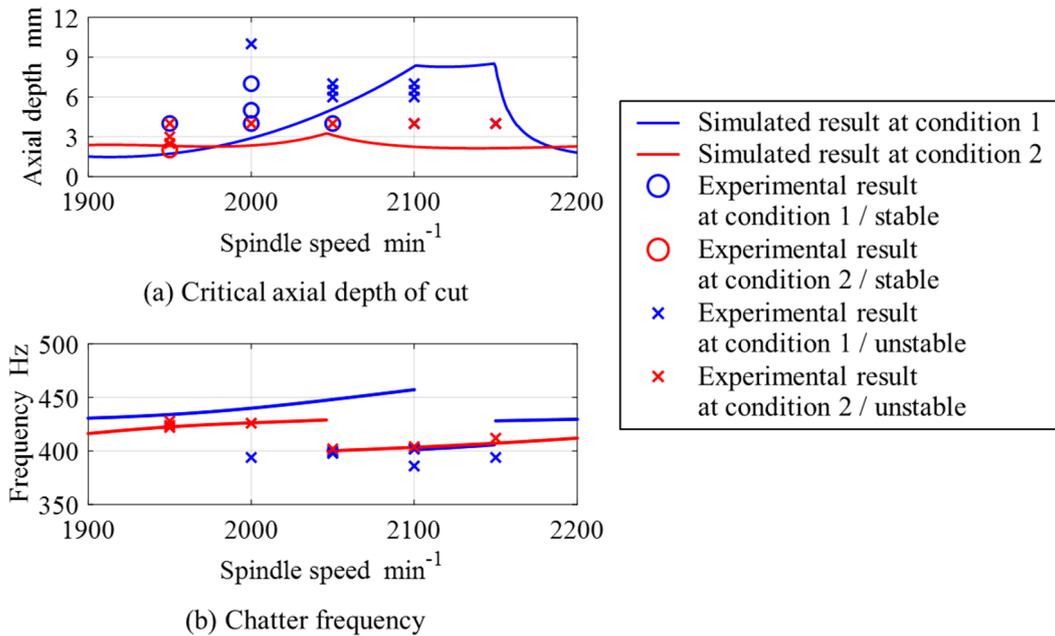
**Table 4.4** Modal parameters identified from measurement when using 5-axis M/C

Direction	U	V
Mass kg	3.60	3.98
Damping Ns/m	641	502
Stiffness N/ $\mu$ m	26.6	23.3
Natural frequency Hz	432	385
Damping ratio	0.0328	0.0261

#### 4.5.3 切削実験結果

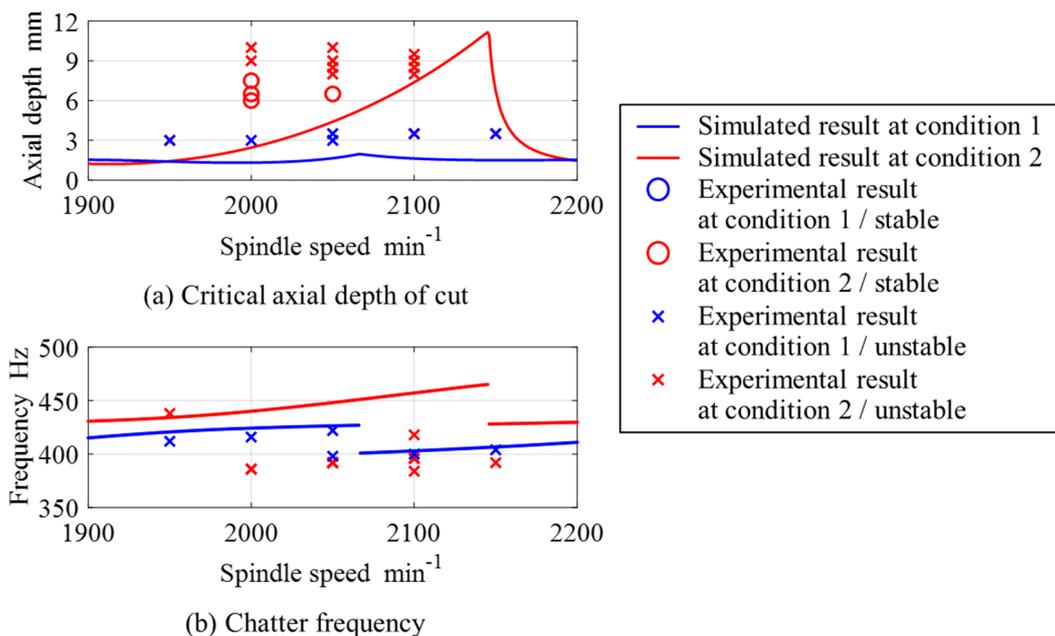
図 4.8 に 3 軸立形マシニングセンタを用いたアップカットでの切削実験の結果と解析結果を示す。図 4.8(a)には加工中の工作物加速度から判定した自励振動の発生有無を実験結果として、また切削シミュレーションで求めた安定限界切込み深さ  $a_{lim}$  を解析結果として示す。実験結果は、自励振動が発生しなかった切削条件を○印で、自励振動が発生した切削条件を×印で示し、解析結果は実線で示す。また図 4.8(b)には、自励振動の周波数の実験結果と解析結果を示す。実験結果は自励振動が発生した切削条件のみが×印で示される。

図 4.8(a)で条件 1 と条件 2 の軸方向切込み深さ 4 mm での実験結果を比較すると、条件 1 では自励振動が発生せず、条件 2 では自励振動が発生した。すなわち、アップカットでは条件 1 の加工安定性が高く、4.4.4 項の推測①と整合する結果が得られた。ただし、実験結果と解析結果とで  $a_{lim}$  を比較すると乖離が見られる。特に条件 1 において  $2000 \text{ min}^{-1}$  では実験結果の  $a_{lim}$  が解析結果より大きく、 $2100 \text{ min}^{-1}$  では実験結果の  $a_{lim}$  が解析結果より小さくなった。図 4.8(b)に示す自励振動の周波数は、条件 2 については実験結果と解析結果がおおむね合致したが、条件 1 については 2000, 2050, および  $2100 \text{ min}^{-1}$  で乖離がみられた。



**Fig.4.8** Comparison of experimental and simulation results at up-cut using 3-axis M/C

図 4.9 に 3 軸立形マシニングセンタを用いたダウンカットでの切削実験の結果と解析結果を、図 4.8 と同様に示す。図 4.9(a)より、実験結果どうしを比較すると条件 2 の加工安定性が高くなっており、ダウンカットについても 4.4.4 項の推測①と整合する結果が得られた。ただし、実験結果と解析結果とで  $a_{lim}$  を比較すると条件 1 で乖離が見られ、2000, および 2050  $\text{min}^{-1}$  で実験結果の  $a_{lim}$  が解析結果より大きくなった。また、図 4.9(b)に示す自励振



**Fig.4.9** Comparison of experimental and simulation results at down-cut using 3-axis M/C

動の周波数は、条件 1、条件 2 とともに実験結果と解析結果とで乖離が見られた。

図 4.10 に 5 軸立形マシニングセンタを用いたアップカットでの切削実験の結果と解析結果を、図 4.8 と同様に示す。図 4.10(a)より、実験結果どうしを比較すると条件 1 の加工安定性が高くなっており、5 軸立形マシニングセンタを用いたアップカットについても 4.4.4 項の推測①と整合する結果が得られた。ただし、実験結果と解析結果とで  $a_{lim}$  を比較すると条件 2 の  $2300 \text{ min}^{-1}$  で実験結果の  $a_{lim}$  が解析結果より大きくなった。また、図 4.10(b)に示す自励振動の周波数は、条件 2 については実験結果と解析結果がおおむね合致したが、条件 1 は  $2100 \text{ min}^{-1}$  で乖離が見られた。

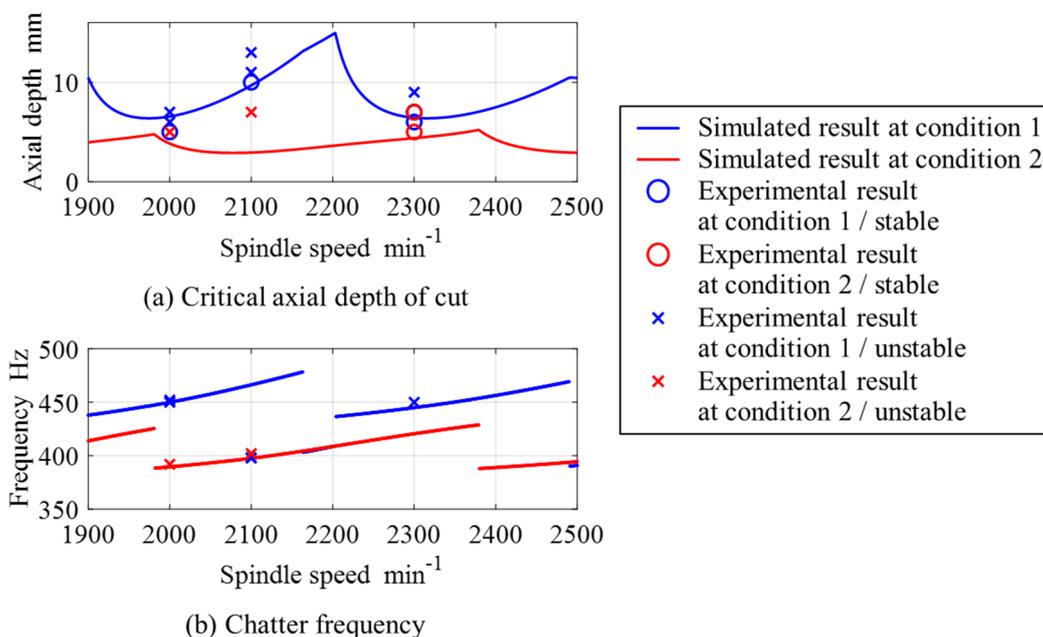


Fig.4.10 Comparison of experimental and simulation results at down-cut using 5-axis M/C

以上より、切削実験において、セットアップの動特性バランスと、自励振動の発生有無との関係について、4.4.4 項の推測①と矛盾する結果は得られなかった。つまり、4.4.4 項の推測①の条件を満たすことで、自励振動における安定性を向上できると考えられる。

なお、3 軸立形マシニングセンタを用いた切削実験において実験結果と解析結果が乖離した原因を特定するため、解析では考慮しなかったクロスコンプライアンスや工具の動特性について検証したが、原因の特定には至らなかった。その他の要因としては、すべり案内の非線形な動特性の影響が考えられる。また、5 軸立形マシニングセンタを用いた切削実験において条件 2 の  $2300 \text{ min}^{-1}$  で実験結果の  $a_{lim}$  が解析結果より大きくなった原因については、切れ刃通過周波数の 5 倍が  $383 \text{ Hz}$  であり、セットアップの V 方向の固有振動数  $385 \text{ Hz}$  と近いことから、自励振動ではなく強制振動が発生し、自励振動の発生が抑制されたためと考える。

#### 4.6 結論

本章では、2次元のエンドミル加工を対象として、加工中の振動を低減できる機械システムの動特性バランスについて調査した。切削力のエッジフォース成分、および切削加工システムの動特性のクロス項は無視できるとの前提条件のもとで、ゼロ次近似法にもとづいて、自励振動の安定限界向上のために、送り方向と半径方向の動特性がどのような関係にあるべきかについて考察し、その妥当性を切削実験により検証した。以下に本章で得られた結論を示す。

- 1) アップカットでは送り方向の固有振動数を半径方向の固有振動数よりも高くし、ダウンカットでは送り方向の固有振動数を半径方向の固有振動数よりも低くすると、加工安定性を向上できる（推測①）。
- 2) 半径方向切込み深さが小さい場合で、かつ送り方向の固有振動数と半径方向の固有振動数のいずれよりも低い周波数で自励振動が発生するならば、アップカットでは加工安定性低下の可能性があるので、ダウンカットを選択することが望ましい（推測②）。
- 3) 送り方向と半径方向とで固有振動数が異なる治具を使用した切削実験において、推測①の条件を満たす動特性バランスにおける加工安定性は、推測①の条件を満たさない動特性バランスにおける加工安定性よりも向上した。

## 第5章 切削加工システムの動特性バランスの設計指針

### 5.1 緒論

第4章では、エンドミル加工システムにおける機械システムの動特性のクロスコンプライアンスをゼロとみなす仮定のもとで、エンドミル加工システムで発生する自励振動の安定性をダイレクトコンプライアンスのバランスによって向上できる条件について、ゼロ次近似法にもとづく理論検討により導出した。第4章の理論検討では再生効果とモードカップリング効果を同時に考慮していることより、そこから得られた知見は、2.2節で述べた“ダイレクトコンプライアンスは等方性と異方性のいずれが望ましいか”との問題に対する再生型自励振動とモードカップリング型自励振動についての総合的な知見といえる。しかし、それぞれの自励振動原理に対して動特性バランスがどのように作用して振動安定性が向上するかは明確になっていない。

そこで本章では、切削力係数行列と機械システムのそれぞれのダイレクト項とクロス項の影響を調べることにより、それぞれの自励振動原理と動特性バランスとの関係を明らかにする。そしてそれらの考察にもとづいて、ダイレクトコンプライアンスのバランスによって振動安定性が向上するメカニズムを考察する。また、クロスコンプライアンスがエンドミル加工の振動安定性に及ぼす影響についても考察する。そして、加工安定性を向上できる動特性バランスについての本研究で得られた知見と従来知見をまとめ、動特性バランスの設計指針を示す。

本章の構成は以下のとおりである。5.2節では、ゼロ次近似法にもとづいて、切削力係数行列のパラメータスタディと機械システムのダイレクトコンプライアンスのバランスを変化させた場合の振動安定性のパラメータスタディをおこなう。そして切削力係数行列のダイレクト項のみを考慮した場合、クロス項のみを考慮した場合、両方を考慮した場合の振動安定性を比較し、ダイレクトコンプライアンスのバランスによって振動安定性が向上する物理的なメカニズムを考察する。5.3節では、クロスコンプライアンスがエンドミル加工の振動安定性に及ぼす影響について考察する。5.4節では加工安定性を向上できる動特性バランスについての知見をまとめ、設計指針を提示する。5.5節は以上をまとめた本章の結論である。

### 5.2 動特性バランスによる振動安定性向上のメカニズムの考察

本節では、機械システムのダイレクトコンプライアンスのバランスによってエンドミル加工の振動安定性が向上するメカニズムを3.6節とは異なるアプローチで考察する。具体的には、まずゼロ次近似法にもとづいて、切削力係数行列や振動安定性のパラメータスタディをおこない、その結果を踏まえて切削力係数行列のダイレクト項のみを考慮した場合およびクロス項のみを考慮した場合のエンドミル加工の振動安定性について、それぞれの特徴を整理する。そして、それらの結果をもとに、ダイレクトコンプライアンスのバランスによ

って振動安定性が向上するメカニズムを考察する。

### 5.2.1 エンドミル加工の振動安定性および切削力係数行列のパラメータスタディ

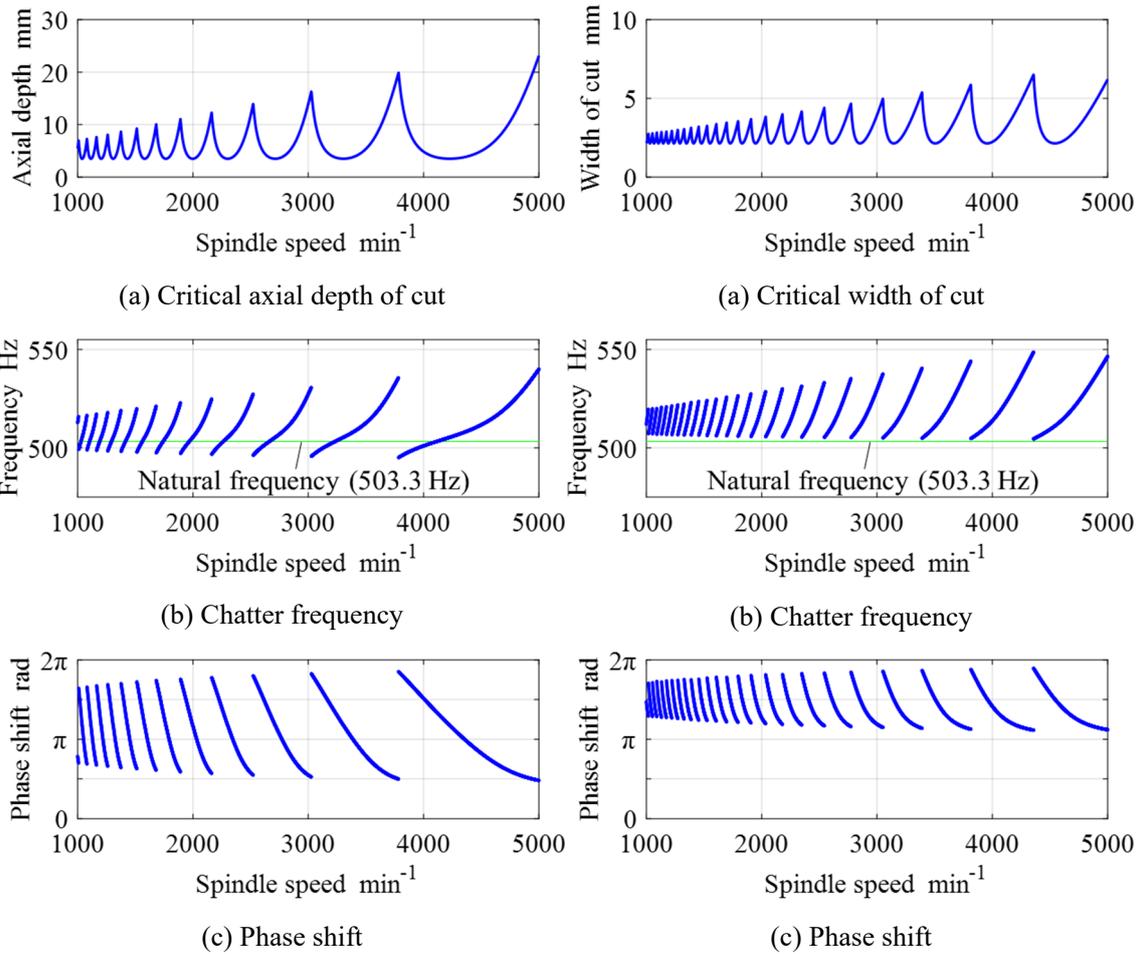
はじめに，エンドミル加工で発生する自励振動にはどのような特徴があるのかを整理する．具体的には，ゼロ次近似法によるエンドミル加工の振動安定性の解析結果を，安定性解析モデルが背分力方向の 1 次元で定式化され，再生効果のみが作用する突切り加工システム[4, 26-27]の振動安定性の解析結果と比較する．ここで用いるエンドミル加工システムモデルは，4.2 節で述べた，クロスコンプライアンスをゼロと仮定した 2 次元エンドミル加工システムのゼロ次近似法モデルとする．X 方向と Y 方向それぞれの支配モードの動特性は等方性とし，等価質量  $m_x$ ,  $m_y$  は 3 kg, 等価減衰  $c_x$ ,  $c_y$  は 300 Ns/m, 等価剛性  $k_x$ ,  $k_y$  は 30 N/ $\mu\text{m}$  とする．加工条件は表 5.1 に示す条件を想定する．また突切り加工システムについては，背分力方向の支配モードの等価質量，等価減衰，等価剛性を，それぞれ 3 kg, 300 Ns/m, 30 N/ $\mu\text{m}$  とし，背分力方向の比切削抵抗は 450 MPa とする．

**Table 5.1** Cutting model parameters for milling stability analysis

Immersion angle rad	$0 - \pi/3$ (Up-cut)
Number of teeth	2
Spindle speed $\text{min}^{-1}$	1000 – 5000
Tangential specific cutting force MPa	1500
Force ratio	0.3

図 5.1 に動特性が等方性である場合のエンドミル加工システムの安定性解析結果を示す．また図 5.2 には，突切り加工システムの安定性解析結果を示す．図 5.2(a)の縦軸値は図 5.1(a)とは異なり，切削幅である．

前述したとおり，図 5.2 に示す突切り加工システムの安定性解析では再生効果のみが作用し，モードカップリング効果は作用しない．その場合の自励振動の周波数は，図 5.2(b)に示すとおり，支配モードの固有振動数より高い値をとる．また位相差は，図 5.2(c)に示すとおり， $\pi$  rad から  $2\pi$  rad の間の値をとる．一方，図 5.1(b)(c)に示すとおり，エンドミル加工システムの安定性解析結果では，自励振動の周波数は支配モードの固有振動数より低い値から高い値までをとり，位相差は  $\pi$  rad 以下の値もとる．これらの傾向は，モードカップリング効果が作用していることをあらわす特徴と推測される．ここで図 5.1 の安定性解析に用いたエンドミル加工システムモデルでは，クロスコンプライアンスをゼロとしていることより，このモデルにおいて X 方向と Y 方向の間で発生するモードカップリング効果は，切削力係数行列の直流成分  $[A_0]$  (式(4.5)) のクロス項  $\alpha_{0xy}$  および  $\alpha_{0yx}$  に起因するものと考えられる．またその考え方にもとづけば， $[A_0]$  のダイレクト項  $\alpha_{0xx}$  および  $\alpha_{0yy}$  は主に再生効果へ関与していると考えられる．したがって， $[A_0]$  のダイレクト項



**Fig.5.1** Example of milling stability

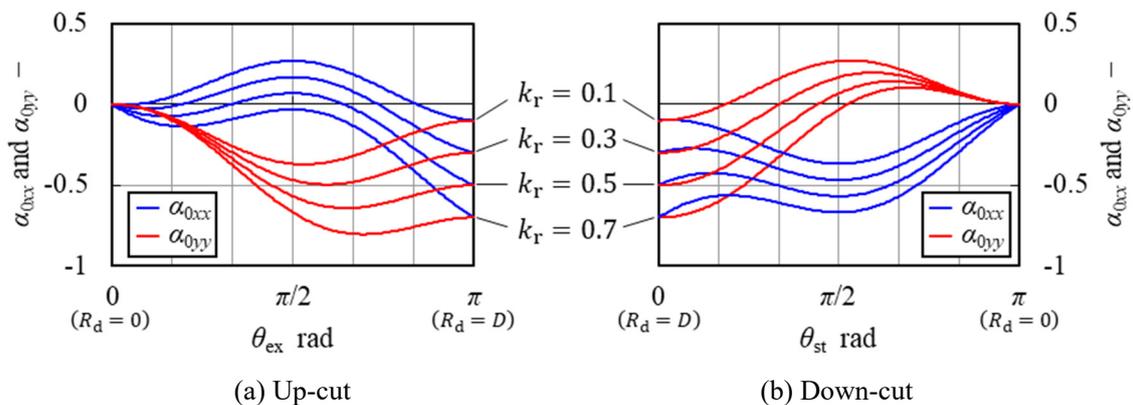
**Fig.5.2** Example of stability  
in plunge cutting

$\alpha_{0xx}$ ,  $\alpha_{0yy}$  は再生効果による振動のゲイン，クロス項  $\alpha_{0xy}$ ,  $\alpha_{0yx}$  はモードカップリング効果による振動のゲインとみなせる．以上の考え方にもとづき，5.2.2 項，5.2.3 項では  $[A_0]$  のダイレクト項，またはクロス項をゼロとおくことで再生効果とモードカップリング効果の影響を分離して，それぞれの原理における切削力係数行列のバランスと動特性のバランス，および振動安定性との関係を調査する．

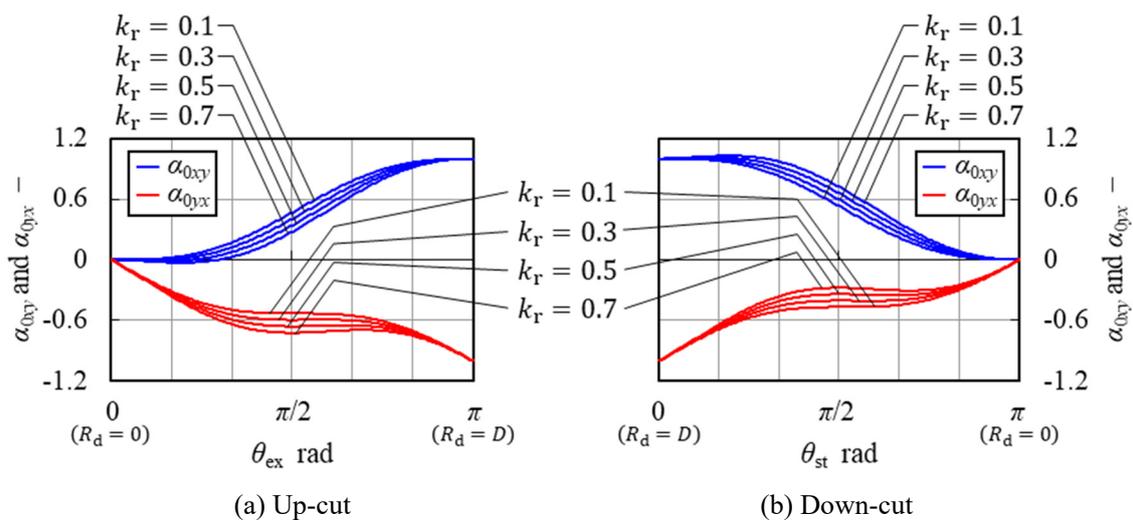
続いて振動のゲインとみなせる  $[A_0]$  の各項が切削条件の変化に対してどのように変化し，どのようなバランスとなるかを確認する．式(4.5)を用いて，アップカットでは切削開始角度  $\theta_{st}$  を  $0 \text{ rad}$  として切削終了角度  $\theta_{ex}$  を変化させ，ダウンカットでは  $\theta_{ex}$  を  $\pi \text{ rad}$  として  $\theta_{st}$  を変化させたときの  $[A_0]$  の各項を計算する．刃数  $N$  は 2 とし，分力比  $k_r$  は 0.1, 0.3, 0.5, 0.7 についてそれぞれ求める．

アップカットおよびダウンカットの場合の  $[A_0]$  のダイレクト項  $\alpha_{0xx}$ ,  $\alpha_{0yy}$ ，およびクロス項  $\alpha_{0xy}$ ,  $\alpha_{0yx}$  をそれぞれ図 5.3, 図 5.4 に示す．また表 5.2 には  $[A_0]$  の数値例として， $N$  が 2，分力比  $k_r$  が 0.3 で，半径方向切込み深さ  $R_d$  が工具直径  $D$  の 1/4 倍，1/2 倍，ま

たは  $D$  に等しい場合の  $[A_0]$  を示す. 図 5.3 に示す  $[A_0]$  のダイレクト項  $\alpha_{0xx}$ ,  $\alpha_{0yy}$  についてその絶対値に着目すると, アップカットでは  $|\alpha_{0xx}| < |\alpha_{0yy}|$  となる場合が多く, ダウンカットでは  $|\alpha_{0xx}| > |\alpha_{0yy}|$  となる場合が多い.  $R_d = D$  のスロッシングの条件では,  $|\alpha_{0xx}|$  および  $|\alpha_{0yy}|$  はそれぞれ  $Nk_r/2$  に等しくなる.



**Fig.5.3** Variation of  $\alpha_{0xx}$  and  $\alpha_{0yy}$  at  $N = 2$



**Fig.5.4** Variation of  $\alpha_{0xy}$  and  $\alpha_{0yx}$  at  $N = 2$

**Table 5.2** Value of  $[A_0]$  at  $N = 2$  and  $k_r = 0.3$

	Quarter immersion Immersion angle: $\pi/3$ rad	Half immersion Immersion angle: $\pi/2$ rad	Full immersion (= Slotting) Immersion angle: $\pi$ rad
Up-cut	$\begin{bmatrix} 0.0974 & 0.124 \\ -0.543 & -0.297 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.168 & 0.405 \\ -0.595 & -0.468 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.300 & 1.00 \\ -1.00 & -0.300 \end{bmatrix}$
Down-cut	$\begin{bmatrix} -0.380 & 0.267 \\ -0.400 & 0.180 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.468 & 0.595 \\ -0.405 & 0.168 \end{bmatrix}$	$\left( = \begin{bmatrix} -Nk_r/2 & N/2 \\ -N/2 & -Nk_r/2 \end{bmatrix} \right)$

また図 5.4 に示すクロス項  $\alpha_{0xy}$ ,  $\alpha_{0yx}$  についてもその絶対値に着目すると,  $R_d$  が小さい条件では,  $k_r$  や切削方向 (アップカット/ダウンカット) によらず  $|\alpha_{0xy}|$  はゼロに近づく,  $R_d = D$  においては,  $|\alpha_{0xy}|$  および  $|\alpha_{0yx}|$  はそれぞれ  $N/2$  となる. なお  $\alpha_{0xy}$  と  $\alpha_{0yx}$  の符号については, 図 5.4(a)に示すアップカットの場合の  $\alpha_{0xy}$  のみ,  $\theta_{ex}$  の大きさによってその符号が変化し,  $\theta_{ex}$  が小さい条件では  $\alpha_{0xy} < 0$ ,  $\theta_{ex}$  が一定の大きさを上回ると  $\alpha_{0xy} > 0$  となる. アップカットの  $\alpha_{0xy}$  の符号が変化する  $\theta_{ex}$  (つまり  $R_d$ ) は  $k_r$  によって異なり,  $k_r$  が大きくなるほど  $\alpha_{0xy}$  の符号が変化する  $R_d$  も大きくなる. 図 5.4(a)に示すダウンカットの場合の  $\alpha_{0xy}$  は  $R_d$  および  $k_r$  によらず  $\alpha_{0xy} > 0$  となる, また,  $\alpha_{0yx}$  はアップカットとダウンカットのいずれについても  $R_d$  および  $k_r$  によらず  $\alpha_{0yx} < 0$  となる.

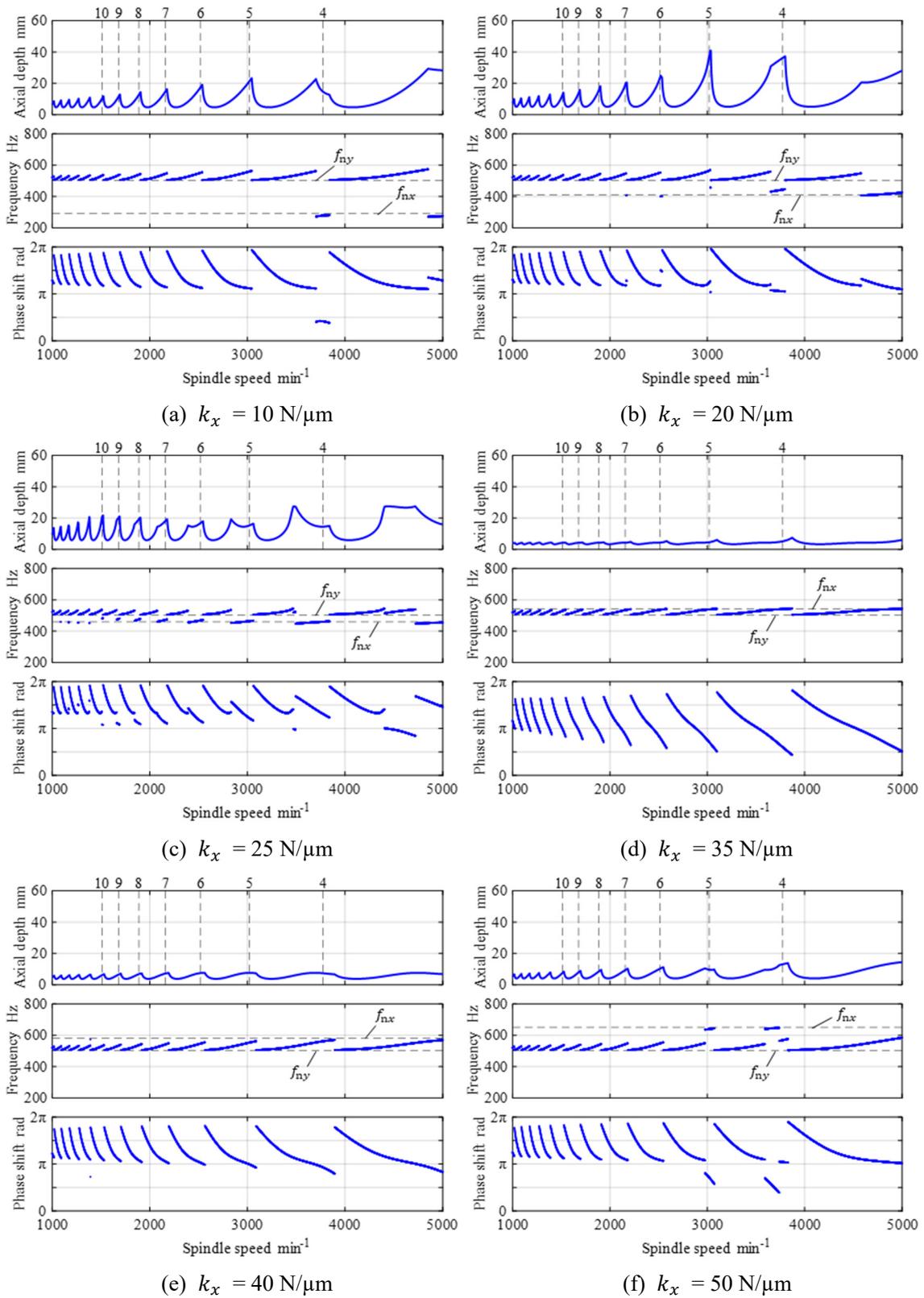
次に, 支配モードの動特性に異方性がある場合の, 2次元エンドミル加工システムの安定性解析結果について, その特徴を確認する. ここでの安定性解析にも, クロスコンプライアンスをゼロと仮定した2次元エンドミル加工システムのゼロ次近似法モデル (4.2 節) を用いる. 刃数  $N$ , 主分力方向の比切削抵抗  $K_t$ , 分力比  $k_r$  は, 図 5.1 と同じく, それぞれ 2, 1500 MPa, 0.3 とした. 切削関与角も同じく  $\pi/3$  rad とし, 切削方向はアップカット, またはダウンカットとする. 動特性パラメータは図 5.1 で設定した条件を基準値として,  $k_x$  のみ, または  $k_y$  のみを 10, 20, 25, 35, 40, 50 N/ $\mu$ m のいずれかへ変化させる.

アップカットで  $k_x$  のみを変化させた場合を図 5.5 に,  $k_y$  のみを変化させた場合を図 5.6 に, ダウンカットで  $k_x$  のみを変化させた場合を図 5.7 に,  $k_y$  のみを変化させた場合を図 5.8 にそれぞれ示す. 横軸は回転速度であり, 縦軸は上段の図から順に軸方向切込み深さ, 自励振動の周波数, および位相差である. 上段の図中の点線は,  $k_m$  を正の整数として, 切れ刃通過周波数の整数倍  $k_m/T = k_m n N / 60$  が支配モードの固有振動数と一致する回転速度, つまり共振回転速度をあらわしている. ただしアップカット (図 5.5, 図 5.6) については Y 方向の固有振動数  $f_{ny}$  から求めた共振回転速度, ダウンカット (図 5.7, 図 5.8) については X 方向の固有振動数  $f_{nx}$  から求めた共振回転速度としている. また,  $k_m$  は最大で 10 とし, 各点線の上部に  $k_m$  の値を示している. 中段の図中には  $f_{nx}$ ,  $f_{ny}$  をそれぞれ点線で示している.

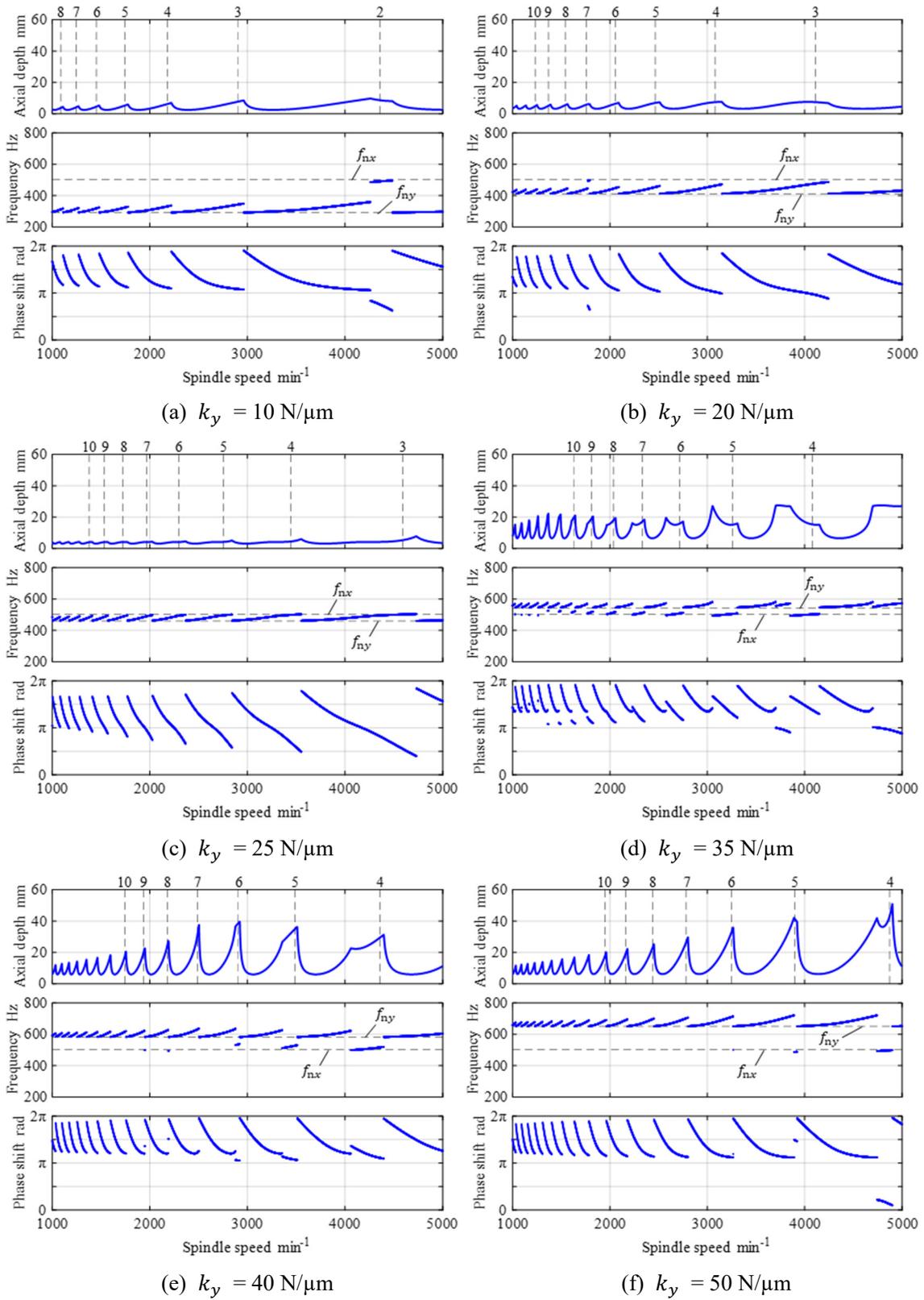
図 5.5～図 5.8 からは、以下の傾向が確認できる。

- 傾向① アップカット (図 5.5, 図 5.6) では、 $k_x$  または  $k_y$  を変化させることにより  $f_{ny} > f_{nx}$  となる場合において、 $f_{ny} < f_{nx}$  となる場合より安定限界切込み深さは大きくなり、ダウンカット (図 5.7, 図 5.8) では  $f_{nx} > f_{ny}$  となる場合において、 $f_{nx} < f_{ny}$  となる場合より安定限界切込み深さが大きくなる。
- 傾向② 安定限界切込み深さがピーク値をとる回転速度は、おおむね、アップカット (図 5.5, 図 5.6) では  $f_{ny}$  から求められる共振回転速度、ダウンカット (図 5.7, 図 5.8) では  $f_{nx}$  から求められる共振回転速度となる。
- 傾向③ 自励振動の周波数は、おおむね、アップカット (図 5.5, 図 5.6) では  $f_{ny}$  より高い値、ダウンカット (図 5.7, 図 5.8) では  $f_{nx}$  より高い値をとる。
- 傾向④ 位相差は、おおむね  $\pi$  rad から  $2\pi$  rad の間の値をとり、 $0$  rad から  $\pi$  rad の間の値をとる場合もあるが、アップカット (図 5.5, 図 5.6) で  $f_{ny} < f_{nx}$ 、ダウンカット (図 5.7, 図 5.8) で  $f_{nx} < f_{ny}$  となる不安定条件では  $\pi$  rad 未満から  $\pi$  rad 以上までを連続的にとる。

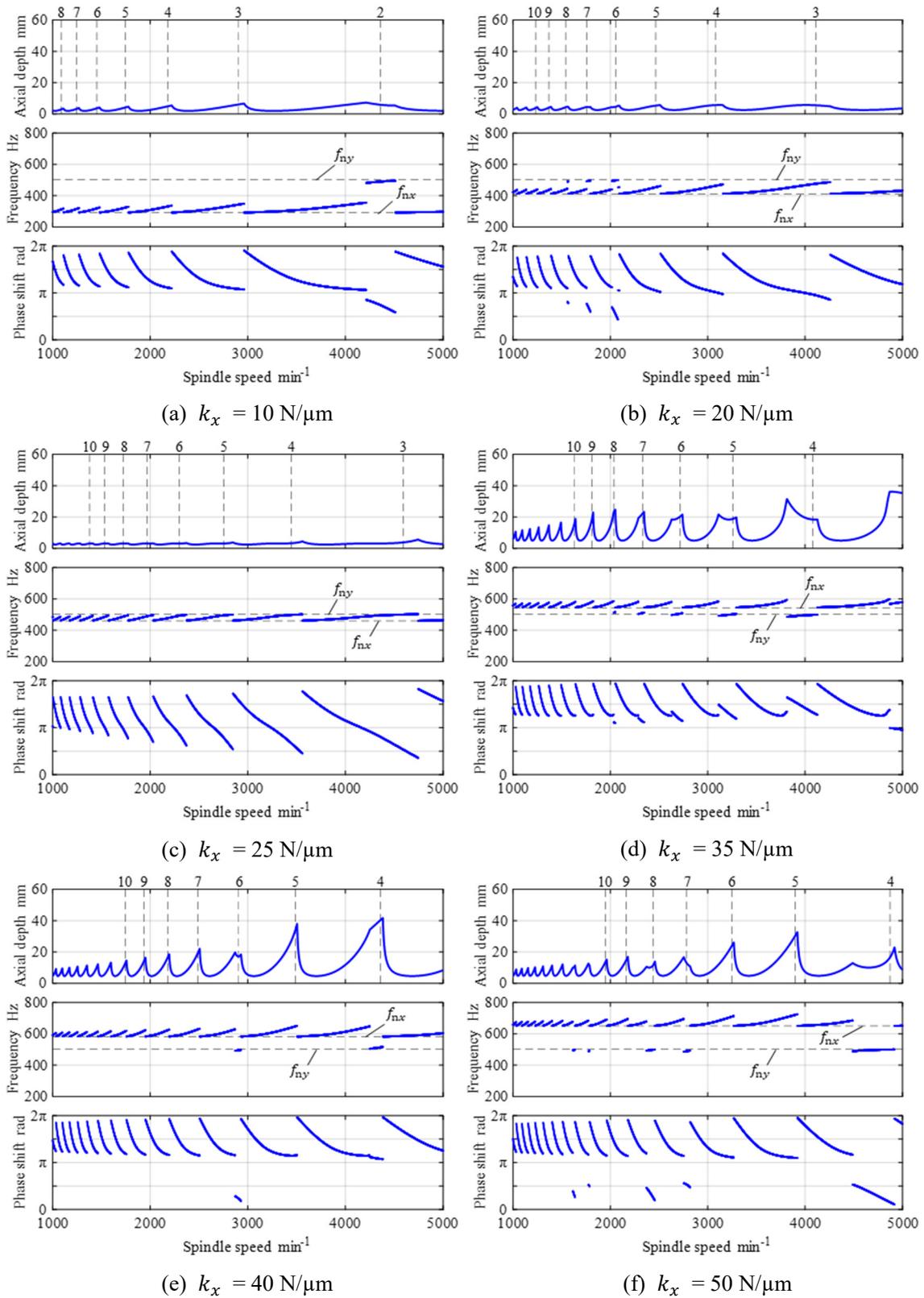
上記の傾向のうち、傾向①は第 4 章の結論 1) に等しい。これに傾向②、および傾向③を勘案すると、アップカットでは送り方向、ダウンカットでは半径方向の支配モードの動特性が、主に加工安定性を決定すると考えられる。5.2.2 項、および 5.2.3 項では、これらの傾向についても考察を加える。



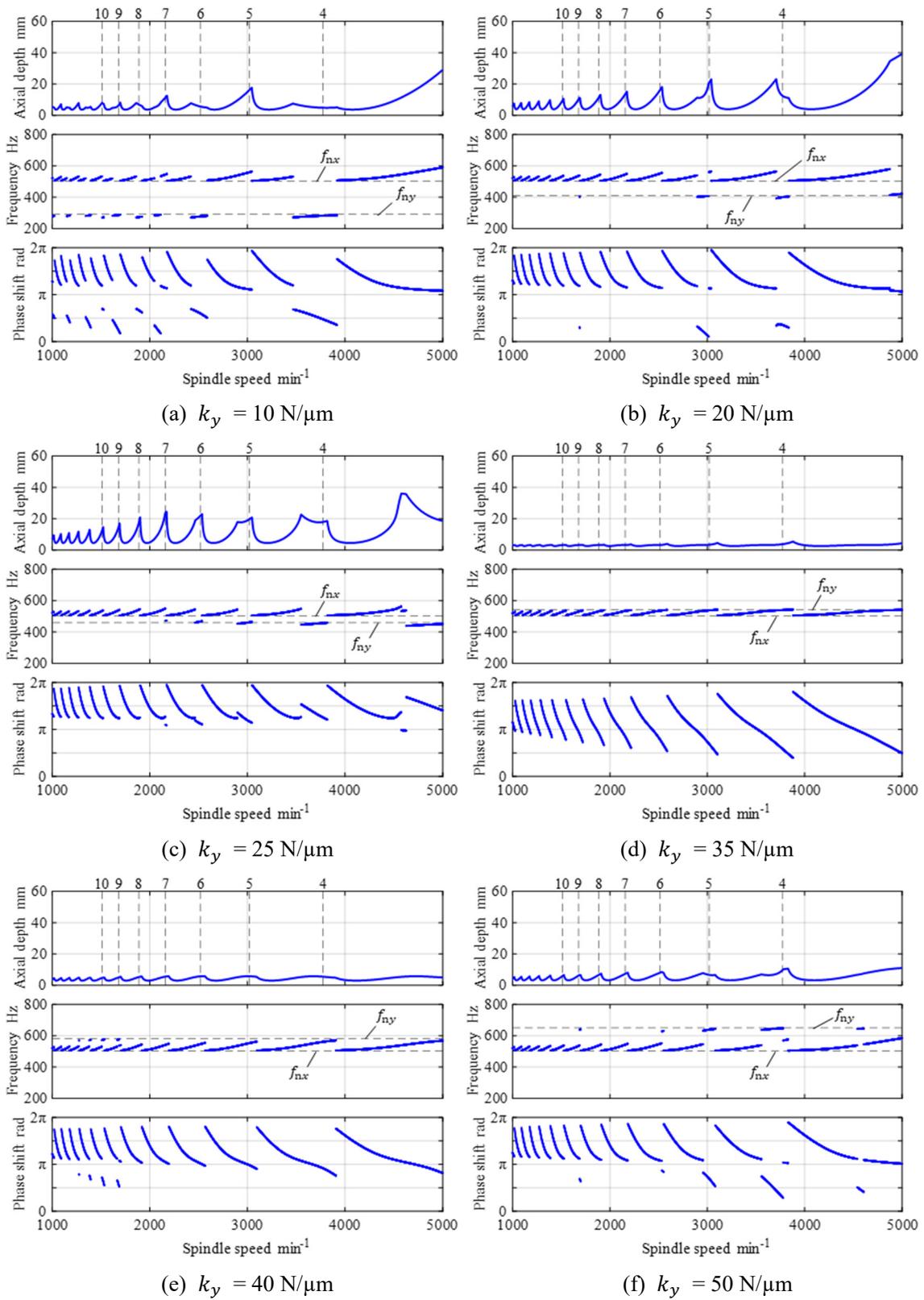
**Fig.5.5** Simulated up-milling stability using zero order approximation at  $m_x = m_y = 3 \text{ kg}$ ,  $c_x = c_y = 300 \text{ Ns/m}$ ,  $k_y = 30 \text{ N}/\mu\text{m}$



**Fig.5.6** Simulated up-milling stability using zero order approximation at  $m_x = m_y = 3 \text{ kg}$ ,  $c_x = c_y = 300 \text{ Ns/m}$ ,  $k_x = 30 \text{ N}/\mu\text{m}$



**Fig.5.7** Simulated down-milling stability using zero order approximation at  $m_x = m_y = 3 \text{ kg}$ ,  $c_x = c_y = 300 \text{ Ns/m}$ ,  $k_y = 30 \text{ N}/\mu\text{m}$



**Fig.5.8** Simulated down-milling stability using zero order approximation at  $m_x = m_y = 3 \text{ kg}$ ,  $c_x = c_y = 300 \text{ Ns/m}$ ,  $k_x = 30 \text{ N}/\mu\text{m}$

### 5.2.2 切削力係数行列のダイレクト項のみを考慮したエンドミル加工の振動安定性

本項では切削力係数行列のダイレクト項のみを考慮した場合のエンドミル加工の振動安定性について、その特徴を明らかにする。具体的には、クロスコンプライアンスをゼロと仮定した2次元エンドミル加工システムのゼロ次近似法モデル(4.2節)において、さらに切削力係数行列の直流成分 $[A_0]$ のクロス項 $\alpha_{0xy}$ ,  $\alpha_{0yx}$ をゼロと仮定した仮想的な条件のもとで式展開をおこない、エンドミル加工プロセスの $[A_0]$ のダイレクト項のバランスと機械システムの動特性のバランス、およびエンドミル加工システムの振動安定性との関係を考察する。

$\alpha_{0xy}$ ,  $\alpha_{0yx}$ をゼロと仮定すると、特性方程式(式(4.6)~式(4.8))は次式となる。

$$\alpha_{0xx}\alpha_{0yy}G_{xx}(i\omega_c)G_{yy}(i\omega_c)\Lambda^2 + [\alpha_{0xx}G_{xx}(i\omega_c) + \alpha_{0yy}G_{yy}(i\omega_c)]\Lambda + 1 = 0 \quad (5.1)$$

式(5.1)を $\Lambda$ について解けば、次式が得られる。

$$\Lambda = -\frac{1}{\alpha_{0pp}G_{pp}(i\omega_c)} = \Lambda_p \quad (p = x \text{ or } y) \quad (5.2)$$

式(5.2)より $\alpha_{0xy}$ ,  $\alpha_{0yx}$ をゼロと仮定した場合の $\Lambda$ は、X方向またはY方向の特性のみによって決まるとわかる。つまり本項で想定するエンドミル加工システムではモードカップリング効果は作用せず、再生効果のみが作用するといえる。

またダイレクトコンプライアンス $G_{pp}(i\omega)$  ( $p = x$  or  $y$ )の固有角振動数、減衰比、および等価剛性をそれぞれ $\omega_{np}$ ,  $\zeta_p$ ,  $k_p$ とし、 $\beta_p = \frac{\omega_c}{\omega_{np}}$ とおけば、 $G_{pp}(i\omega_c)$ は次のようにあらわされる。

$$G_{pp}(i\omega_c) = \frac{1}{k_p(1 - \beta_p^2 + 2\zeta_p\beta_p i)} \quad (p = x \text{ or } y) \quad (5.3)$$

式(5.3)を式(5.2)へ代入すれば次のように $\Lambda_p$ を実部 $\Lambda_{Rp}$ と虚部 $\Lambda_{Ip}$ に分離してあらわせる。

$$\Lambda_p = \Lambda_{Rp} + i\Lambda_{Ip} = \frac{k_p(\beta_p^2 - 1)}{\alpha_{0pp}} - \frac{2k_p\zeta_p\beta_p}{\alpha_{0pp}}i \quad (p = x \text{ or } y) \quad (5.4)$$

よって、式(5.4)を式(4.1), 式(4.2)へそれぞれ代入すれば、次式を得る。

$$a_{\text{lim}} = \frac{k_p(1-\beta_p^2)}{K_t\alpha_{0pp}} \left[ 1 + \left( \frac{2\zeta_p\beta_p}{1-\beta_p^2} \right)^2 \right] = a_{\text{lim}p} \quad (p = x \text{ or } y) \quad (5.5)$$

$$\varepsilon = \pi - 2 \tan^{-1} \frac{2\zeta_p\beta_p}{1-\beta_p^2} = \varepsilon_p \quad (p = x \text{ or } y) \quad (5.6)$$

式(5.5), 式(5.6)より, 安定限界切込み深さ  $a_{\text{lim}}$ , および位相差  $\varepsilon$  についても X 方向または Y 方向の特性のみによって決まるとわかる. そこで以下ではそれぞれを  $a_{\text{lim}x}$ ,  $a_{\text{lim}y}$ ,  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  とあらわすものとする.

本項で想定するエンドミル加工システムの安定限界切込み深さ  $a_{\text{lim}}$  が  $a_{\text{lim}x}$  と  $a_{\text{lim}y}$  のいずれか小さいほうとなることは明らかであるが, その大小関係は自励振動の角振動数  $\omega_c$  に応じて逆転し得る. また式(5.5)より,  $a_{\text{lim}x}$  は  $\alpha_{0xx}$  に,  $a_{\text{lim}y}$  は  $\alpha_{0yy}$  にそれぞれ反比例する. ここで  $\alpha_{0xx}$  と  $\alpha_{0yy}$  の絶対値の大小関係は 5.2.1 項で述べたとおり, アップカットでは  $|\alpha_{0xx}| < |\alpha_{0yy}|$  となる場合が多く, ダウンカットでは  $|\alpha_{0xx}| > |\alpha_{0yy}|$  となる場合が多い. したがって,  $a_{\text{lim}x}$  と  $a_{\text{lim}y}$  はそれぞれ正の実数をとると仮定すれば,  $G_{xx}$  と  $G_{yy}$  とに大きな差がない場合においては, アップカットでは主に  $a_{\text{lim}y}$ , ダウンカットでは主に  $a_{\text{lim}x}$  が, 本項で想定するエンドミル加工システムの安定限界切込み深さとなる. これは 5.2.1 項の傾向②, すなわち図 5.5~図 5.8 において安定限界切込み深さがピーク値をとる回転速度は, アップカットでは送り方向の固有振動数  $f_{ny}$  から求められる共振回転速度, ダウンカットでは半径方向の固有振動数  $f_{nx}$  から求められる共振回転速度でおおむね説明付けられることと整合する.

また位相差  $\varepsilon$  は,  $a_{\text{lim}}$  を決定しているのが  $a_{\text{lim}x}$  であれば  $\varepsilon_x$  となり,  $a_{\text{lim}y}$  であれば  $\varepsilon_y$  となる. ここで  $\omega_c$  や  $\varepsilon$  がとり得る値を考える.

(i) アップカットで  $a_{\text{lim}} = a_{\text{lim}y}$  となる場合

式(4.5)より, アップカット ( $\theta_{\text{st}} = 0$ ,  $0 < \theta_{\text{ex}} \leq \pi$ ) では半径方向切込み深さ  $R_d$  や分力比  $k_r$  によらず  $\alpha_{0yy} < 0$  である. そのため, 式(5.5)より, アップカットで  $a_{\text{lim}y} > 0$  となるためには  $1 - \beta_y^2 < 0$  でなければならない. すなわち自励振動の角振動数は  $\omega_c > \omega_{ny}$  となる. またこのとき, 位相差は  $\varepsilon_y$  となり  $\pi$  rad から  $2\pi$  rad の間の値をとる. したがってアップカットで再生型の自励振動が支配的に発生する場合には,  $\omega_c$  と  $\varepsilon$  はおおむね  $\omega_c > \omega_{ny}$  かつ  $\pi < \varepsilon (= \varepsilon_y) < 2\pi$  となると考えられる.

(ii) アップカットで  $a_{\text{lim}} = a_{\text{lim}x}$  となる場合

4.3.2 項で述べたとおり, アップカットでは  $R_d$  が中程度の場合に  $\alpha_{0xx} > 0$  となる. このとき, 式(5.5)より,  $a_{\text{lim}x} > 0$  となるためには  $1 - \beta_x^2 > 0$  でなければならない. すなわち  $\omega_c < \omega_{nx}$  となる. また, この場合の位相差は  $\varepsilon_x$  となり 0 から  $\pi$  の間の値をとる. アップカットの  $\alpha_{0xx}$  は  $R_d$  や  $k_r$  によって  $\alpha_{0xx} < 0$  となる場合もあり, その条件で  $a_{\text{lim}} = a_{\text{lim}x}$  となるときには,  $\omega_c > \omega_{nx}$ ,  $\pi < \varepsilon (= \varepsilon_x) < 2\pi$  となる.

ダウンカットについても同様に説明付けられ, ダウンカットで再生型の自励振動が支配

的に発生する場合には、 $\omega_c$  と  $\varepsilon$  はおおむね  $\omega_c > \omega_{nx}$  かつ  $\pi < \varepsilon < 2\pi$  となると考えられる。

以上をまとめると、 $[A_0]$  のダイレクト項のみを考慮する場合に  $\omega_c$  や  $\varepsilon$  がとり得る値は、 $\omega_c$  はアップカットではおおむね  $\omega_c > \omega_{ny}$ 、ダウンカットではおおむね  $\omega_c > \omega_{nx}$  となり、 $\varepsilon$  は切削方向によらずおおむね  $\pi < \varepsilon < 2\pi$  となる。なお  $\varepsilon$  は  $0 < \varepsilon < \pi$  をとることもあるが、式(5.6)において  $\zeta_p \beta_p$  は必ず正の実数でありゼロになることはないため  $\varepsilon = \pi$  となることはない。これらの結果は5.2.1項の傾向③、および傾向④と整合しており、図5.5～図5.8において  $f_{nx}$  と  $f_{ny}$  の差が大きい条件、つまりモードカップリング効果の作用が弱く再生型自励振動が支配的となっていると考えられる各図(a)や(f)より確認できる。

本項で得られた知見を適用できる動特性の異方性の程度は、 $\alpha_{0xx}$ 、 $\alpha_{0yy}$  が半径方向切込みや分力比の大きさに応じて変化する。異方性が極端に大きい場合に関しては、先行研究[25, 28]で明らかにされているように、支配モードのコンプライアンスの絶対値が大きい方向の1次元モデルへ近似される。

### 5.2.3 切削力係数行列のクロス項のみを考慮したエンドミル加工の振動安定性

本項では切削力係数行列のクロス項のみを考慮したエンドミル加工の振動安定性について、その特徴を明らかにする。具体的には、クロスコンプライアンスをゼロと仮定した2次元エンドミル加工システムのゼロ次近似法モデル(4.2節)において、さらに切削力係数行列の直流成分  $[A_0]$  のダイレクト項  $\alpha_{0xx}$ 、 $\alpha_{0yy}$  をゼロと仮定した仮想的な条件のもとで式展開をおこない、エンドミル加工プロセスの  $[A_0]$  のクロス項のバランスと機械システムの動特性のバランス、およびエンドミル加工システムの振動安定性との関係を考察する。

$\alpha_{0xx}$ 、 $\alpha_{0yy}$  をゼロと仮定すると、特性方程式(式(4.6)～式(4.8))は次式となる。

$$-\alpha_{0xy}\alpha_{0yx}G_{xx}(i\omega_c)G_{yy}(i\omega_c)\Lambda^2 + 1 = 0 \quad (5.7)$$

式(5.7)を  $\Lambda$  について解けば、次式が得られる。

$$\Lambda = \pm \frac{1}{\sqrt{\alpha_{0x}\alpha_{0yx}G_{xx}(i\omega_c)G_{yy}(i\omega_c)}} \quad (5.8)$$

また  $\Lambda$  は、ゼロ次近似法において次式のように定義される変数である。

$$\Lambda = \frac{1}{2}a_{\text{lim}}K_t(1 - e^{-i\omega_c T}) \quad (5.9)$$

よって、式(5.8)、式(5.9)より次式が得られる。

$$a_{\text{lim}} = \pm \frac{2}{K_t(1 - e^{-i\omega_c T})\sqrt{\alpha_{0xy}\alpha_{0yx}G_{xx}(i\omega_c)G_{yy}(i\omega_c)}} \quad (5.10)$$

式(5.10)には2方向のダイレクトコンプライアンス  $G_{xx}$  と  $G_{yy}$  が含まれており、本項で想定するエンドミル加工システムではモードカップリング効果が作用するとわかる。つまり  $[A_0]$  のクロス項  $\alpha_{0xy}$ ,  $\alpha_{0yx}$  がモードカップリング効果を生じさせるといえる。ただし式(5.10)には再生効果をあらわす  $1 - e^{-i\omega_c T}$  も含まれている。また、式(5.10)の右辺は複素数であるが、左辺の安定限界切込み深さ  $a_{\text{lim}}$  は実数であるため、右辺の虚部はゼロとなる必要がある[29]。自励振動の角振動数  $\omega_c$  が、右辺の虚部をゼロとする値となることで、式(5.10)は成立する。

式(5.10)より、本項で想定するエンドミル加工システムの  $a_{\text{lim}}$  を大きくするには  $|G_{xx}(i\omega_c)|$  および/または  $|G_{yy}(i\omega_c)|$  を小さくすればよいとわかる。これは第3章3.7節の結論1)で述べた減衰係数の効果と対応する。また  $G_{xx}$  と  $G_{yy}$  それぞれの固有角振動数  $\omega_{nx}$  と  $\omega_{ny}$  が近い場合、 $|G_{xx}(i\omega_c)|$  と  $|G_{yy}(i\omega_c)|$  は同時に大きくなりやすく、そのような角振動数  $\omega_c$  において  $a_{\text{lim}}$  は小さくなる。よって、本項で想定するエンドミル加工システムの自励振動の回避抑制には  $\omega_{nx}$  と  $\omega_{ny}$  との差を大きくすることも有効と推測できる。そして式(5.10)より、 $a_{\text{lim}}$  を大きくするには  $|\alpha_{0xy}\alpha_{0yx}|$  を小さくすればよいこともわかる。図5.9に、刃数  $N$  を2として求めた  $\alpha_{0xy}\alpha_{0yx}$  を示す。分力比  $k_r$  については0.1, 0.3, 0.5, 0.7の場合をそれぞれ求めた。図5.9より、 $k_r$  が0.1 ~ 0.7の範囲であれば  $\alpha_{0xy}\alpha_{0yx}$  に対する  $k_r$  の影響は小さく、 $\alpha_{0xy}\alpha_{0yx}$  は主に半径方向切込み深さ  $R_d$  に応じて変化するとわかる。そして  $R_d$  が工具直径  $D$  に等しいスロットィングのときに  $\alpha_{0xy}\alpha_{0yx}$  は最小値  $-(N/2)^2$  をとり、 $|\alpha_{0xy}\alpha_{0yx}|$  が最大となる。よって  $R_d$  が大きいほど本項で想定するエンドミル加工システムの自励振動の安定限界は低下すると推測される。

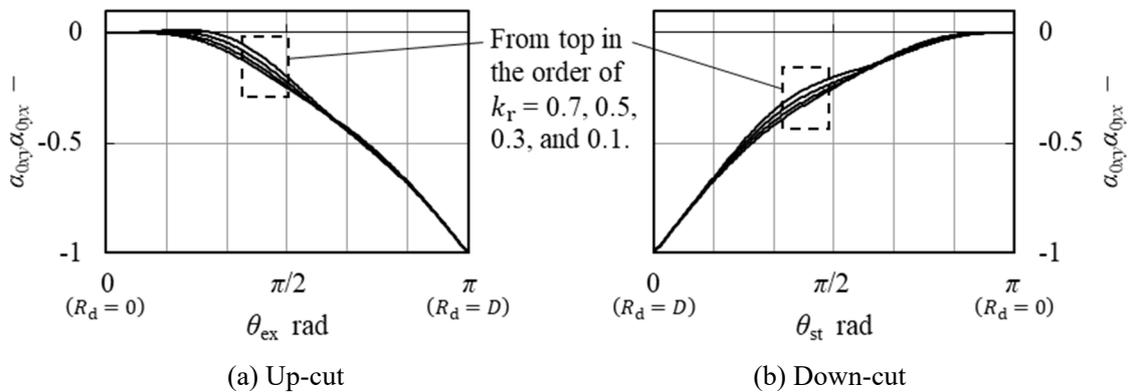


Fig.5.9 Variation of  $\alpha_{0xx}\alpha_{0yy}$  at  $N = 2$

続いて,  $\omega_c$  や位相差  $\varepsilon$  がとり得る値を調べる. そのため 5.2.2 項の式(5.4)と同様に  $\Lambda$  を実部  $\Lambda_R$  と虚部  $\Lambda_I$  へ分離する. 式(5.3)を式(5.8)へ代入すれば  $\Lambda$  は次のようにあらわせる.

$$\Lambda = \pm \sqrt{\frac{k_x k_y (\gamma_1 + \gamma_2 i)}{\alpha_{0xy} \alpha_{0yx}}} \quad (5.11)$$

ただし,  $\gamma_1, \gamma_2$  はそれぞれ次式であらわされる.

$$\gamma_1 = (1 - \beta_x^2)(1 - \beta_y^2) - 4\zeta_x \zeta_y \beta_x \beta_y \quad (5.12)$$

$$\gamma_2 = 2\zeta_x \beta_x (1 - \beta_y^2) + 2\zeta_y \beta_y (1 - \beta_x^2) \quad (5.13)$$

式(5.11)の  $\Lambda$  を実部  $\Lambda_R$  と虚部  $\Lambda_I$  へ分離してあらわすには,  $\gamma_2$  と  $\alpha_{0xy} \alpha_{0yx}$  の符号による場合分けが必要となる. 式(5.13)に示す  $\gamma_2$  は  $\omega_c = \sqrt{\frac{c_x k_y + c_y k_x}{m_x c_y + m_y c_x}}$  において  $\gamma_2 = 0$  とな

り,  $\omega_c < \sqrt{\frac{c_x k_y + c_y k_x}{m_x c_y + m_y c_x}}$  では  $\gamma_2 > 0$  となる. なお, 式(5.12)に示す  $\gamma_1$  は  $\omega_c = \sqrt{\frac{c_x k_y + c_y k_x}{m_x c_y + m_y c_x}}$  において  $\gamma_1 < 0$  となる. また, 5.2.1 項で述べたとおり,  $\alpha_{0xy}$  は  $R_d$  が小さいアップカットを除けば  $k_r$  によらず  $\alpha_{0xy} > 0$  となり,  $\alpha_{0yx}$  はアップカットとダウンカットのいずれについても  $R_d$  および  $k_r$  によらず  $\alpha_{0yx} < 0$  となる. よって,  $\alpha_{0xy} \alpha_{0yx}$  は  $R_d$  が小さいアップカットでは  $\alpha_{0xy} \alpha_{0yx} > 0$ , それ以外は  $\alpha_{0xy} \alpha_{0yx} < 0$  となる.

以下に  $\Lambda$  の  $\Lambda_R$  と  $\Lambda_I$  への分離, およびそれらを式(4.1), 式(4.2)へ代入して求めた安定限界切込み深さ  $a_{lim}$  と位相差  $\varepsilon$  を, それぞれ  $\alpha_{0xy} \alpha_{0yx}$  と  $\gamma_2$  の符号で場合分けして示す.

ケース①  $\alpha_{0xy} \alpha_{0yx} < 0, \gamma_2 < 0$  の場合

$$\Lambda = \pm \sqrt{-\frac{k_x k_y}{\alpha_{0xy} \alpha_{0yx}}} \left( \sqrt{\frac{-\gamma_1 + \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}}{2}} + \sqrt{\frac{\gamma_1 + \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}}{2}} i \right) \quad (5.14)$$

$$a_{lim} = \frac{1}{K_t} \sqrt{\frac{k_x k_y (\gamma_1 - \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2})}{2\alpha_{0xy} \alpha_{0yx}}} \left[ 1 + \frac{\gamma_1 + \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}}{-\gamma_1 + \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}} \right] \quad (5.15)$$

$$\varepsilon = \pi - 2 \tan^{-1} \sqrt{\frac{\gamma_1 + \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}}{-\gamma_1 + \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}}} \quad (5.16)$$

ケース②  $\alpha_{0xy}\alpha_{0yx} < 0$ ,  $\gamma_2 \geq 0$  の場合

$$\Lambda = \pm \sqrt{-\frac{k_x k_y}{\alpha_{0xy}\alpha_{0yx}}} \left( \sqrt{\frac{-\gamma_1 + \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}}{2}} - \sqrt{\frac{\gamma_1 + \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}}{2}} i \right) \quad (5.17)$$

$$a_{\text{lim}} = \frac{1}{K_t} \sqrt{\frac{k_x k_y (\gamma_1 - \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2})}{2\alpha_{0xy}\alpha_{0yx}}} \left[ 1 + \frac{\gamma_1 + \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}}{-\gamma_1 + \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}} \right] \quad (5.18)$$

$$\varepsilon = \pi + 2 \tan^{-1} \sqrt{\frac{\gamma_1 + \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}}{-\gamma_1 + \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}}} \quad (5.19)$$

ケース③  $\alpha_{0xy}\alpha_{0yx} > 0$ ,  $\gamma_2 < 0$  の場合

$$\Lambda = \pm \sqrt{\frac{k_x k_y}{\alpha_{0xy}\alpha_{0yx}}} \left( \sqrt{\frac{\gamma_1 + \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}}{2}} - \sqrt{\frac{-\gamma_1 + \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}}{2}} i \right) \quad (5.20)$$

$$a_{\text{lim}} = \frac{1}{K_t} \sqrt{\frac{k_x k_y (\gamma_1 + \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2})}{2\alpha_{0xy}\alpha_{0yx}}} \left[ 1 + \frac{-\gamma_1 + \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}}{\gamma_1 + \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}} \right] \quad (5.21)$$

$$\varepsilon = \pi + 2 \tan^{-1} \sqrt{\frac{-\gamma_1 + \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}}{\gamma_1 + \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}}} \quad (5.22)$$

ケース④  $\alpha_{0xy}\alpha_{0yx} > 0$ ,  $\gamma_2 > 0$  の場合

$$\Lambda = \pm \sqrt{\frac{k_x k_y}{\alpha_{0xy}\alpha_{0yx}}} \left( \sqrt{\frac{\gamma_1 + \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}}{2}} + \sqrt{\frac{-\gamma_1 + \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}}{2}} i \right) \quad (5.23)$$

$$a_{\text{lim}} = \frac{1}{K_t} \sqrt{\frac{k_x k_y (\gamma_1 + \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2})}{2\alpha_{0xy}\alpha_{0yx}}} \left[ 1 + \frac{-\gamma_1 + \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}}{\gamma_1 + \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}} \right] \quad (5.24)$$

$$\varepsilon = \pi - 2 \tan^{-1} \sqrt{\frac{-\gamma_1 + \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}}{\gamma_1 + \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}}} \quad (5.25)$$

式(5.18)は式(5.15)と、式(5.24)は式(5.21)とそれぞれ等しくなる。また前述のとおり  $\gamma_2 = 0$  のとき  $\gamma_1 < 0$  であることより、式(5.24)、および式(5.25)は  $\gamma_2 = 0$  のときに解をもたない。そのため、ケース④はケース②と異なり  $\gamma_2 > 0$  としている。

まず  $\alpha_{0xy}\alpha_{0yx} < 0$  の場合 (ケース①②) について整理する。式(5.15)の  $a_{lim}$  は任意の動特性バランスから求められる  $\gamma_1$  と  $\gamma_2$  について正の実数となる。よって  $\alpha_{0xy}\alpha_{0yx} < 0$  の場合において  $\omega_c$  がとり得る値には 5.2.2 項のような制約はない。ただし、 $\omega_c$  が  $\omega_{nx}$  と  $\omega_{ny}$  との間の値をとる場合に対し、その外側の値をとる場合は  $|G_{xx}(i\omega_c)G_{yy}(i\omega_c)|$  が小さくなることより自励振動は生じにくくなる。そのため、 $\omega_c$  はおおむね  $\omega_{nx}$  と  $\omega_{ny}$  との間の値をとることになる。また式(5.16)、式(5.19)の根号内は、いずれも任意の動特性バランスから求められる  $\gamma_1$  と  $\gamma_2$  について正の実数となる。よって  $\varepsilon$  がとり得る値は式(5.16)では  $0 < \varepsilon < \pi$ 、式(5.19)では  $\pi \leq \varepsilon < 2\pi$  となる。そして  $\alpha_{0xy}\alpha_{0yx} < 0$  の場合には  $\varepsilon$  は  $\pi$  rad 未満から  $\pi$  rad 以上までを連続的にとるとの結果が得られる。この  $\varepsilon$  についての結果は、5.2.1 項の傾向④で述べた、図 5.5～図 5.8 の不安定条件に見られる傾向と一致する。

一方  $\alpha_{0xy}\alpha_{0yx} > 0$  の場合 (ケース③④) については、前述のとおり、式(5.24)、および式(5.25)が  $\gamma_2 = 0$  のときに解をもたないことより、 $\omega_c$  は  $\omega_c \neq \sqrt{\frac{c_x k_y + c_y k_x}{m_x c_y + m_y c_x}}$  の任意の角振動数を取り、 $\varepsilon$  は  $0 < \varepsilon < \pi$ 、または  $\pi < \varepsilon < 2\pi$  の値をとるとの結果が得られる。

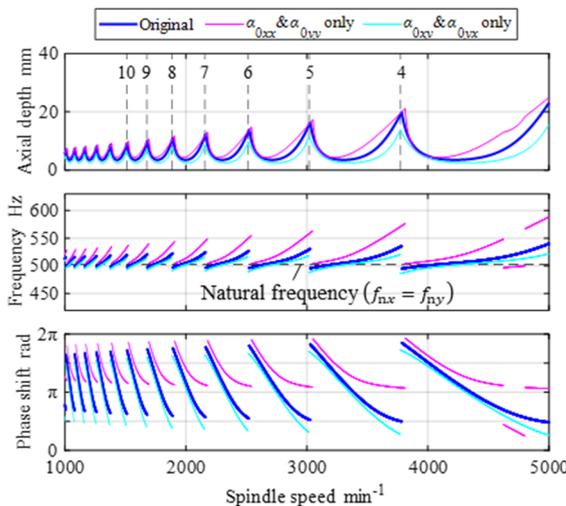
#### 5.2.4 動特性バランスによって振動安定性が向上するメカニズム

本項では、5.2.2 項と 5.2.3 項での考察をもとに、再生効果とモードカップリング効果が同時に作用するエンドミル加工において、機械システムのダイレクトコンプライアンスのバランスによってエンドミル加工システムの振動安定性が向上するメカニズムを考察する。具体的には、クロスコンプライアンスをゼロと仮定した 2 次元エンドミル加工システムのゼロ次近似法モデル (4.2 節) と、その切削力係数行列の直流成分のダイレクト項のみを考慮したモデル (5.2.2 項)、およびクロス項のみを考慮したモデル (5.2.3 項) での安定性解析結果の比較により、振動安定性向上のメカニズムがどのように説明付けられるかを考える。

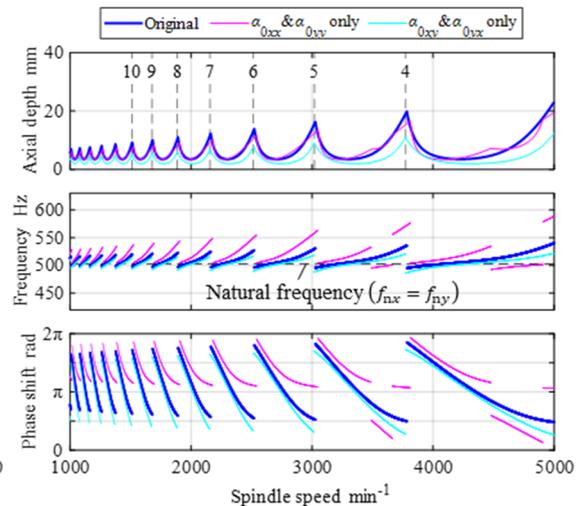
はじめに機械システムの動特性に異方性がない場合を考える。エンドミル加工プロセスの切削力係数行列の直流成分  $[A_0]$  についてダイレクト項  $\alpha_{0xx}$ 、 $\alpha_{0yy}$  とクロス項  $\alpha_{0xy}$ 、 $\alpha_{0yx}$  をいずれも考慮する通常のゼロ次近似法 (以下、通常条件) と、 $[A_0]$  を求めたのちクロス項  $\alpha_{0xy}$ 、 $\alpha_{0yx}$  を強制的にゼロとにおいてダイレクト項  $\alpha_{0xx}$ 、 $\alpha_{0yy}$  のみを考慮する条件 (以下、ダイレクト項のみの条件)、およびダイレクト項  $\alpha_{0xx}$ 、 $\alpha_{0yy}$  を強制的にゼロとにおいてクロス項  $\alpha_{0xy}$ 、 $\alpha_{0yx}$  のみを考慮する条件 (以下、クロス項のみの条件) でそれぞれ安定性解析を実施して比較する。機械システムの動特性条件は図 5.1 と同じく  $m_x = m_y = 3$  [kg]、 $c_x = c_y = 300$  [Ns/m]、 $k_x = k_y = 30$  [N/ $\mu$ m] とする。想定する加工条件は表 5.1 と同条件、または表 5.1 の条件に対し切削方向のみをアップカットからダウンカットへ変更した条件 ( $\theta_{st} = 2\pi/3$ 、 $\theta_{ex} = \pi$  [rad]) とする。

図 5.10, 図 5.11 に, 動特性に異方性がない場合の安定性解析結果の比較を示す. また, 図 5.10 の切削方向はアップカット, 図 5.11 はダウンカットである.

まず図 5.10 について述べる. 図 5.10 で想定する加工条件での  $\alpha_{0xx}$  と  $\alpha_{0yy}$  はそれぞれ  $\alpha_{0xx} = 0.0974$ ,  $\alpha_{0yy} = -0.297$  と求められる (表 5.2). つまり  $|\alpha_{0xx}| < |\alpha_{0yy}|$  であり, また  $\alpha_{0yy} < 0$ ,  $\alpha_{0xx} > 0$  である. そのため  $a_{lim}$  のうち, ダイレクト項のみの条件の  $a_{lim}$  は, 5.2.2 項での考察より  $4700 \text{ min}^{-1}$  付近を除く大部分の回転速度において  $a_{limy}$  となる (なお,  $4700 \text{ min}^{-1}$  付近は  $a_{limx}$  となる). 一方, クロス項のみの条件の  $a_{lim}$  は, ダイレクト項のみの条件の  $a_{lim}$  に対しておおむね小さく, 図 5.10 の回転速度範囲では 28~96% (平均 54%) となっている. そして通常条件の  $a_{lim}$  はおおむねそれらの中間値となっている. 次に図 5.10 の中段に示す自励振動の周波数  $f_c$  は, ダイレクト項のみの条件では上記  $a_{lim}$  の結果に対応して, おおむね  $f_c > f_{ny}$  ( $= f_{nx}$ ) となる. 一方, クロス項のみの条件の  $f_c$  は, 動特性に異方性がない条件では  $f_{ny}$  ( $= f_{nx}$ ) より低い値から高い値までをとる. つまり, ダイレクト項のみの条件とクロス項のみの条件とで  $f_c$  は一致しない. そして通常条件の  $f_c$  は, おおむねダイレクト項のみの条件とクロス項のみの条件の中間値をとるとわかる. 比較的, クロス項のみの条件の  $f_c$  に近い値をとる理由は, クロス項のみの条件の  $a_{lim}$  が, ダイレクト項のみの条件の  $a_{lim}$  より小さいことが影響していると考えられる. 最後に図 5.10 の下段に示す位相差  $\varepsilon$  は, ダイレクト項のみの条件とクロス項のみの条件とでそれぞれ 5.2.2 項, 5.2.3 項で導出した範囲の値をとり, 通常条件の  $\varepsilon$  は上記  $f_c$  と同じく, 比較的クロス項のみの条件に近い中間値をおおむねとるとわかる. なお通常条件の  $a_{lim}$  は,  $f_c$ ,  $\varepsilon$  とは



**Fig.5.10** Simulated up-milling stability using zero order approximation at  $m_x = m_y = 3 \text{ kg}$ ,  $c_x = c_y = 300 \text{ Ns/m}$ ,  $k_x = k_y = 30 \text{ N/}\mu\text{m}$



**Fig.5.11** Simulated down-milling stability using zero order approximation at  $m_x = m_y = 3 \text{ kg}$ ,  $c_x = c_y = 300 \text{ Ns/m}$ ,  $k_x = k_y = 30 \text{ N/}\mu\text{m}$

異なり，加工条件や動特性条件を変えると必ずしもダイレクト項のみの条件とクロス項のみの条件の中間値にはならない。

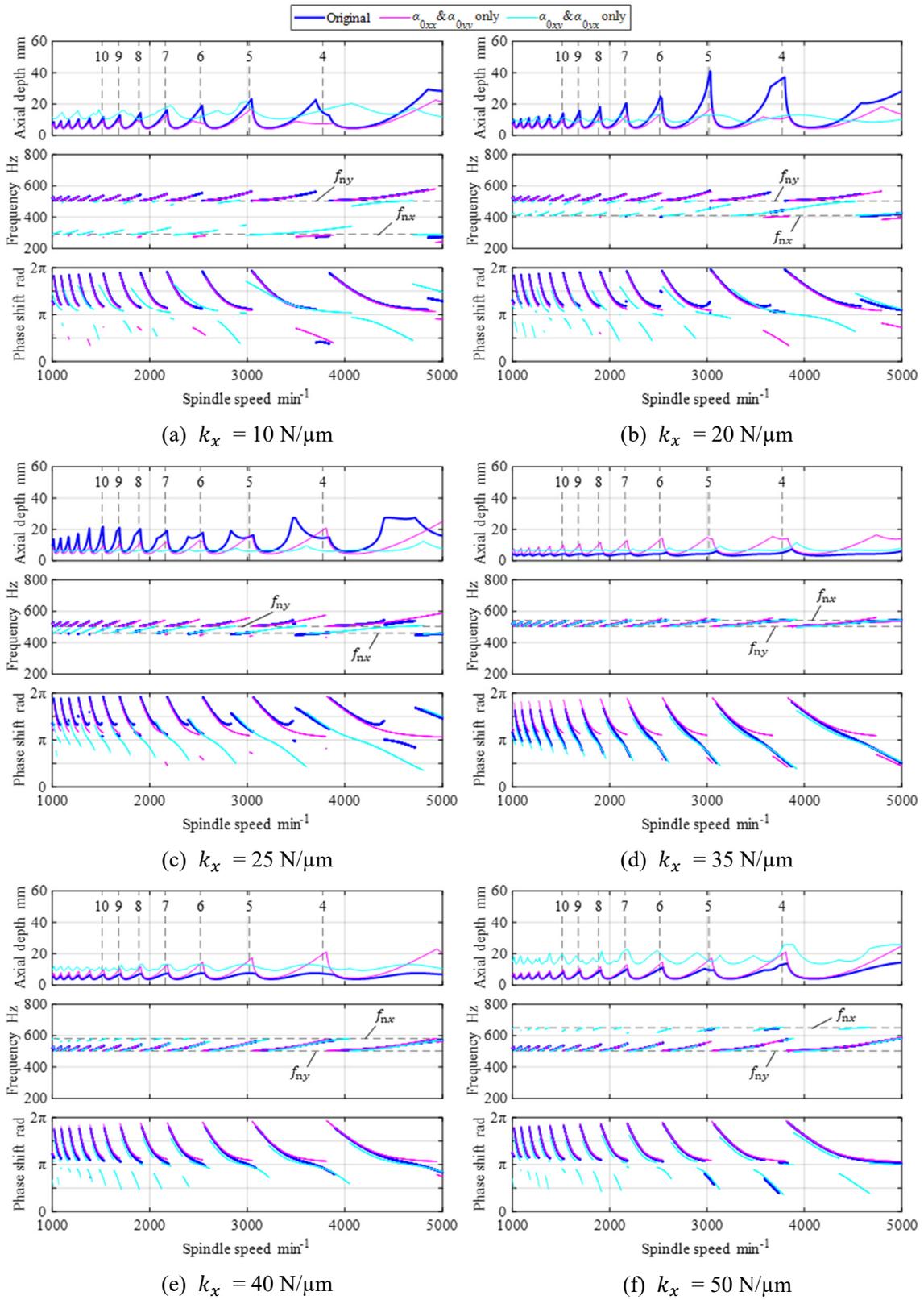
次に図 5.11 について述べる．図 5.11 で想定する加工条件での  $\alpha_{0xx}$  と  $\alpha_{0yy}$  はそれぞれ  $\alpha_{0xx} = -0.380$ ,  $\alpha_{0yy} = 0.180$  と求められる (表 5.2)．つまり  $|\alpha_{0xx}| > |\alpha_{0yy}|$  であり，また  $\alpha_{0xx} < 0$  である．そのため，図 5.11 の上段に示す，ダイレクト項のみの条件の  $a_{lim}$  の大部分は，X 方向の特性で決まる  $a_{limx}$  となるが，ダウンカットの  $\alpha_{0xx}$  はアップカットの  $\alpha_{0yy}$  より絶対値が大きいためアップカットの  $a_{lim}$  (主に  $a_{limy}$ ) より小さくなる．また  $\alpha_{0xy}\alpha_{0yx}$  の絶対値も，ダウンカットはアップカットより大きいため，クロス項のみの条件の  $a_{lim}$  もダウンカットはアップカットより小さくなる．これに対し，通常条件の  $a_{lim}$  はダウンカットとアップカットとで等しい．その結果ダウンカットでは，多くの回転速度において，通常条件の  $a_{lim}$  がダイレクト項のみの条件とクロス項のみの条件のいずれよりも大きくなる．なお，切削関与角の等しいアップカットとダウンカットとで通常のゼロ次近似法による安定性解析結果が等しくなるのは，動特性に異方性がない条件でのみ成立する特殊解である．切削関与角の等しいアップカットとダウンカットでは  $[A_0]$  の各行列成分は異なるが，任意の切削関与角について  $\alpha_{0xx}\alpha_{0yy} - \alpha_{0xy}\alpha_{0yx}$  と  $\alpha_{0xx} + \alpha_{0yy}$  は等しくなる． $\alpha_{0xx}\alpha_{0yy} - \alpha_{0xy}\alpha_{0yx}$  は式(4.7)の  $a_0$  の係数であり， $\alpha_{0xx} + \alpha_{0yy}$  は式(4.8)の  $a_1$  の  $G_{xx}(i\omega_c) = G_{yy}(i\omega_c)$  における係数である．つまり動特性に異方性がない条件では，切削関与角の等しいアップカットとダウンカットとで式(4.6)の特性方程式が一致するので，安定性解析結果は一致する．

動特性に異方性がない場合についての以上の内容を踏まえて，次に動特性に異方性がある場合を考える．図 5.5～5.8 と同じ加工条件および動特性条件で，図 5.10, 5.11 と同様に通常条件，ダイレクト項のみの条件，およびクロス項のみの条件の安定性をそれぞれ求める．

図 5.12～5.15 に，動特性に異方性がある場合の安定性解析結果の比較を示す．各図中段に示す  $f_c$  に注目すると，ダイレクト項のみの条件の  $f_c$  についてはアップカット (図 5.12, 5.13) ではおおむね  $f_c > f_{ny}$  となり，ダウンカット (図 5.14, 5.15) ではおおむね  $f_c > f_{nx}$  となるとわかる．一方，クロス項のみの条件の  $f_c$  はおおむね  $f_{nx}$  と  $f_{ny}$  の間の値をとるとわかる．その結果，アップカットでは  $f_{nx} < f_{ny}$  となるとき (図 5.12(a)～(c), 5.13(d)～(f))，またダウンカットでは  $f_{nx} > f_{ny}$  となるとき (図 5.14(d)～(f), 5.15(a)～(c)) には，ダイレクト項のみの条件の  $f_c$  とクロス項のみの条件の  $f_c$  は異なる値をとる．すなわち，再生型自励振動の周波数とモードカップリング型自励振動の周波数とが引き離される状態となる．そして通常条件で求めた  $f_c$  は，前記 2 つの  $f_c$  のいずれかと一致するか，または前記 2 つの  $f_c$  の中間値をとるとわかる (後者の傾向は，例えば図 5.12(c)の  $4500 \text{ min}^{-1}$  付近に見られる)．これらの結果より，アップカットで  $f_{nx} < f_{ny}$ ，ダウンカットで  $f_{nx} > f_{ny}$  であるときには，再生効果とモードカップリング効果のいずれか一方が支配的となり 2 つの自励振動が同調しない状態となるか，または 2 つの自励振動が最も不安定となる周波数からそれぞれ乖離した中間の周波数で振動する状態となると解釈できる．

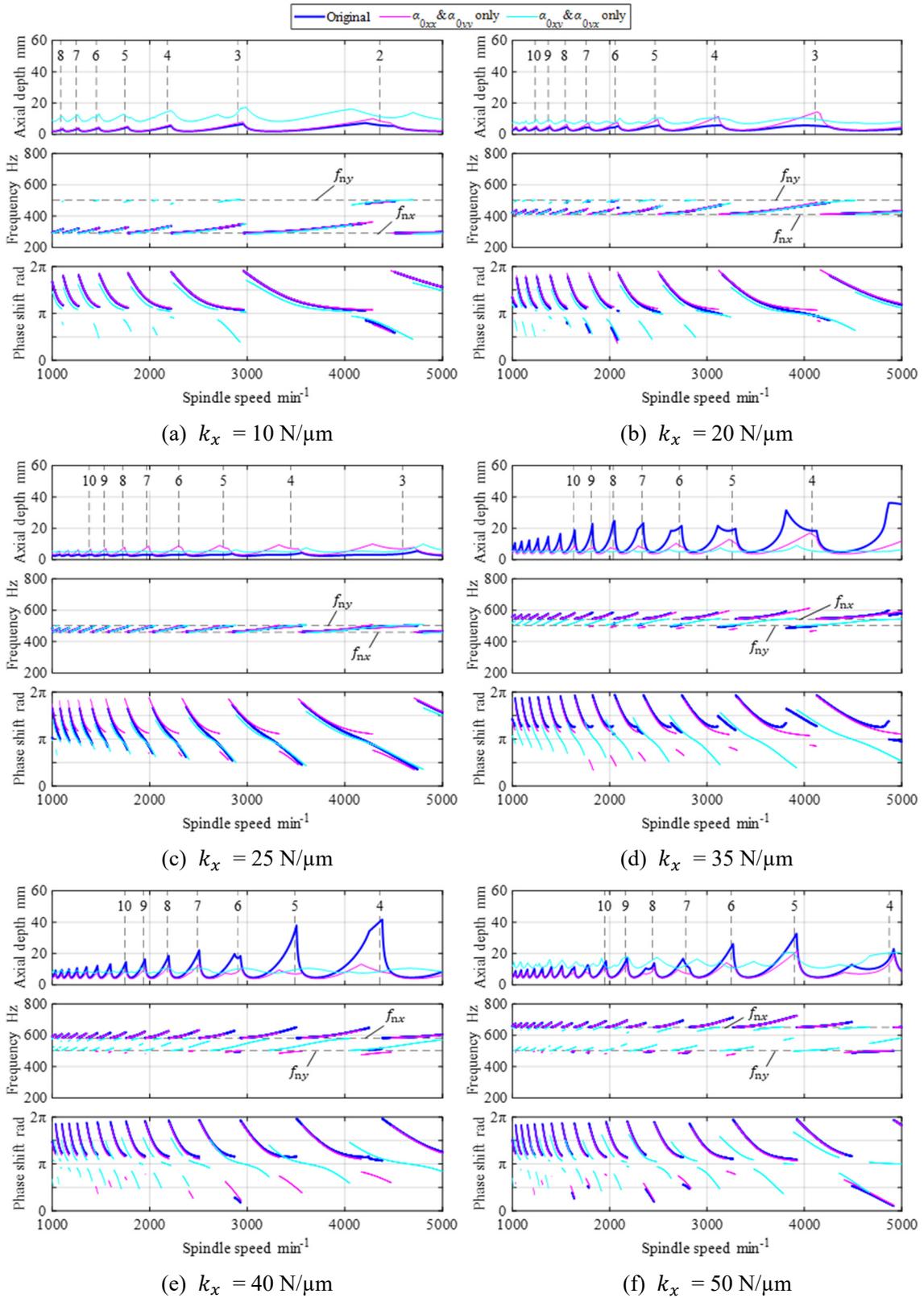
一方、アップカットでは  $f_{nx} > f_{ny}$  となる時（図 5.12(d)~(f), 5.13(a)~(c)）、またダウンカットでは  $f_{nx} < f_{ny}$  となる時（図 5.14(a)~(c), 5.15(d)~(f)）には、ダイレクト項のみの条件の  $f_c$  とクロス項のみの条件の  $f_c$  は多くの回転速度においてほぼ一致する。そして通常条件で求めた  $f_c$  もそれらと一致する。したがって、アップカットで  $f_{nx} > f_{ny}$ 、ダウンカットで  $f_{nx} < f_{ny}$  であるときには、再生型自励振動とモードカップリング型自励振動が同調して発生する状態となると解釈できる。

以上より、アップカットでは送り方向の固有振動数を半径方向の固有振動数よりも高くし、ダウンカットでは送り方向の固有振動数を半径方向の固有振動数よりも低くすると、加工安定性を向上できる物理的なメカニズムは、主に次のように説明できる：エンドミル加工システムで発生する再生型自励振動とモードカップリング型自励振動にはそれぞれとりやすい周波数帯域があり、機械システムの動特性バランスによって両者が引き離される場合には、再生効果とモードカップリング効果のいずれか一方が支配的となって 2 つの自励振動が同調しない状態となるため加工安定性が向上する。



**Fig.5.12** Simulated up-milling stability using zero order approximation at  $m_x = m_y = 3 \text{ kg}$ ,  $c_x = c_y = 300 \text{ Ns/m}$ ,  $k_y = 30 \text{ N}/\mu\text{m}$





**Fig.5.14** Simulated down-milling stability using zero order approximation at  $m_x = m_y = 3 \text{ kg}$ ,  $c_x = c_y = 300 \text{ Ns/m}$ ,  $k_y = 30 \text{ N}/\mu\text{m}$



### 5.3 クロスコンプライアンスがエンドミル加工の振動安定性に及ぼす影響

本節ではクロスコンプライアンスがエンドミル加工の振動安定性に及ぼす影響について考察する。

前節で想定したエンドミル加工システムモデルでは、クロスコンプライアンスをゼロと仮定した。この仮定のもとで図 3.2 に示すブロック線図を一巡するときの切削力と振動の伝達経路を、再生効果を省略してあらわすと以下の 4 経路となる。

$$\text{経路① } x \rightarrow \alpha_{0xx} \rightarrow F_x \rightarrow G_{xx} \rightarrow x$$

$$\text{経路② } y \rightarrow \alpha_{0yy} \rightarrow F_y \rightarrow G_{yy} \rightarrow y$$

$$\text{経路③ } x \rightarrow \alpha_{0yx} \rightarrow F_y \rightarrow G_{yy} \rightarrow y$$

$$\text{経路④ } y \rightarrow \alpha_{0xy} \rightarrow F_x \rightarrow G_{xx} \rightarrow x$$

5.2.2 項の再生型自励振動は、経路①または経路②を繰り返し通るループによって生じ、5.2.3 項のモードカップリング型自励振動は、経路③と経路④を交互に通るループによって生じると説明できる。振動の伝達経路としては経路①から経路④までをランダムに通るパターンも考えられるが、5.2.4 項でも述べたように再生型自励振動とモードカップリング型自励振動の周波数は必ずしも一致しないことより、ランダムな経路を通る振動がシステムの安定性へ及ぼす影響は、前記のループより相対的に小さいと考えられる。

一方、クロスコンプライアンスをゼロと仮定しない場合は、以下の 4 経路が加わって計 8 経路となる。

$$\text{経路⑤ } x \rightarrow \alpha_{0xx} \rightarrow F_x \rightarrow G_{yx} \rightarrow y$$

$$\text{経路⑥ } y \rightarrow \alpha_{0yy} \rightarrow F_y \rightarrow G_{xy} \rightarrow x$$

$$\text{経路⑦ } x \rightarrow \alpha_{0yx} \rightarrow F_y \rightarrow G_{xy} \rightarrow x$$

$$\text{経路⑧ } y \rightarrow \alpha_{0xy} \rightarrow F_x \rightarrow G_{yx} \rightarrow y$$

これにより、経路⑦または経路⑧を繰り返し通るループによって生じる再生型自励振動と、経路⑤と経路⑥をそれぞれ交互に通るループによって生じるモードカップリング型自励振動もエンドミル加工システムの振動安定性に影響することとなる。さらには経路③と経路⑥、および経路④と経路⑤をそれぞれ交互に通るループでのモードカップリング型自励振動も含まれる。

このような振動特性をもつエンドミル加工システムモデルに対して、鈴木ら[17]のクロスコンプライアンスを利用した振動抑制方法が適用可能であるかを考える。鈴木らの提案方法は、突切り加工やボーリング加工において、切削力の背分力方向成分の変動と背分力方向のダイレクトコンプライアンスに応じて発生する再生型自励振動を、切削力の主分力方向成分とクロスコンプライアンスに応じて発生する再生型自励振動で相殺する方法である。この鈴木らの提案方法をエンドミル加工へ適用可能かを考えるにあたり、まず経路①で発生する X 方向の再生型自励振動に着目すると、鈴木らの提案方法はこれを経路⑦で相殺する方法と説明できる。具体的にはダイレクトコンプライアンス  $G_{xx}(i\omega_c)$  および切削力係数  $\alpha_{0xx}$ ,  $\alpha_{0yx}$  のそれぞれの絶対値や符号を考慮してクロスコンプライアンス  $G_{xy}(i\omega_c)$  の絶

対値や位相を決定すればよい。ここで一般的な機械構造では相反性によって  $G_{xy}$  と  $G_{yx}$  はおおむね等しくなることより、 $G_{xy}$  を大きくすれば  $G_{yx}$  も大きくなるので、エンドミル加工では経路⑧で発生する Y 方向の再生型自励振動も増大することとなる。よって経路②と経路⑧で発生する Y 方向の再生型自励振動が互いに弱め合う関係となることも必要となる。しかし前節の図 5.3, 図 5.4 に示すとおり、 $\alpha_{0xx}$ ,  $\alpha_{0yy}$ ,  $\alpha_{0xy}$ ,  $\alpha_{0yx}$  は半径方向切込み深さに応じてさまざまな値をとる。したがって X 方向と Y 方向の再生型自励振動をそれぞれ完全に相殺するためには、 $G_{xx}(i\omega_c)$  と  $G_{yy}(i\omega_c)$  の絶対値が  $\alpha_{0xx}$ ,  $\alpha_{0yy}$ ,  $\alpha_{0xy}$ ,  $\alpha_{0yx}$  のバランスに対応した比率となっていることも必要となる。すなわち、鈴木らの提案方法をエンドミル加工へ適用することは可能と考えられるが、機械システムの動特性の設計要件が突切り加工やボーリング加工よりも複雑となる。またエンドミル加工では再生効果に加えてモードカップリング効果も作用することより、機械システムのクロスコンプライアンスを利用して振動安定性を向上させるためには、再生効果とモードカップリング効果が弱め合うようにクロスコンプライアンスを設計する必要があると考えられる。

続いて、どのような場合にクロスコンプライアンスを利用して振動安定性を向上させることができるかをゼロ次近似法にもとづく切削シミュレーションで調査する。具体的には、クロスコンプライアンスを増加させてもダイレクトコンプライアンスは変化しないと仮定して、クロスコンプライアンスを増加させた（利用した）場合に振動安定性が向上するか否かをゼロ次近似法にもとづく切削シミュレーションで評価する。シミュレーションの方法は以下のとおりとする。ダイレクトコンプライアンスのみを考慮する条件とクロスコンプライアンスも考慮する条件について、それぞれゼロ次近似法によって安定限界を求めて両者の比（以下、安定限界比）をとる。クロスコンプライアンスを利用することで振動安定性が向上する回転速度条件では、安定限界比が 1 より大きくなる。この安定限界比を、アップカットの場合は  $\theta_{ex}$ , ダウンカットの場合は  $\theta_{st}$  を変化させて繰り返し求め、結果をカラーマップで示す。カラーマップの横軸は回転速度、縦軸は  $\theta_{ex}$  または  $\theta_{st}$  とし、安定限界比の大きさを色であらわす。なおゼロ次近似法においてクロスコンプライアンスも考慮する場合は、式(4.6)の係数  $a_0$ ,  $a_1$  をそれぞれ次式に置き換えればよい。

$$a_0 = (\alpha_{0xx}\alpha_{0yy} - \alpha_{0xy}\alpha_{0yx})[G_{xx}(i\omega_c)G_{yy}(i\omega_c) - G_{xy}(i\omega_c)G_{yx}(i\omega_c)] \quad (5.26)$$

$$a_1 = \alpha_{0xx}G_{xx}(i\omega_c) + \alpha_{0xy}G_{yx}(i\omega_c) + \alpha_{0yx}G_{xy}(i\omega_c) + \alpha_{0yy}G_{yy}(i\omega_c) \quad (5.27)$$

本節のシミュレーションに用いた動特性パラメータを表 5.3 に、想定した加工条件を表 5.4 に示す。動特性の条件は、ダイレクトコンプライアンスの条件 1~3 とクロスコンプライアンスの条件 a, b の組み合わせにより、条件 1a のようにあらわす。アップカットの場合の  $\alpha_{0xx}$  の符号の変化 (図 5.3(a)) と安定限界比との関係を確認するため、分力比は 0.3 ( $\theta_{ex}$  の値に応じて  $\alpha_{0xx}$  は正の値も負の値もとる) と 0.7 ( $\alpha_{0xx}$  は常に負の値をとる) の 2 条件とする。

**Table 5.3** Modal parameters

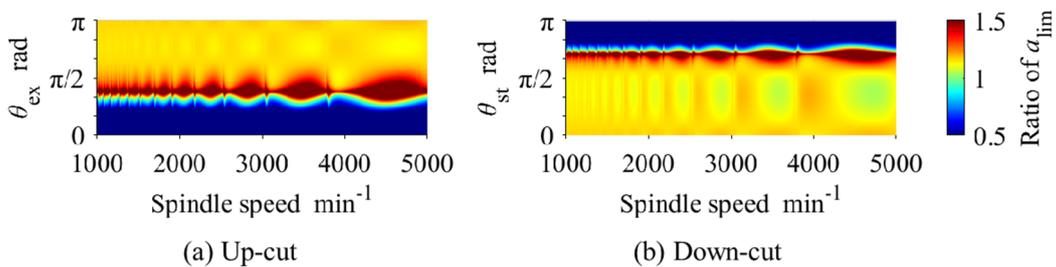
Condition	Condition 1*	Condition 2*		Condition 3*		Condition *a	Condition *b
FRF	$G_{xx}, G_{yy}$	$G_{xx}$	$G_{yy}$	$G_{xx}$	$G_{yy}$	$G_{xy}, G_{yx}$	$G_{xy}, G_{yx}$
Mass kg	3	3		3		6	-6
Damping Ns/m	300	300		300		600	-600
Stiffness N/ $\mu$ m	30	35	30	30	35	60	-60

**Table 5.4** Cutting model parameters

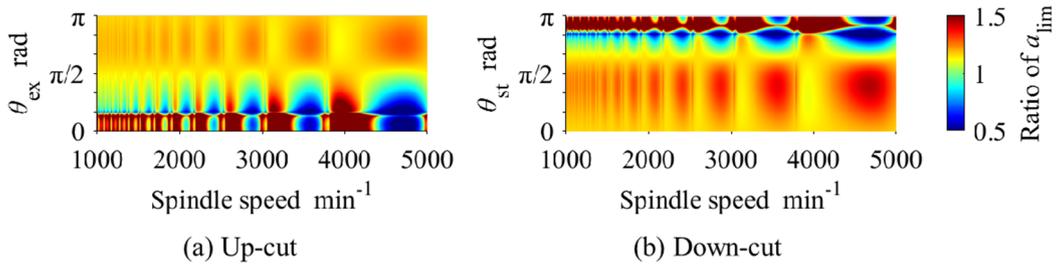
Immersion angle rad	0 – $\pi$ (Step : 1 degree)
Number of teeth	2
Spindle speed $\text{min}^{-1}$	1000 – 5000
Tangential specific cutting force MPa	1500
Force ratio	0.3, 0.7

分力比が 0.3 の場合のシミュレーション結果を図 5.16～図 5.21 に示す．図 5.16～図 5.21 より，少なくとも，アップカットまたはダウンカットのいずれかを選択するだけで，回転速度および半径方向切込み深さを問わずに安定限界比が 1 より大きくなるような条件は存在しないとわかる．すなわち，クロスコンプライアンスの利用によって振動安定性が向上するか否かは加工条件次第であり，回転の方向を変更しない限りはクロスコンプライアンスの利用によって見かけのコンプライアンスを低減可能な突切り加工やボーリング加工とは大きく異なる．

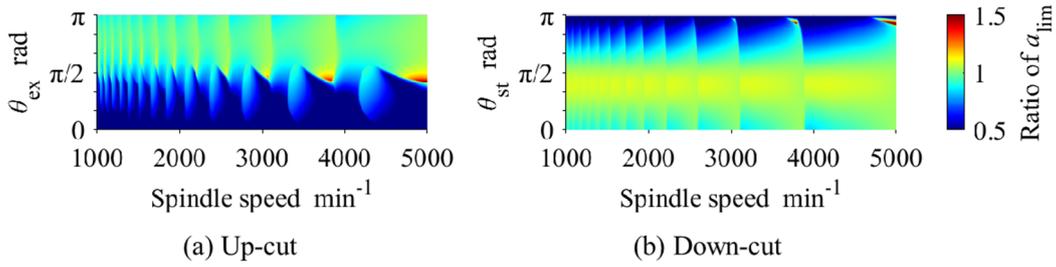
図 5.17(a)に示す，動特性条件 1b のアップカットでは，4000  $\text{min}^{-1}$  付近の回転速度を選択すれば，半径方向切込み深さを問わず，安定性向上効果が得られる．また図 5.19(b)に示す，動特性条件 2b のダウンカットでは，半径方向切込み深さが小さい場合において，回転速度によらず 1.5 倍以上の安定性向上効果が得られる．このように特定の加工条件において，クロスコンプライアンスの利用によって振動安定性を向上させることは可能と予測される．



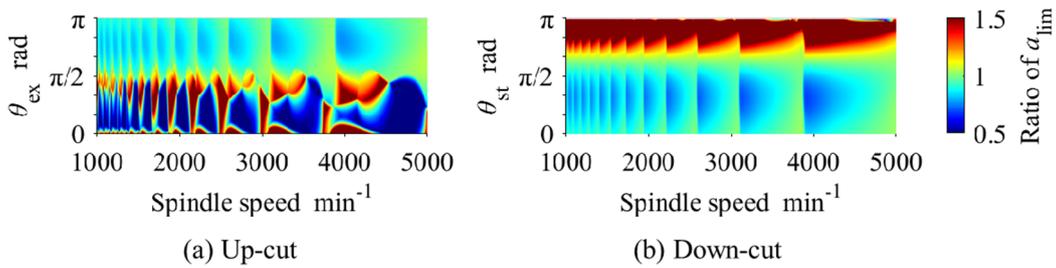
**Fig.5.16** Simulation results for ratio of  $a_{lim}$  at FRF condition 1a,  $k_r = 0.3$



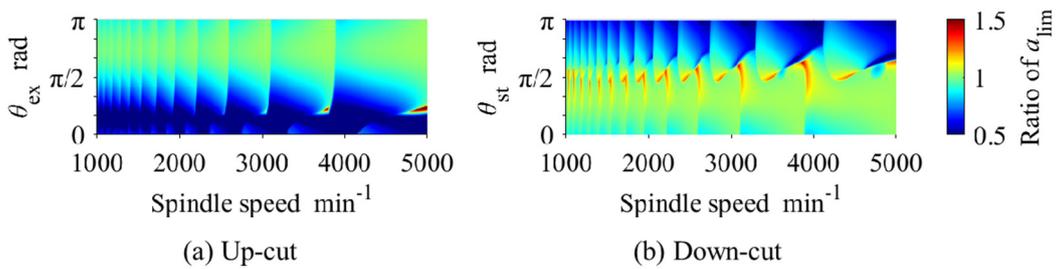
**Fig.5.17** Simulation results for ratio of  $a_{lim}$  at FRF condition 1b,  $k_r = 0.3$



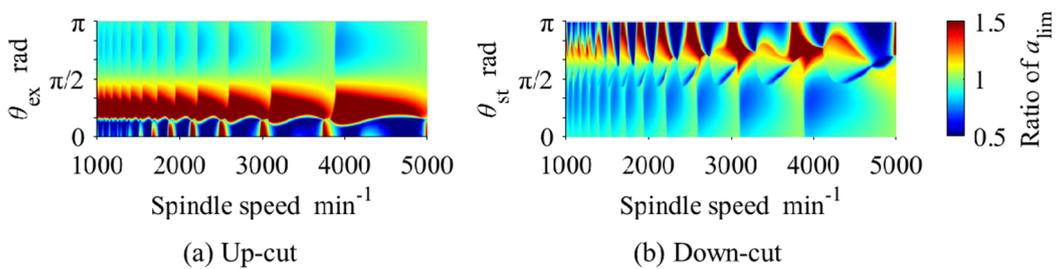
**Fig.5.18** Simulation results for ratio of  $a_{lim}$  at FRF condition 2a,  $k_r = 0.3$



**Fig.5.19** Simulation results for ratio of  $a_{lim}$  at FRF condition 2b,  $k_r = 0.3$

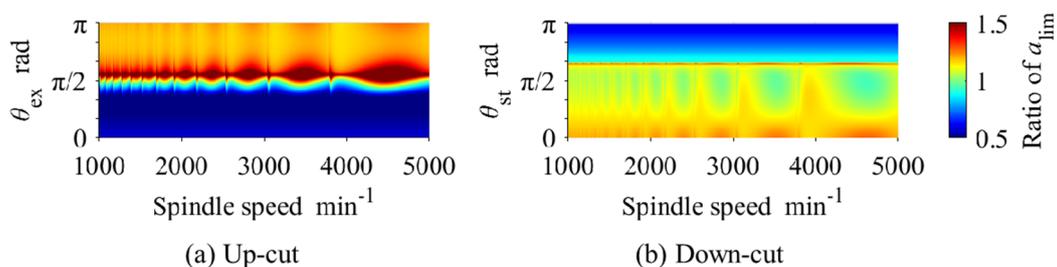


**Fig.5.20** Simulation results for ratio of  $a_{lim}$  at FRF condition 3a,  $k_r = 0.3$

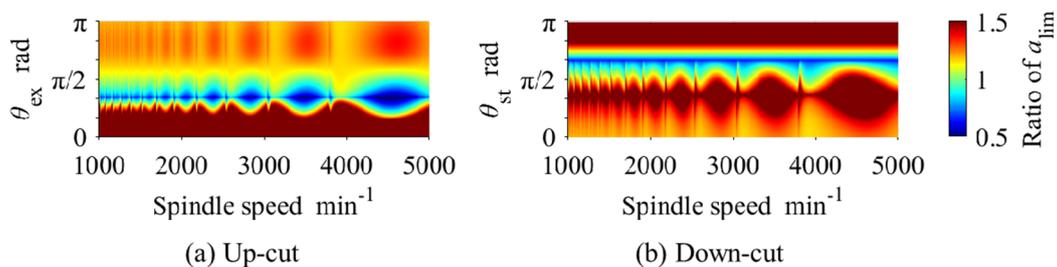


**Fig.5.21** Simulation results for ratio of  $a_{lim}$  at FRF condition 3b,  $k_r = 0.3$

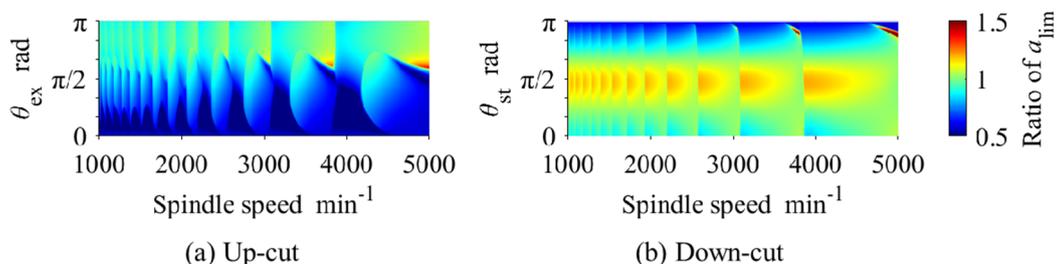
続いて分力比が 0.7 の場合のシミュレーション結果を図 5.22～図 5.27 に示す。図 5.22～図 5.27 より、分力比が 0.3 の場合と同様に、アップカットまたはダウンカットのいずれかを選択するだけで、回転速度および半径方向切込み深さを問わずに安定限界比が 1 より大きくなるような条件は存在しないとわかる。なお、注目した  $\alpha_{0xx}$  の符号の変化の影響については、図 5.16～図 5.27 において明確にあらわれることはなかった。



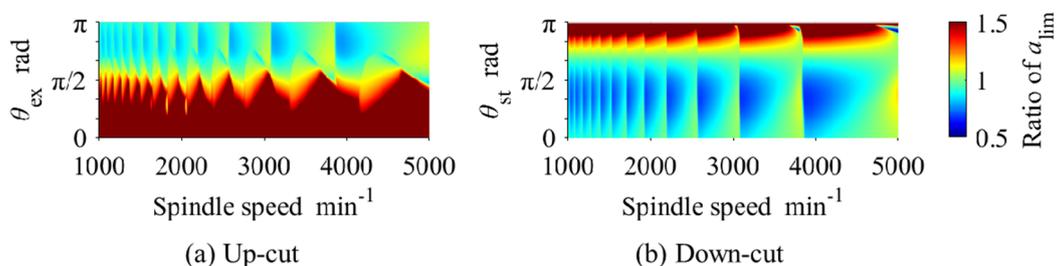
**Fig.5.22** Simulation results for ratio of  $a_{lim}$  at FRF condition 1a,  $k_r = 0.7$



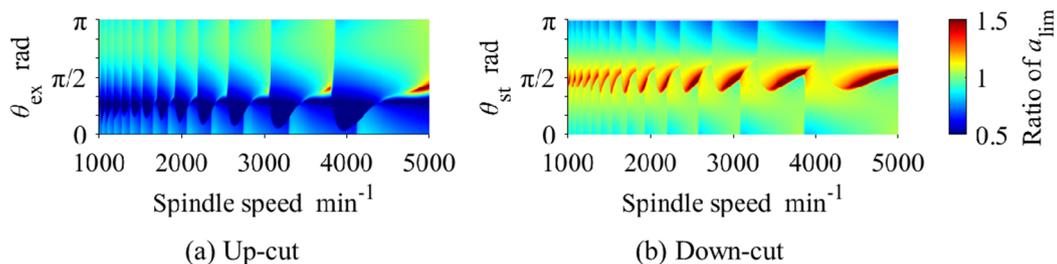
**Fig.5.23** Simulation results for ratio of  $a_{lim}$  at FRF condition 1b,  $k_r = 0.7$



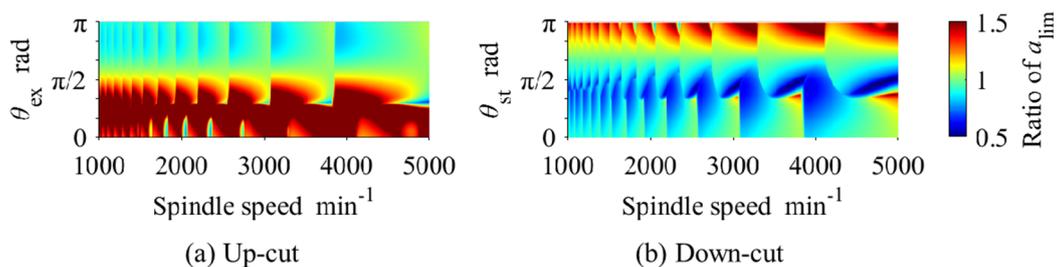
**Fig.5.24** Simulation results for ratio of  $a_{lim}$  at FRF condition 2a,  $k_r = 0.7$



**Fig.5.25** Simulation results for ratio of  $a_{lim}$  at FRF condition 2b,  $k_r = 0.7$



**Fig.5.26** Simulation results for ratio of  $a_{lim}$  at FRF condition 3a,  $k_r = 0.7$



**Fig.5.27** Simulation results for ratio of  $a_{lim}$  at FRF condition 3b,  $k_r = 0.7$

#### 5.4 加工安定性を向上できる動特性バランスの設計指針

第3章, 第4章, および本章の5.3節までより得られた知見を, 第2章で示した表2.1へ加えることで, 切削加工システムの動特性がとるべきバランスについての知見は表5.5のようにまとめられる.

**Table 5.5** Knowledge about specifications of dynamics balance

Type of vibration		Should direct compliance be isotropic or anisotropic?		Effect of cross compliance
Forced vibration		Isotropic		Vibration can be suppressed by proper design
Self-excited vibration	Regenerative chatter	Anisotropic Up-cut: $\omega_{ny} > \omega_{nx}$ Down-cut: $\omega_{nx} > \omega_{ny}$	Either is fine	Vibration can be suppressed by proper design
	Mode coupling		Anisotropic	Vibration can be suppressed by proper design

また加工中の振動を低減し, 加工精度・加工能率を向上するための, 切削加工システムの動特性バランスの設計については, 以下のことがいえる.

まず前提として, コンプライアンスは方向を問わず極力小さくすることが望ましい. 特に減衰を大きくすることは, 強制振動の低減にも自励振動の抑制にも有効である. その上で, 2次元で定式化されるエンドミル加工において, 主に自励振動の安定性を向上するための動

特性バランスの設計指針は次のとおりである。

指針：アップカットでは送り方向の固有振動数を送りに直交する工具半径方向の固有振動数よりも高くし，ダウンカットでは送り方向の固有振動数を送りに直交する工具半径方向の固有振動数よりも低くすると，加工安定性を向上できる。

ただし，上記設計指針の適用効果は，半径方向切込み深さや分力比の影響を受けて変化する．ここで設計指針の適用効果を，次式で定義する安定性向上率  $\xi$  を用いて評価する．

$$\xi = \begin{cases} \frac{\min a_{\text{limB}}}{\min a_{\text{limA}}} & \text{if up-cut,} \\ \frac{\min a_{\text{limA}}}{\min a_{\text{limB}}} & \text{if down-cut.} \end{cases} \quad (5.28)$$

ただし， $a_{\text{limA}}$ ， $a_{\text{limB}}$  はそれぞれ式(4.1)を用いて正の実数として求められる安定限界切込み深さであり，ある動特性バランス  $G_{xx}$ ， $G_{yy}$  と，それを直交方向から見た動特性バランスを想定するときに， $a_{\text{limA}}$  は  $f_{nx} > f_{ny}$  の動特性バランスで求めた安定限界切込み深さ， $a_{\text{limB}}$  は  $f_{nx} < f_{ny}$  の動特性バランスで求めた安定限界切込み深さをあらわす．なお安定限界切込み深さの最小値  $\min a_{\text{lim}}$  は無条件安定限界とも呼ばれる．安定性向上率  $\xi$  を式(5.28)のように定義することにより，設計指針が有効であれば，切削方向によらず  $\xi$  は1以上となる．ここでは動特性パラメータとして表 3.6 の条件 1 と条件 2 を使い，クロスコンプライアンスはゼロと仮定する．また想定した加工条件を表 5.6 に示す．

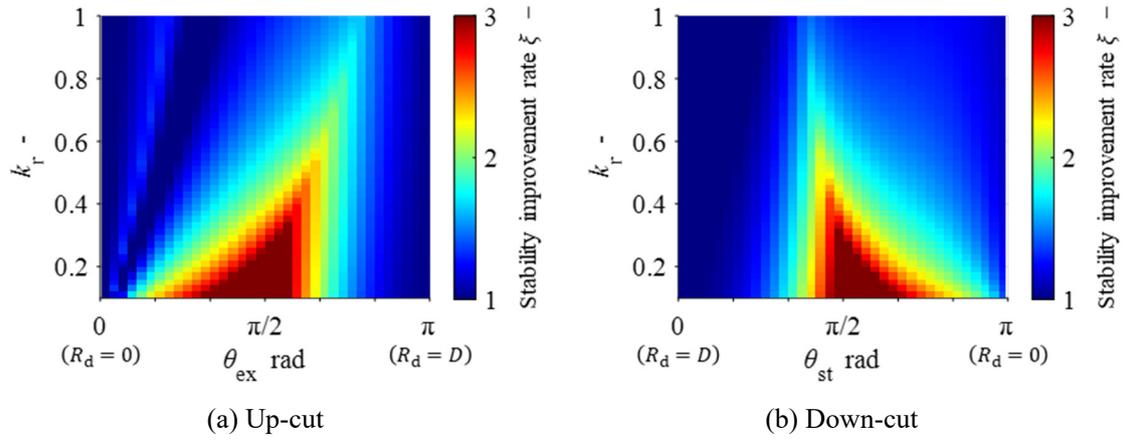
**Table 5.6** Cutting model parameters for milling stability analysis

Immersion angle rad	$0 - \pi$ (Step : 5 degree)
Number of teeth	2
Tangential specific cutting force MPa	1500
Force ratio	0.1 – 1.0 (Step : 0.02)

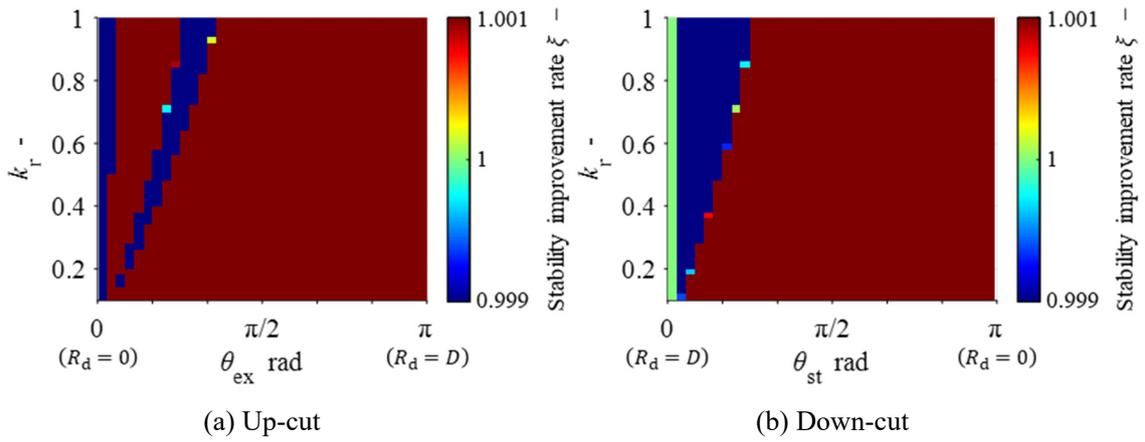
図 5.28 に半径方向切込み深さと分力比を変化させたときの  $\xi$  をカラーマップで示す．また図 5.29 は図 5.28 のカラーバーの表示範囲を 0.999 から 1.001 へ変更し， $\xi = 1$  をしきい値として 2 値化したものであり， $\xi$  は 1 未満となる場合もあるとわかる．

図 5.28 より，設計指針の適用が有効と考えられる具体的な加工内容としては，分力比についてはそれが比較的小さい場合，つまりアルミニウム合金や焼入れをしない炭素鋼などをすくい角が正の鋭利な切れ刃で切削する場合であるとわかる．また半径方向切込み深さについては，工具直径の 1/2 程度とするときに，設計指針の適用による振動安定性向上効果

は大きくなる.



**Fig.5.28** Relationship between immersion angle  $\theta_{st}$  or  $\theta_{ex}$ , cutting force ratio  $k_r$ , and stability improvement rate  $\xi$



**Fig.5.29** Relationship between immersion angle  $\theta_{st}$  or  $\theta_{ex}$ , cutting force ratio  $k_r$ , and stability improvement rate  $\xi$  (different display range)

## 5.5 結論

本章では、2次元のエンドミル加工を対象とし、ゼロ次近似法にもとづいて、再生効果のみを考慮した場合、およびモードカップリング効果のみを考慮した場合についての振動安定性を考察した。続いてそれらの考察をもとに、ダイレクトコンプライアンスのバランスによって振動安定性が向上するメカニズムを説明した。またクロスコンプライアンスがエンドミル加工の振動安定性に及ぼす影響についても考察した。そして、加工安定性を向上できる動特性のバランスに関する知見をまとめ、設計指針を提示した。以下に本章で得られた結論を示す。

- 1) クロスコンプライアンスをゼロと仮定した2次元エンドミル加工システムにおいて再生型自励振動のみが発生する場合、加工システムの安定限界は、加工プロセスおよび機械システムの送り方向の特性のみによって決まる安定限界と半径方向の特性のみによって決まる安定限界の、いずれか小さいほうとなる。
- 2) クロスコンプライアンスをゼロと仮定した2次元エンドミル加工システムで発生する再生型自励振動の、各方向の安定限界は、切削力係数行列の直流成分のダイレクト項に反比例するが、その絶対値はアップカットでは送り方向、ダウンカットでは半径方向となる傾向にある。そのため2方向のダイレクトコンプライアンスに大きな異方性がなければ、エンドミル加工で再生型自励振動が支配的となるときには、安定限界はアップカットでは主に送り方向のダイレクトコンプライアンス、ダウンカットでは半径方向のダイレクトコンプライアンスによって決定される。また再生型自励振動の周波数は主に支配モードの固有振動数より高い値をとるため、エンドミル加工で再生型自励振動のみが発生するときや再生型自励振動が支配的となるときの振動の周波数は、アップカットでは主に送り方向の固有振動数より高くなり、ダウンカットでは半径方向の固有振動数より高くなる。
- 3) エンドミル加工のモードカップリング型自励振動の安定限界は、切削関与角を小さくする、送り方向および/または半径方向のダイレクトコンプライアンスの絶対値を小さくする、および送り方向と半径方向のダイレクトコンプライアンスの固有振動数の差を大きくすることで向上できる。
- 4) エンドミル加工のモードカップリング型自励振動の周波数は、切削方向によらず、おおむね送り方向と半径方向の固有振動数の中間値となる。
- 5) 上記2), 4)より、再生型自励振動とモードカップリング型自励振動にはそれぞれとやすい周波数帯域があり、動特性バランスによって両者が引き離される状態に

も、重なり合う状態にもなり得る。引き離される場合には、再生効果とモードカップリング効果のいずれか一方が支配的となって 2 つの自励振動が同調しない状態となる。そのため、アップカットでは送り方向の固有振動数を半径方向の固有振動数よりも高くし、ダウンカットでは送り方向の固有振動数を半径方向の固有振動数よりも低くすると、加工安定性を向上できる。

- 6) 機械システムのクロスコンプライアンスを利用して振動安定性を向上させるためには、再生効果とモードカップリング効果が弱め合うようにクロスコンプライアンスを設計する必要がある。この設計解を探索するために、機械システムの動特性バランスと加工条件を想定し、半径方向切込み深さと主軸回転速度を変更したパラメータスタディをおこなった。振動安定性を向上させることができるケースは存在したが、加工条件によらずに振動安定性を向上できる動特性バランスはなく、適切な設計は加工条件によってケースバイケースとなることがわかった。

## 第6章 切削加工システムの動特性バランスの変更方法

### 6.1 緒論

本研究では、切削加工システムの動特性の異方性が加工中の振動安定性へ及ぼす影響に着目し、第3章では2次元エンドミル加工を対象として動特性の異方性が振動安定性へ与える影響を時間応答シミュレーションと切削実験により調査した。次に第4章では、2次元エンドミル加工の自励振動の安定限界向上のために送り方向と半径方向の動特性がどのような関係にあるべきかについて、いくつかの前提条件のもとでゼロ次近似法にもとづいて明らかにした。アップカットでは送り方向、ダウンカットでは半径方向の固有振動数を他方より高くすると振動安定性を向上可能であることを設計指針として示し、その妥当性を切削実験により検証した。続く第5章では、2次元エンドミル加工のクロスコンプライアンスを無視したゼロ次近似法モデルにもとづいて、切削力係数行列の直流成分のダイレクト項のみ、またはクロス項のみを考慮した場合の振動安定性を考察して、動特性バランスによって振動安定性が向上するメカニズムを説明付けるとともに、クロスコンプライアンスがエンドミル加工の振動安定性に及ぼす影響についても考察した。そして、加工安定性を向上できる動特性バランスに関する知見をまとめ設計指針を提示した。2次元エンドミル加工以外の切削加工法についても、切削モデルを適切に構築することで、加工中の振動を低減可能な動特性バランスを導出できると考えられる。

この動特性バランスによる振動安定性の向上を実際の生産加工へ適用するためのアプローチとしては、工作機械や加工セットアップなどの機械構造の動特性バランスを設計段階において作り込む方法と、既存の機械構造の動特性を望ましいバランスへと調整する方法が考えられる。ただし実際の機械システムにおいては、その構成要素の中で工作物のコンプライアンスが最も高く加工中の振動の主要因となる場合もある。工作物の形状は製品仕様によって決定され、加工に適した動特性バランスとなるようには必ずしも設計できない。また、現実の工作機械製造における部品の加工精度や組立精度のばらつき、および減衰の正確な予測は困難であることなどの影響により、必ずしも設計どおりの動特性が得られるとは限らない。以上より本研究では、動特性バランスによる振動安定性の向上を実際の生産加工へ適用するためのアプローチとして、動特性バランスを調整する方法に焦点を当てることとする。

ここでの動特性バランスの調整とは、具体的には直交2方向の固有振動数の大小関係を変更することとする。工作機械や加工セットアップの固有振動数の変更方法はこれまでも数多く研究されており、例えばベッドの空洞部への水の充填[38]や制振対象への金属製の付加質量の取り付け[39-40]などによって質量を変化させる方法、またワークレストの設置、可変予圧主軸[41-42]、電磁力や圧電アクチュエータの利用などによって剛性を変化させる方法[21, 43-44]がある。しかし、質量や軸受予圧の変更では動特性を特定の方向のみへ選択的に変更することは難しく、ワークレストは振動によって工作物が離れるとその剛性が失

われるため狙いの動特性バランスを維持できない。また電磁力や圧電アクチュエータを利用する方法は技術的には有効であるが、費用対効果や自動工具交換への対応などの課題があり、実生産への導入は容易でない。そこで本章では、機械構造物の動特性を特定の方向のみへ選択的に、かつ簡便に調整するための、一方向配向の CFRP シートを利用した動特性バランス変更方法を提案する。

本章の構成は以下のとおりである。6.2 節では、基礎評価として、一方向配向の CFRP シートによる機械構造物の動特性変更の有効性を実験的に調査する。また、調査結果を FEM 解析の結果と比較することで、提案方法の FEM モデリング手法を提示する。6.3 節では、切削実験によって提案方法の有効性を検証する。6.4 節は以上をまとめた本章の結論である。

## 6.2 動特性変更方法の基礎評価

強化繊維を一方向のみに配向させた繊維強化プラスチック (FRP) は、その繊維配向方向において金属材料と同等以上の高い剛性を有し、繊維配向方向以外の方向の剛性はマトリクスの樹脂材料と同程度となる異方性材料である。また、金属材料より軽量という特徴もある。これらの特徴より、一方向配向の FRP を等方性材料製の機械構造物へ取り付ければ、取り付け対象物の質量の増大を抑制しながら静剛性を増大させられると考えられるため、前述の“振動安定性が向上する動特性バランス”を実現する上で好適である。

そこで本節では一方向配向の CFRP シートを用いた、機械構造物の動特性変更方法の有効性を実験的に調査し、その結果を FEM 解析によって検証する。

### 6.2.1 実験方法

平板状の工作物へ CFRP を含む複数の補強部材を取り付けることにより、工作物の静剛性や固有振動数がどのように変化するかを調査する。図 6.1 に実験で使用した工作物を示す。材質は鋳鉄 FC250 で、表面仕上げの異なる 2 種類の工作物を用いる。図 6.1(a)に示す工作物 (以下、工作物 A) の厚さ 15 mm の平板部は鋳肌となっている。また図 6.1(b)は平板部の表面仕上げが切削面の工作物 (以下、工作物 B) であり、工作物 A の平板部の両面をそれぞれ 2.5 mm の取り代で追加加工して製作したため、平板部の厚さは 10 mm となっている。工作物 A、工作物 B とともに下部の厚さ 30 mm の部分をバイスで把持して高さ 115 mm、幅 100 mm の片持ち平板とする。平板部へ後述する補強部材を取り付けることで、1 次の曲げモードの固有振動数を変化させる。図示を省略するが、平板部には補強部材を取り付けるためのねじ穴を複数設ける。

図 6.2 に動特性変更用の補強部材を示す。補強部材の材質は CFRP のほか、比較のため鉄鋼 (SS400) とアルミニウム合金 (A2017P) を加えた 3 条件とした。SS400 製、および A2017P 製の補強部材の形状は共通とし、それぞれ M6 のボルト 4 本で工作物へ締結する (図 6.2(a))。CFRP 製部材は配向方向が図 6.1 の Z 方向と一致するように用いる。ボルト締結のため、図 6.2(b)に示すように A2017P 製のソケットを、エポキシ系接着剤を用いて装着する。接着層

の厚さは 0.1~0.15 mm とした。また CFRP 製部材については、同じエポキシ系接着剤を用いて、工作物へ直接貼り付ける条件も評価する。この接着する場合の CFRP 製部材の上下方向寸法は 100 mm とし、A2017P 製のソケットは装着しない。いずれの補強部材も、工作物の一方の面にのみ取り付ける。表 6.1 に工作物、補強部材、および補強部材の取り付け方法をまとめる。工作物、補強部材、および補強部材の取り付け方法の組み合わせについてそれ

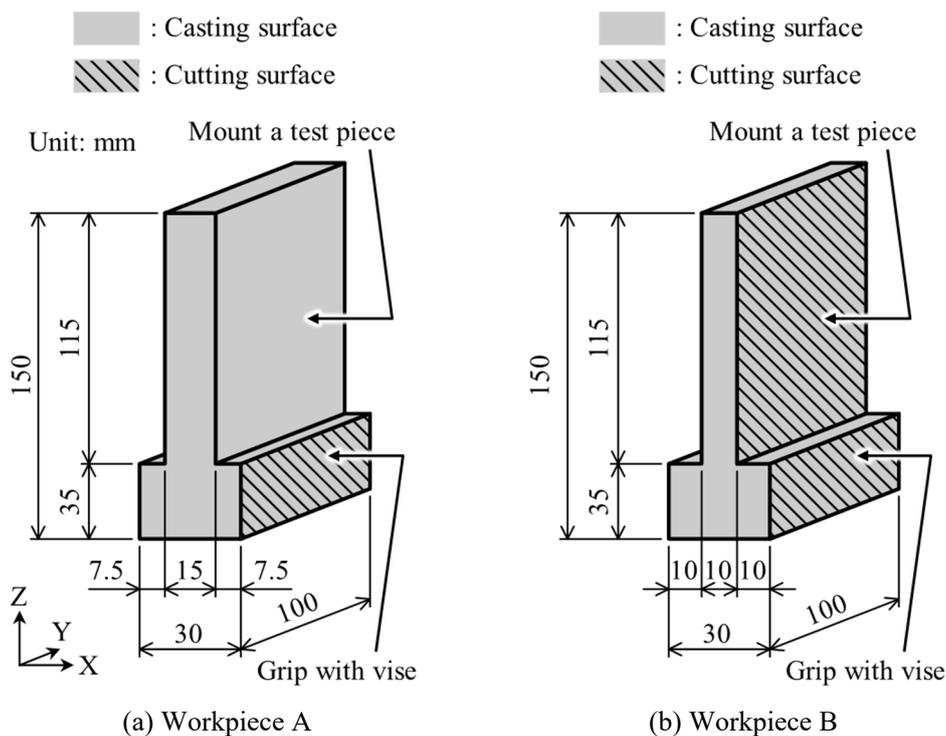


Fig.6.1 Workpiece

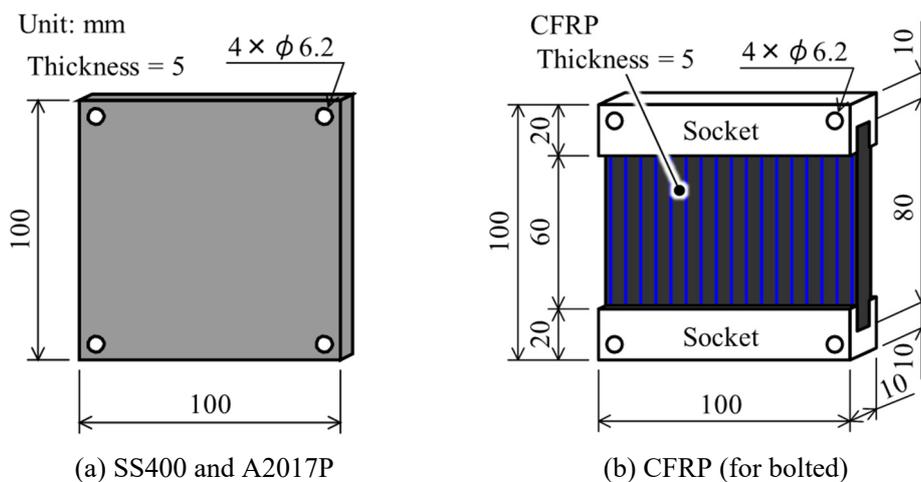


Fig.6.2 Test piece

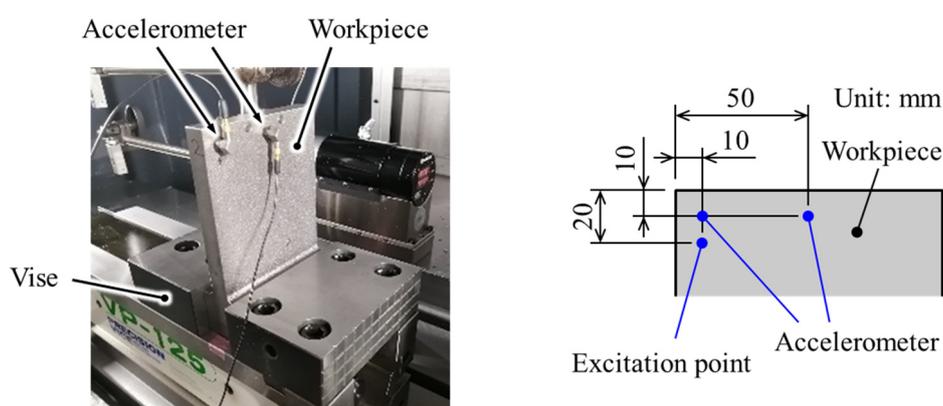
ぞれ3組ずつ用意して、静剛性、および固有振動数を測定し、その平均値を比較評価する。補強部材をボルト締結する条件では、静剛性や固有振動数の変化率が工作物の表面仕上げの影響を受けやすく、接着する条件では表面仕上げの影響を受けにくいものと想定される。なお、工作物および補強部材の取り付け面の表面粗さは、それぞれ算術平均粗さ  $Ra$  の代表値として、工作物Aは  $23\ \mu\text{m}$ 、工作物Bは  $2.2\ \mu\text{m}$ 、SS400製部材は  $0.6\ \mu\text{m}$ 、A2017P製部材は  $0.4\ \mu\text{m}$ 、CFRP製部材は  $0.8\ \mu\text{m}$  だった。

工作物は3軸立形マシニングセンタのテーブル上へ固定したバイスで把持する。静剛性測定は、主軸へ取り付けたダミー工具を、工作物の、補強部材を取り付けない面へ接触させ、手動パルス発生器によってステップ状に送りを与えて、その際の押し付け荷重と工作物の変位を測定する方法で実施する。工作物の押し付けと変位測定はいずれも工作物の上端から  $10\ \text{mm}$ 、側面から  $50\ \text{mm}$  の距離での対向する位置でおこなう。荷重はダミー工具に取り付けた圧電型の力センサで、変位は静電容量型変位計でそれぞれ測定する。

また固有振動数はインパルス加振法によって測定する。1次の曲げモードと2次のねじりモードの固有振動数を評価するため、図6.3に示すように、圧電型の加速度計を工作物の角と中央に2台設置し、工作物の角に設置した加速度計付近をインパクトハンマで加振する。

**Table 6.1** Workpiece, test piece and mounting

Workpiece	Test piece	Mounting
A (Casting surface)	None, SS400, A2017P, CFRP	Bolted
	CFRP	Glued
B (Cutting surface)	None, SS400, A2017P, CFRP	Bolted
	CFRP	Glued



**Fig.6.3** Experimental setup at impact test

### 6.2.2 シミュレーション方法

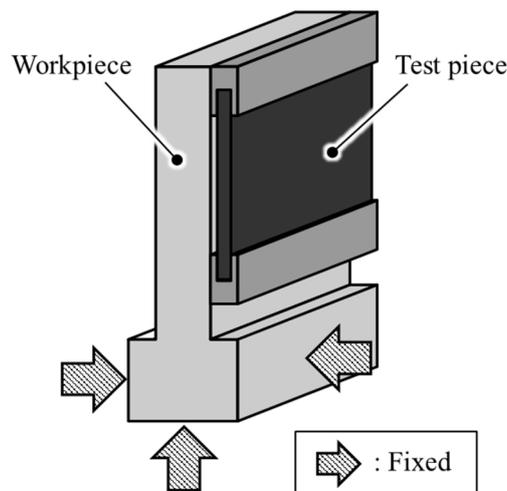
前節で述べた工作物および平板状の補強部材の 3D モデルを作成する。表 6.2 に、解析に使用した材料物性値を示す。工作物、および補強部材の表面粗さは考慮しない。

工作物と補強部材との界面の接触挙動は次のように設定する。CFRP 製部材を接着する条件については、界面全体をボンド（固着）に設定する。CFRP, SS400, A2017P のいずれかの補強部材をボルト締結する条件については、工作物、補強部材それぞれの 4 か所のボルト締結位置に直径 6 mm の円形領域を定義し、領域どうしをボンドに設定する。円形領域以外には接触挙動を設定しない。またボルト締結用の CFRP 製部材への A2017P 製ソケットの接着もボンドとする。

作成した 3D モデルについて静剛性と固有振動数を解析する。拘束条件は図 6.4 に示すように、工作物の下部 3 面の完全拘束とする。静剛性は、6.2.1 項の実験と同じ荷重位置へ 1 N の静荷重を加えたときの、同じ変位測定位置における変位を有限要素法による静的構造解析で求め、その逆数を求める。固有振動数は有限要素法によるモーダル解析をおこない、1 次および 2 次の固有振動数を求める。

**Table 6.2** Material properties

Workpiece	Density kg/m <sup>3</sup>	Young's modulus GPa	Poisson's ratio
FC250	7200	110	0.280
SS400	7850	200	0.300
A2017P	2770	71.0	0.330
CFRP 1: longitudinal 2,3: transverse	1690	$E_1 : 381$ $E_2, E_3 : 6.98$	$\nu_{21}, \nu_{31} : 0.00598$ $\nu_{12}, \nu_{13} : 0.326$ $\nu_{23}, \nu_{32} : 0.507$



**Fig.6.4** Restraint condition

### 6.2.3 実験およびシミュレーション結果

表 6.3 に静剛性，および固有振動数の測定結果，およびシミュレーション結果を示す．実験では，追加加工により平板部の厚さが工作物 A より薄い工作物 B の静剛性および固有振動数は，総じて工作物 A より低くなった．静剛性は工作物 A，工作物 B とともに，補強部材を取り付けたいずれの条件とも，補強部材なしの条件より向上した．一方，1 次の固有振動数は，補強部材をボルト締結する条件では，工作物および補強部材の材質によらず補強部材を取り付けない条件より減少し，CFRP 製部材を工作物へ接着する条件では，工作物によらず増加する結果となった．シミュレーション結果でも以上の傾向は一致した．すなわち，6.2.2 項のモデリングにより，6.2.1 項の実験条件をおおむね再現可能といえる．

表面が鋳肌である工作物 A について，補強部材なしの場合と材質の異なる 3 種類の補強部材をボルト締結した場合とを比較する．静剛性の測定結果については補強部材なしの場合に対する CFRP 製部材を取り付けた場合の増加率が 13% となり，SS400 製部材を取り付けた場合の増加率と同等となった．比較的弾性率の低い A2017P 製部材を取り付けた場合の静剛性増加率は 11% と他の 2 種と比較して低く，妥当な結果といえる．シミュレーションとの比較では，工作物 A の補強部材なしの静剛性については測定値がシミュレーションより 11% 小さくなっており，そのため補強部材を取り付けた条件の静剛性も総じて測定値はシミュレーションより小さくなったと考えられる．乖離の原因は，実験に用いた工作物 A の補強部材取り付け部の平均的な厚さが 15 mm より薄かったためと考えられる．

固有振動数の測定結果については，まず SS400 製部材の場合，補強部材なしに対して 1 次の曲げモードの固有振動数が 11% 減少した．これは補強部材の取り付けによるモード剛性

**Table 6.3** Experimental and simulation results

Work-piece	Test piece	Mounting	Stiffness N/ $\mu$ m		Natural frequency Hz			
			Exp.	Sim.	1st mode		2nd mode	
					Exp.	Sim	Exp.	Sim
A	None	-	5.88	6.61	638	667	1750	1780
A	SS400	Bolted	6.65	7.28	565	577	1730	1720
A	A2017P	Bolted	6.51	7.01	607	634	1770	1790
A	CFRP	Bolted	6.65	7.10	607	632	1700	1740
A	CFRP	Glued	7.67	9.02	674	758	1750	1860
B	None	-	2.11	2.15	454	460	1290	1250
B	SS400	Bolted	2.73	2.52	400	385	1360	1270
B	A2017P	Bolted	2.54	2.39	436	434	1360	1310
B	CFRP	Bolted	2.77	2.46	442	431	1300	1260
B	CFRP	Glued	2.79	3.31	484	516	1320	1270

の増加率を、モード質量の増加率が上回っていることを示唆している。SS400 より密度の小さい A2017P 製や CFRP 製の補強部材でも固有振動数は補強部材なしに対して減少したが、その低下率は 5%で SS400 製部材に比しては小さかった。また 2 次のねじりモードの固有振動数については、補強部材なしに対し、SS400 製部材は 1%減少、A2017P 製部材は 1%増加、CFRP 製部材は 3%減少となり、1 次モードと比較して変化率は小さかった。

続いて、補強部材なし、CFRP 製部材のボルト締結、および接着の 3 条件について測定結果を比較すると、補強部材なしに対する接着の静剛性増加率は 30%で、ボルト締結を大きく上回っている。これは、ボルト締結では補強部材なしに対して減少した 1 次の固有振動数が、接着では 4%増加という結果を示したこととも整合している。また 2 次の固有振動数はほとんど変化しなかった。これは、2 次の固有モードが平板部のねじりモードであり、今回の CFRP の繊維配向ではねじり剛性をほとんど増加させられないためである。すなわち、1 次モードの固有振動数のみを独立に増加させることができたといえる。

表面が切削面である工作物 B の測定結果については、補強部材をボルト締結した場合の静剛性の増加率はそれぞれの補強部材材質について工作物 A より大きく、1 次の固有振動数はそれぞれの補強部材材質について工作物 A へ取り付けした場合と同等の減少率となった。また工作物 B へ CFRP 製部材を接着した場合を補強部材なしと比較すると、静剛性は 32%増加、固有振動数は 1 次が 6%増加、2 次が 2%増加となり、工作物 A における補強部材なしと CFRP 製部材接着との差とほぼ同等となった。これらの測定結果は表面粗さを考慮していないシミュレーション結果とおおむね傾向が一致していることより、今回の実験では事前に想定した締結部の密着性の影響は小さかったといえる。

図 6.5 に工作物 A の 1 次モードのシミュレーション結果を示す。図 6.5(a)は SS400 製部材のボルト締結、同図(b)は CFRP 製部材のボルト締結、同図(c)は CFRP 製部材の接着をそれぞれ模した条件である。図 6.5(a)に示すとおり、SS400 製部材をボルト締結する条件では、1 次の曲げモードにおいて工作物と SS400 製部材との間にすきまが生じる。すなわち、補強部材は工作物のモード剛性の向上へ十分に寄与しない状態となっている。A2017 製部材のボルト締結(図示省略)のほか、工作物と補強部材との間に常時すきまが存在する CFRP 製部材のボルト締結(図 6.5(b))についても同様である。一方、図 6.5(c)より、CFRP 製部材を接着する条件では、1 次の曲げモードにおいて補強部材は工作物と一体となって曲げ変形しているとわかる。このような補強部材の変形挙動の違いによって、静剛性の増加率の差や、1 次の固有振動数の変化が決定されている。

以上より、一方向配向の CFRP シートを機械構造物へ接着する方法は、機械構造物側の取り付け面の表面仕上げによらず、機械構造物の静剛性、および 1 次モードの固有振動数を増加させることが可能であると確認でき、狙いどおりの効果が得られた。一方、CFRP シートを機械構造物へボルト締結する方法については、静剛性は増加させられるが 1 次の固有振動数は減少し、狙いとは異なる結果となった。6.1 節でも述べたとおり、動特性バランスによる振動安定性の向上には、固有振動数の変更が必要である。よって、接着とボルト締結の

いずれの取り付け方法でも固有振動数を変更可能であることより、動特性変更方法として有効といえる。ただし、動特性を変更する対象が製品の工作物である場合には、動特性変更のために所望の位置へねじ穴を設けることは必ずしも可能でないことも勘案すると、ボルト締結より接着させる方法が動特性変更方法として有望である。

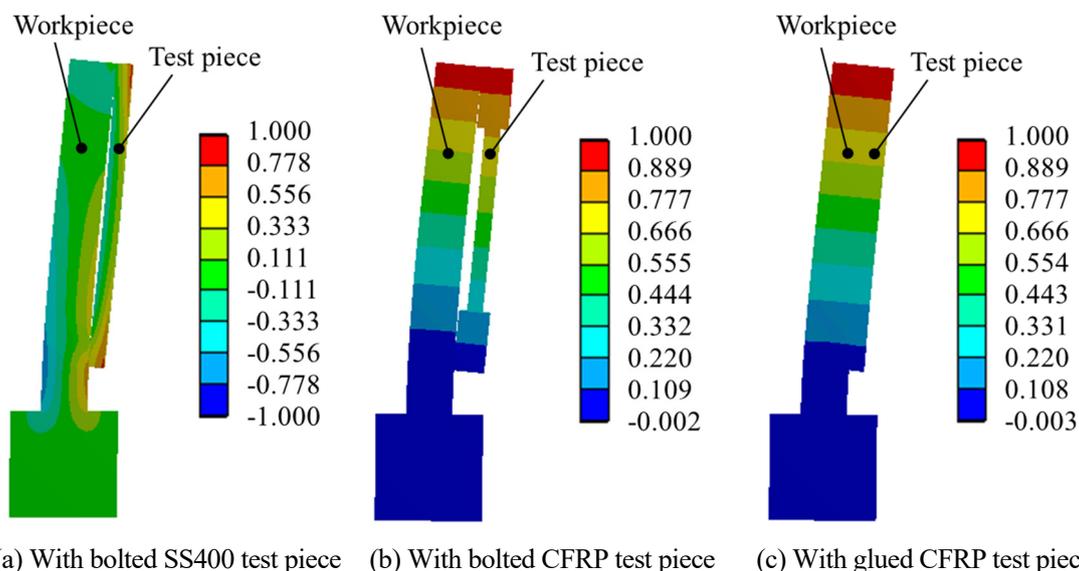


Fig.6.5 Simulated 1st mode at workpiece A

### 6.3 実験検証

本節では、提案方法、すなわち CFRP シートを用いて機械構造物の動特性バランスを調整し振動安定性を向上させる方法の有効性について、切削実験と切削シミュレーションにより検証する。

#### 6.3.1 実験方法

図 6.6 に切削実験の概要を示す。切削実験は、5 軸立形マシニングセンタを用いた丸棒工作物の外径コンタリング加工にておこなう。5 軸立形マシニングセンタは、主軸頭を直動 3 軸で送り駆動し、テーブル側に回転 2 軸を有する機構である。

切削実験では、工作物側のコンプライアンスを工具側のコンプライアンスより十分に大きくすることで、工作物側の動特性が支配的となるようにした。工作物は直径 30 mm の炭素鋼 S45C 丸棒とし、ストレートコレットを介して三つ爪スクロールチャックで把持する。スクロールチャックの締付けトルクは 45 Nm とし、把持力は実測の結果 2.4 kN だった。工作物の突出し長さを調整して、固有振動数を変化させる。

工作物へ貼り付ける一方向配向の CFRP シートは、6.2 節の基礎評価で使用したものと同一グレードの平板形状のピッチ系プリプレグから作製した。CFRP シートの寸法は幅 10 mm、

厚さ 3 mm, 長さ 130 mm である. これを工作物の X 方向, または Y 方向へ貼り付ける. 丸棒工作物の外周にフィットする円弧形状の CFRP シートをエポキシ系接着剤で接着すれば, 6.2 節での検証結果と同等の固有振動数向上効果が得られるものと推定されるが, 実際の工作物においては接着した CFRP シートの取り外しの容易性, および残留接着剤の除去の容易性も必要となる. そこで今回はシアノアクリレート系の瞬間接着剤を用いて平板形状の CFRP シートを接着する方法を採用した.

図 6.7 に実験のセットアップの一例を示す. 工作物には, X 方向および Y 方向にそれぞれ圧電型の加速度計 (感度:  $1.02 \text{ mV}/(\text{m}/\text{s}^2)$ , 測定範囲:  $\pm 4905 \text{ m}/\text{s}^2$ ) を取り付け, 加工中の振動を測定する. サンプルング周波数は  $25.6 \text{ kHz}$  とした.

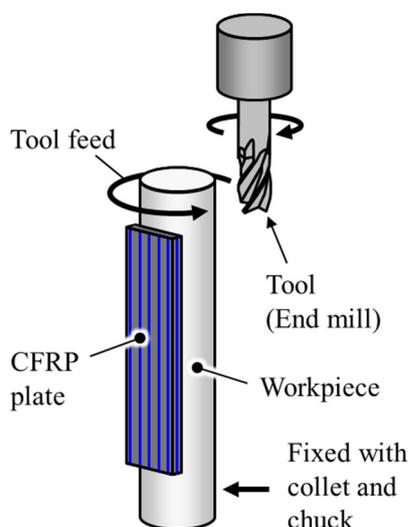


Fig.6.6 Schematics of cutting experiment

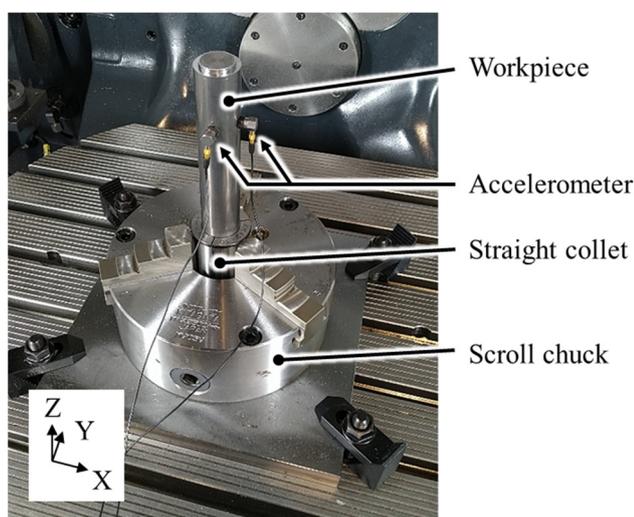


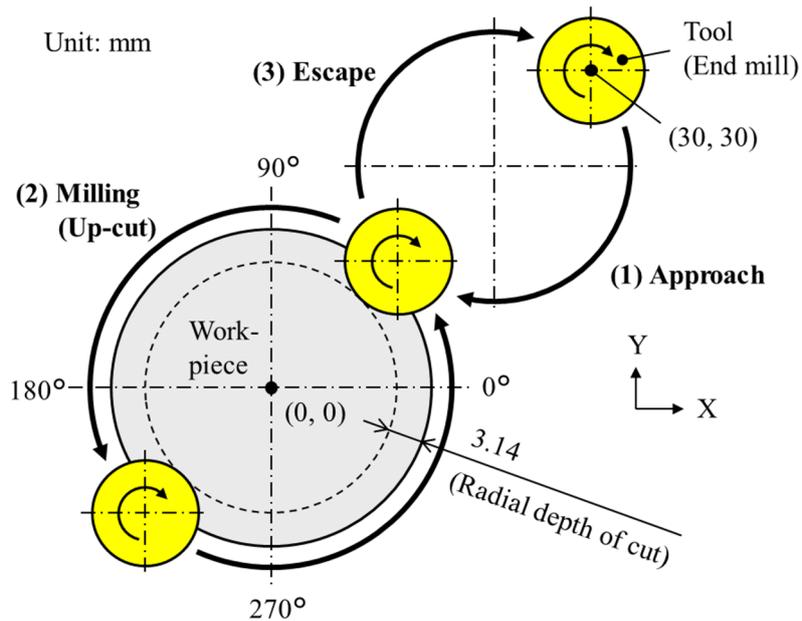
Fig.6.7 Experimental setup

表 6.4 に主な加工条件, 図 6.8 に X-Y 平面上の工具経路を示す. 工具には超合金製, Cr 系複合多層コーティング, ねじれ角  $30^\circ$  のスクエアエンドミルを用いた. 切削関与角が第 4 章の切削実験と同じく  $\pi/3 \text{ rad}$  となるように, 工具直径  $\phi 10 \text{ mm}$  に対して半径方向切込み深さを  $3.14 \text{ mm}$  とした. 図 6.8 に示すように工具を送るため, 切削方向はアップカットとなる. また同図中に示す角度を用いて加工位置をあらわす.

図 6.9 に加工の順序を示す. 工作物は 2 本用意して, 1 本の工作物につき 4 条件の加工をおこなう. その順序は, ①CFRP なし (初期状態, 回転速度  $n_1$ ), ②CFRP 貼り付け状態 (回転速度  $n_1$ ) ③CFRP 貼り付け状態 (回転速度  $n_2$ ), ④CFRP なし (取り外し後, 回転速度  $n_2$ ) とする. それぞれの加工面を保存するため, 半径方向切込み深さ  $3.14 \text{ mm}$  で加工する前に低半径切込みの予備加工をおこなう. 予備加工の半径方向切込み深さは CFRP なし (初期状態) から順に  $0.4, 0.3, 0.2, 0.1 \text{ mm}$  とする.

**Table 6.4** Cutting conditions

Tool diameter mm	10
Number of teeth	2
Workpiece diameter mm	30
Overhang length of workpiece mm	140
Gluing of CFRP plate	None, X direction, Y direction
Milling direction	Up-cut (CCW feed)
Cooling	Dry
Axial depth of cut mm	0.8
Radial depth of cut mm	3.14
Feed per tooth mm/tooth	0.05
Spindle speed $n_1, n_2$ $\text{min}^{-1}$	3470, 3630 (with CFRP in X direction) 3610, 3500 (with CFRP in Y direction)



**Fig.6.8** Tool path (Top view)

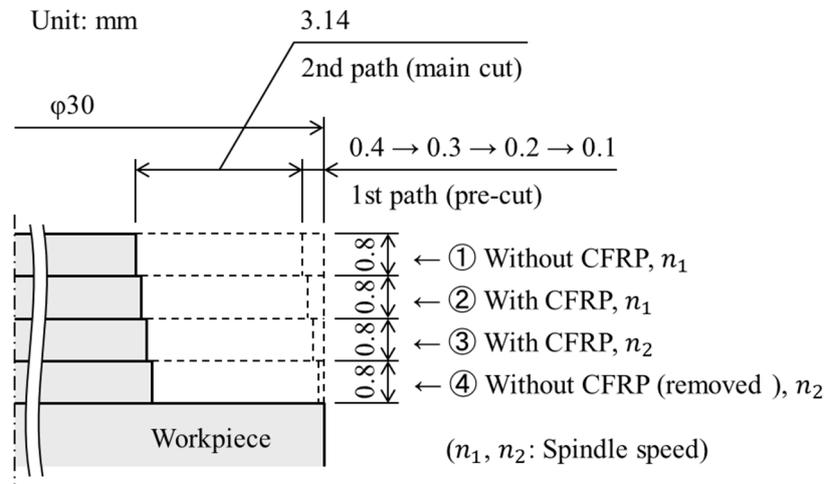


Fig.6.9 Radial and axial depth of cut in cutting sequence

実験結果は、ゼロ次近似法[28-29]にもとづく切削シミュレーションで求めた解析値と比較する。シミュレーションでは、動特性、接線方向の比切削抵抗、および接線方向に対する法線方向の分力比には実験値を使用した。動特性の測定方法および結果については 6.3.2 項に示す。また、比切削抵抗と分力比については、別途おこなった切削力測定実験にもとづいて決定し、比切削抵抗を 2878 MPa、分力比を 0.226 とした。

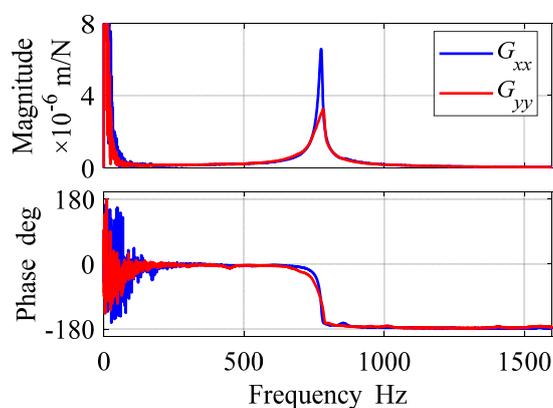
ゼロ次近似法にもとづく切削シミュレーションでは強制振動を考慮していないため、切削実験の結果は強制振動と自励振動を区別して評価する必要がある。そのため、以下の方法で自励振動の発生を判定する。まず加速度の測定値より、送り方向がおおむね X 方向または Y 方向を向く  $90^\circ$  付近、および  $180^\circ$  付近の測定値を、区間データとしてそれぞれ  $2^{15}$  点抽出する。次に各区間データを 2 回積分して変位のパワースペクトルを求める。各区間の変位のパワースペクトルにおいて、切れ刃通過周波数の整数倍成分の中でパワースペクトルが最も大きい周波数成分を強制振動成分とする。そして、切れ刃通過周波数の非整数倍の周波数にピークが存在し、そのピークにおけるパワースペクトルの大きさが強制振動成分の 10%以上であるとき、自励振動が発生したとみなす。また、そのピークの周波数を自励振動の周波数とする。

### 6.3.2 動特性測定結果

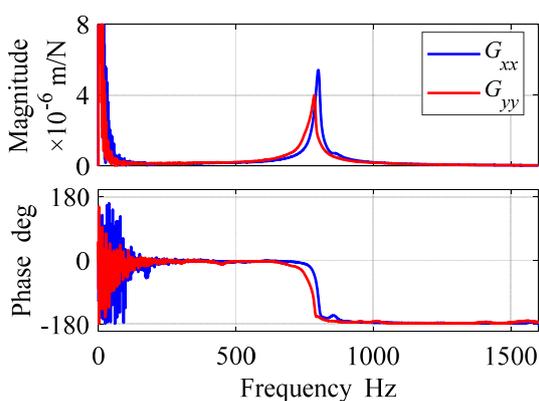
工作物を 5 軸立形マシニングセンタへ固定した状態で、上端から 15 mm の位置における工作物の自己コンプライアンスをインパルス加振法によって測定した。測定結果を図 6.10、偏分反復法を用いて測定結果より同定したモーダルパラメータを表 6.5 に示す。図 6.10(a)は CFRP なし（初期状態）での測定結果であり、図 6.10(b)(c)はそれぞれ CFRP シートを工作物の X 方向、または Y 方向へ貼り付けた状態での測定結果である。CFRP なしでの動特性は基本的には等方性となると予想したが、図 6.10(a)に示すとおり、Y 方向のコンプライアンス

スの大きさが X 方向より小さくなった。このような異方性が生じた原因は工作機械，あるいは工作物把持の動特性の影響と考える。

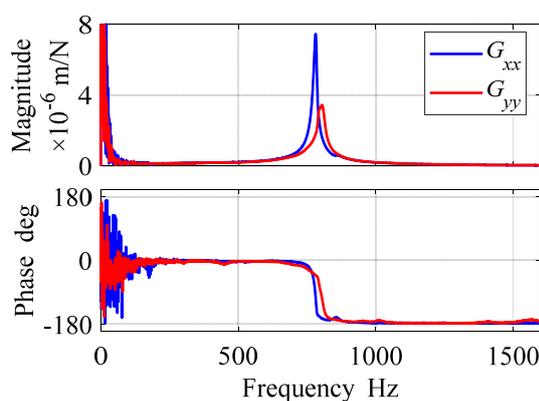
CFRP シートを貼り付けた条件では，X 方向貼り付け，Y 方向貼り付けのいずれの条件とも，CFRP なしの条件に対して，貼り付けた方向の等価剛性は増加し，固有振動数は高くなった。X 方向貼り付けの条件では，工作物の固有振動数は Y 方向より X 方向が高いため，工具の送り方向が X 方向を向くときには振動安定性が高く，Y 方向を向くときには振動安定性が低くなると予測される。CFRP なしの条件についても，固有振動数は Y 方向より X 方向がわずかに高いため，X 方向貼り付けと同様の傾向を示すと推定される。また Y 方向貼り付けの条件では，X 方向貼り付けとは逆に Y 方向送りで振動安定性が高くなると予測される。



(a) Without CFRP



(b) With CFRP in X direction



(c) With CFRP in Y direction

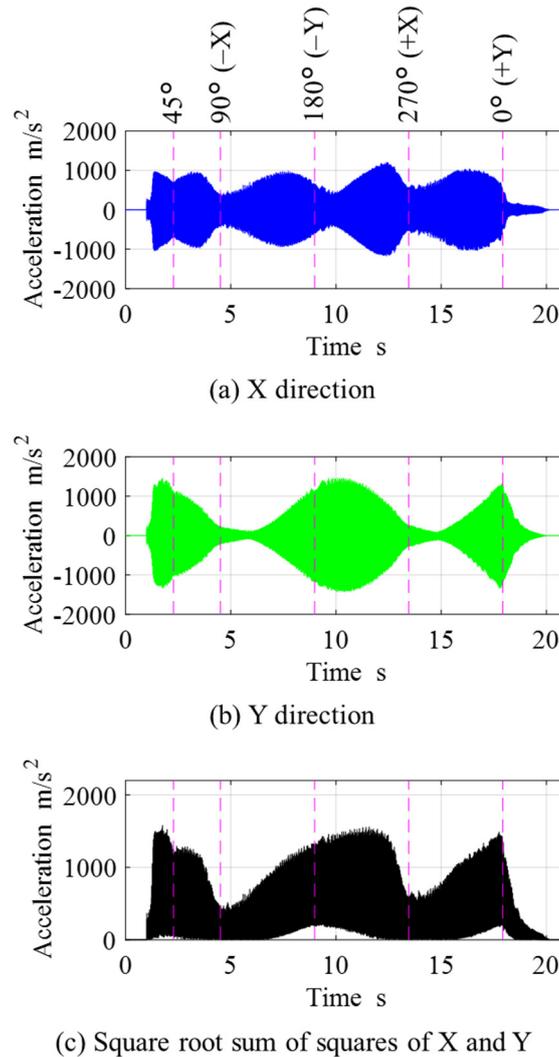
**Fig.6.10** Measured dynamic characteristics of workpiece

**Table 6.5** Modal parameters identified from measurement

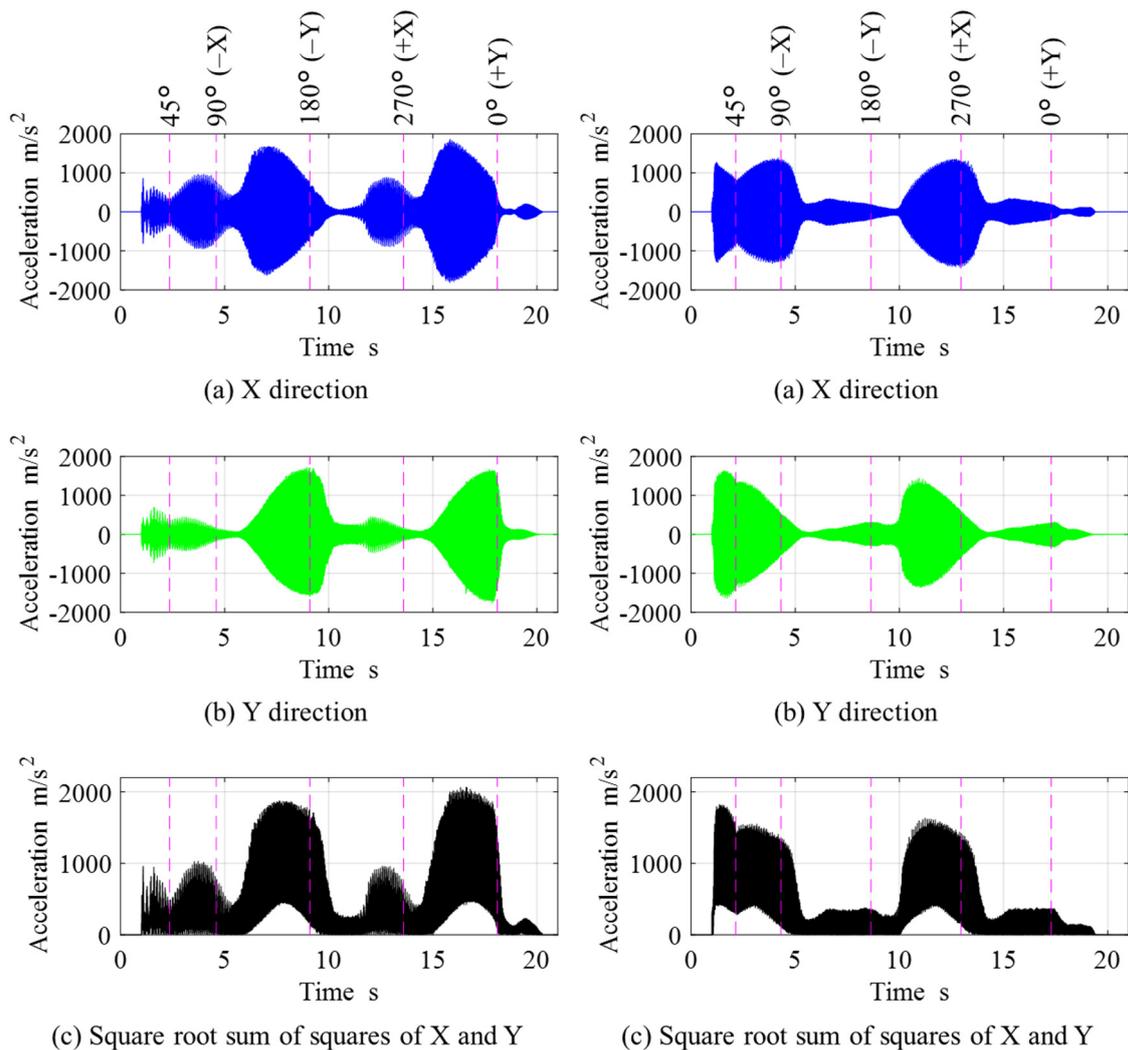
CFRP glued direction	None		X		Y	
Measurement direction	X	Y	X	Y	X	Y
Mass kg	0.363	0.324	0.359	0.329	0.351	0.349
Damping Ns/m	33.2	69.5	37.3	59.9	28.1	57.5
Stiffness N/ $\mu$ m	8.54	7.58	9.02	7.82	8.42	8.82
Natural frequency Hz	772	770	797	776	779	800
Damping ratio	0.00944	0.0222	0.0104	0.0187	0.00817	0.0164

### 6.3.3 切削実験結果

図 6.11～6.13 に加工中の工作物加速度の測定結果を示す。図 6.11 は CFRP なし、図 6.12



**Fig.6.11** Measured workpiece acceleration during cutting without CFRP at  $3470 \text{ min}^{-1}$



**Fig.6.12** Measured workpiece acceleration during cutting with CFRP in X direction at  $3470 \text{ min}^{-1}$

**Fig.6.13** Measured workpiece acceleration during cutting with CFRP in Y direction at  $3610 \text{ min}^{-1}$

は X 方向貼り付け，図 6.13 は Y 方向貼り付けの条件での測定結果であり，各図(a)は X 方向加速度，(b)は Y 方向加速度，(c)は X 方向加速度と Y 方向加速度の二乗和平方根である．時間軸は，工具が工作物への接触を開始する時間の 1 秒前をゼロとしている．また，図中に破線で示す垂直線は，工具が特定の位置にあるときを示す．

図 6.11，図 6.12 より，CFRP なしや CFRP シートを X 方向へ貼り付けた条件では，工具の送り方向が X 方向を向く  $90^\circ$  付近や  $270^\circ$  付近において振動は小さく，工具の送り方向が Y 方向を向く  $180^\circ$  付近や  $0^\circ$  付近において振動は増大した．一方，図 6.13 より，CFRP シートを Y 方向へ貼り付けた条件の工作物加速度は，工具の送り方向が Y 方向を向く  $180^\circ$  付近や  $0^\circ$  付近において振動は小さく，CFRP なしや X 方向貼り付けとは逆の傾向を示した．いずれも前項での，動特性の測定結果にもとづく予測と整合している．

図 6.14~6.16 に切削実験の結果と切削シミュレーションの結果を示す。図 6.14 は CFRP なし，図 6.15 は X 方向貼り付け，図 6.16 は Y 方向貼り付けの条件であり，各図(a)には加工中の工作物加速度から判定した自励振動の発生有無を実験結果として，また切削シミュレーションで求めた安定限界切込み深さを解析結果として示す。また各図(b)には，自励振動の周波数の実験結果と解析結果を示す。実験結果は自励振動が発生した切削条件のみが×印で示される。

図 6.14(a)，図 6.15(a)，図 6.16(a)より，安定限界切込み深さの解析結果が 0.8 mm より小さい不安定条件での実験では，おおむね自励振動が発生した。安定限界切込み深さの解析結果が 0.8 mm より大きい安定条件での実験については，実験結果と解析結果は整合しない場合もあった。ただしいずれの条件とも，振動の振幅は不安定条件より小さく，定性的な振幅の大小に矛盾はなかった。また，図 6.14(b)，図 6.15(b)，図 6.16(b)より自励振動の周波数の解析結果は実験結果とほぼ一致しているとわかる。

解析結果と実験結果との不一致について考察する。図 6.16 の Y 方向送りの実験結果において，回転速度  $3610 \text{ min}^{-1}$  では解析結果と異なり自励振動が発生している。加工条件が解析で求めた安定限界に近い場合，この不一致の原因はコンプライアンスの測定誤差などによる安定限界の不確かさにあると考える。安定限界の解析結果は  $3500 \text{ min}^{-1}$  より  $3610 \text{ min}^{-1}$  の方が大きく，実験結果は定性的にも矛盾している。しかし  $3500 \text{ min}^{-1}$  での加工は  $3610 \text{ min}^{-1}$  のあとに実施したため，工作物の等価質量の減少によるコンプライアンスの増加や，加工位置の低下による工作物のアスペクト比の低下など，安定性を向上させる要因が働いたことで  $3500 \text{ min}^{-1}$  では自励振動が発生しなかったとも考えられる。

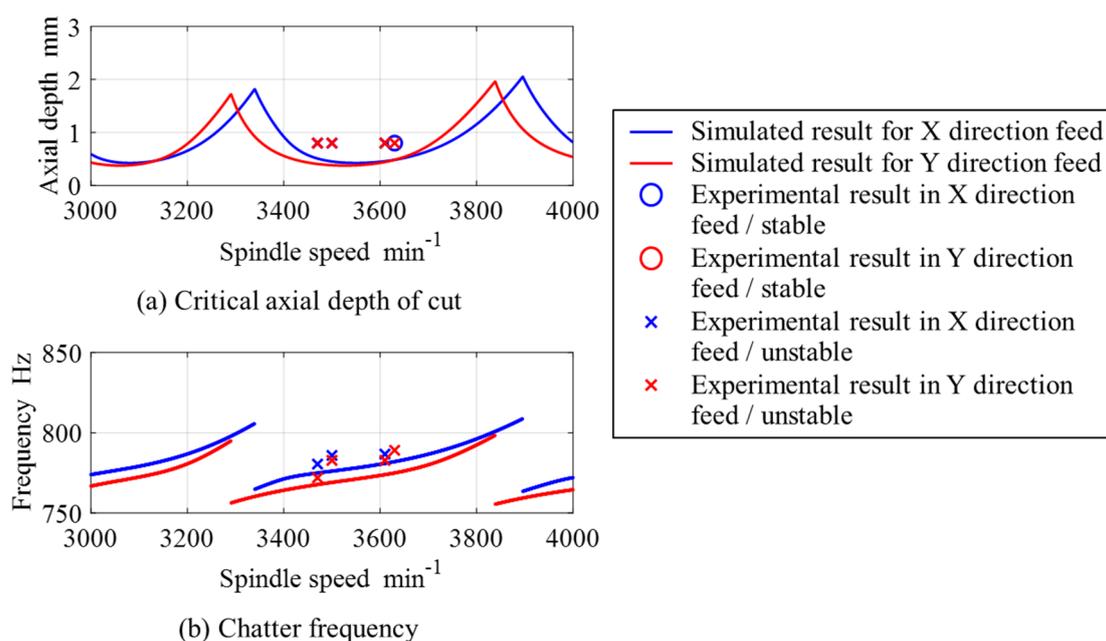
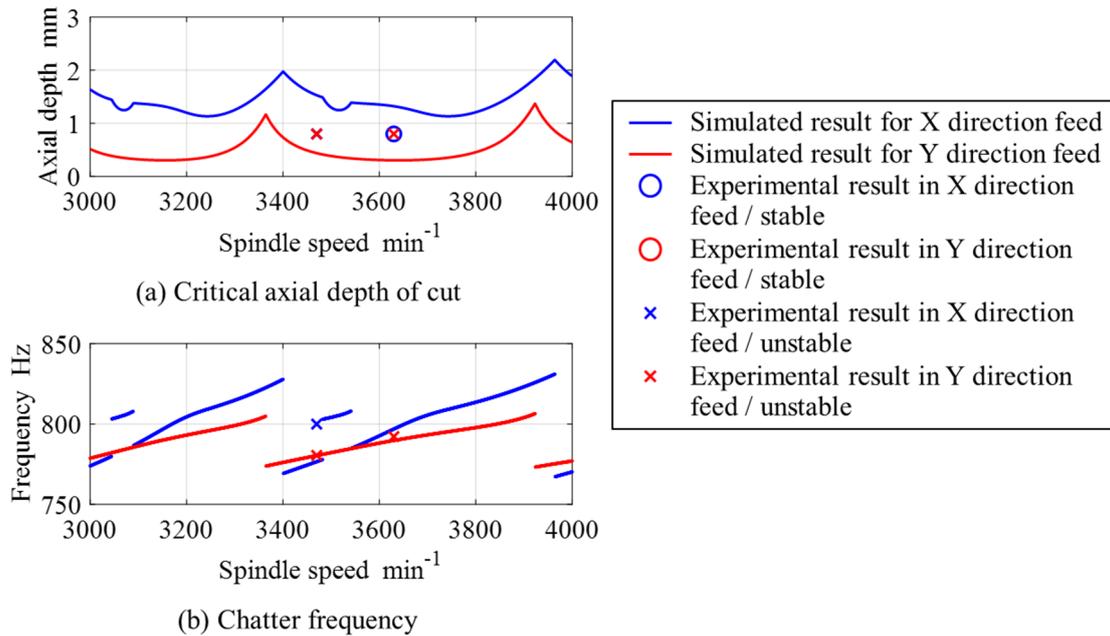
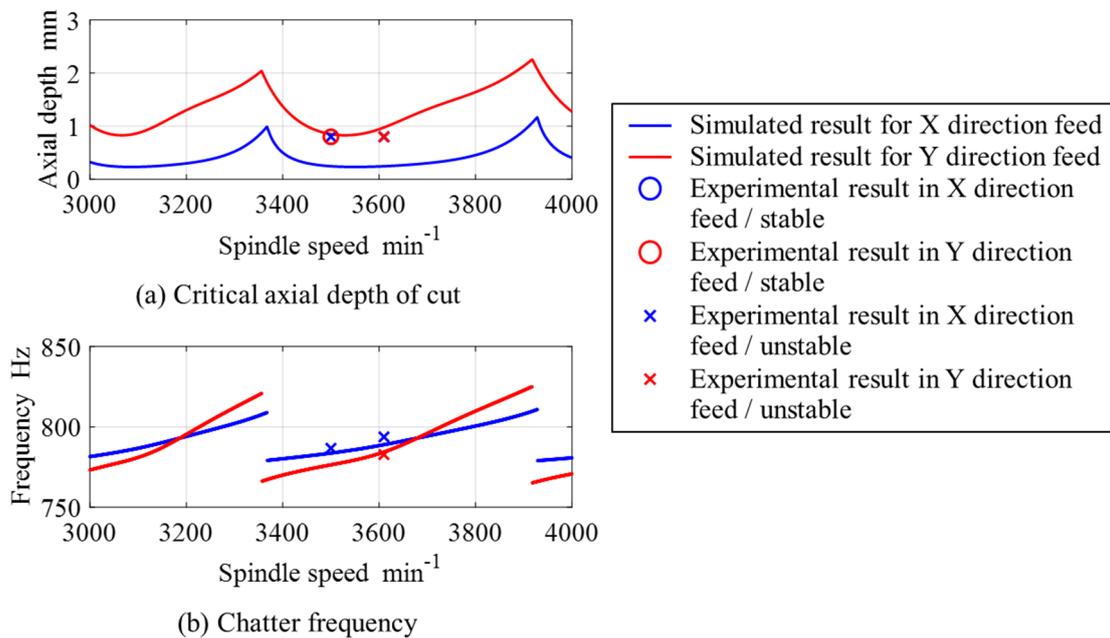


Fig.6.14 Comparison of experimental and simulation results without CFRP



**Fig.6.15** Comparison of experimental and simulation results with CFRP in X direction



**Fig.6.16** Comparison of experimental and simulation results with CFRP in Y direction

解析結果と実験結果とのもう1つの不一致として、図6.15の実験結果において、 $3470 \text{ min}^{-1}$ のX方向送りで解析結果と異なり自励振動が発生している。実験での軸方向切込み深さは解析で求めた安定限界の52%と小さく、この不一致の原因が図16のケースと同様に安定限界の不確かさにあるとは考えにくい。図15(b)から、自励振動の周波数の解析値は777 Hzで

あるのに対し、実験値は 800 Hz であり、大きく乖離している。ただし解析結果では、3483～3541  $\text{min}^{-1}$  の回転速度範囲において自励振動の周波数が 800 Hz 以上の不連続な値となっており、実験結果はその延長線上に位置する。このため、自励振動の周波数はよく推定できているともいえる。

自励振動の周波数が不連続な値をとるのは、自励振動に支配的な影響を与える振動モードが回転速度によって異なるためである。自励振動の周波数から、3401～3482  $\text{min}^{-1}$  の回転速度範囲では Y 方向の振動モードの影響が支配的であり、3483～3541  $\text{min}^{-1}$  の回転速度範囲では X 方向の振動モードの影響が支配的であると考えられる。このため、X 方向の振動モードの同定結果に誤差が生じて安定限界を過大に推定したと推測されるが、詳しい原因はわからない。

以上より、切削実験において、CFRP シートを用いた機械構造物の動特性バランスの調整によって任意の方向の振動安定性を向上可能であると確認できた。少なくとも CFRP シートの貼り付けによって加工安定性が向上すると予測される方向への加工では不安定振動が生じ、加工安定性が向上しないと予測される方向では安定加工となるような矛盾はなかった。

## 6.4 結論

本章では、切削加工の振動安定性を向上させることを目的として、一方向配向の CFRP シートを利用して既存の機械構造物の動特性バランスを変更する方法を提案した。平板状の CFRP 製部材を取り付けることによる機械構造物の動特性バランス変更方法の有効性を実験と FEM によるシミュレーションで検証した。そして、切削実験により提案方法による加工安定性の向上を実証した。今回の実験およびシミュレーションの範囲より得られた結論を以下にまとめる。

- 1) 一方向配向の CFRP、または金属製の平板状補強部材を機械構造物へ取り付けることによって、取り付け面の表面仕上げ、補強部材の材質、および取り付け方法によらず機械構造物の静剛性を増加できる。しかし、本章で調査した範囲では、固有振動数は CFRP 製部材を接着させた場合のみ増加し、CFRP や金属製の補強部材をボルトで締結した場合には減少した。つまり、固有振動数増加のためには、補強部材による剛性増加効果を質量増加効果よりも大きくするために、比剛性の高い部材を対象構造物と密着させる必要がある。
- 2) 片持ちの平板工作物へ CFRP 製部材を接着する方法では、曲げモードの固有振動数をねじりモードとは独立に増加できた。また、瞬間接着剤を用いて CFRP シートを片持ちの丸棒工作物へ貼り付けることで、貼り付けた方向の固有振動数を 3% 増大させて、動特性の異方性を生じさせることができた。
- 3) 提案する方法で動特性の異方性を生じさせた工作物をエンドミル加工する場合の安定限界について、ゼロ次近似法によるシミュレーションと実験で比較した。シミュレーション結果と実験結果はほとんどの結果で矛盾せず、提案方法の有効性が示された。

## 第7章 結言

本研究では、2次元エンドミル加工を対象として、加工中の振動を低減できる動特性バランスを理論検討と切削実験により明らかにして、加工精度・加工能率を向上可能な動特性バランスの設計指針を提示した。また、動特性バランスによる振動安定性の向上を、実際の生産加工へ適用する方法を提案した。本研究で得られた結論を以下に示す。

- 1) エンドミル加工システムにおいて機械システムの動特性の異方性が振動安定性へ与える影響を時間応答シミュレーションおよび切削実験により調査した。直交2方向の静剛性には振動抑制に適した組み合わせ、および避けるべき組み合わせが存在する。また減衰に関しては、ある方向の振動振幅を低減したい場合に、必ずしも同じ方向の減衰係数を増大させる必要はない。
- 2) 切削力のエッジフォース成分、および機械システムの動特性のクロスコンプライアンスは無視できるとの前提条件のもとで、エンドミル加工システムにおいて自励振動の安定限界を向上するためには送り方向と送りに直交する工具半径方向の動特性がどのような関係にあるべきかを、ゼロ次近似法にもとづいて考察した。アップカットでは送り方向の固有振動数を送りに直交する工具半径方向の固有振動数よりも高くし、ダウンカットでは送り方向の固有振動数を送りに直交する工具半径方向の固有振動数よりも低くすると、加工安定性を向上できることを理論的に導出した。
- 3) 機械システムのクロスコンプライアンスをゼロと仮定したゼロ次近似法モデルにおいて、切削力係数行列の直流成分のバランスと機械システムのダイレクトコンプライアンスのバランス、および振動安定性との関係を考察した。切削力係数行列の直流成分のダイレクト項のみを考慮する場合、エンドミル加工システムの安定限界は、加工プロセスおよび機械システムの送り方向の特性のみによって決まる再生型自励振動の安定限界と、送りに直交する工具半径方向の特性のみによって決まる再生型自励振動の安定限界の、いずれか小さいほうとなる。また再生型自励振動の各方向の安定限界は、切削力係数行列の直流成分のダイレクト項に反比例するが、その絶対値はアップカットでは送り方向が送りに直交する工具半径方向より大きくなり、ダウンカットでは送りに直交する工具半径方向が送り方向より大きくなる傾向にある。そのため、2方向のダイレクトコンプライアンスに大きな異方性がなければ、エンドミル加工の安定限界はアップカットでは主に送り方向

のダイレクトコンプライアンス，ダウンカットでは送りに直交する工具半径方向のダイレクトコンプライアンスによって決定される。

- 4) 機械システムのクロスコンプライアンスをゼロと仮定したゼロ次近似法モデルでは，切削力係数行列の直流成分のクロス項がモードカップリング効果を生じさせる．エンドミル加工のモードカップリング型自励振動の安定限界は，切削関与角を小さくする，送り方向および/または送りに直交する工具半径方向のダイレクトコンプライアンスの絶対値を小さくする，および送り方向と送りに直交する工具半径方向のダイレクトコンプライアンスの固有振動数の差を大きくすることで向上できる．また自励振動の周波数は，切削方向によらず，おおむね送り方向と送りに直交する工具半径方向の固有振動数の中間値となる．
- 5) エンドミル加工で発生する再生型自励振動とモードカップリング型自励振動にはそれぞれとりやすい周波数帯域があり，それらは機械システムの動特性バランスによって引き離される状態にも重なり合う状態にもなり得る．引き離される場合には，再生効果とモードカップリング効果のいずれか一方が支配的となって 2 つの自励振動が同調しない状態となる．そのため，アップカットでは送り方向の固有振動数を送りに直交する工具半径方向の固有振動数よりも高くし，ダウンカットでは送り方向の固有振動数を送りに直交する工具半径方向の固有振動数よりも低くすると，加工安定性を向上できる．
- 6) 機械システムのクロスコンプライアンスを利用して振動安定性を向上させるためには，再生効果とモードカップリング効果が弱め合うようにクロスコンプライアンスを設計する必要がある．この設計解を調査するために，機械システムの動特性バランスと加工条件を想定し，半径方向切込み深さと主軸回転速度を変更したパラメータスタディをおこなった．振動安定性を向上させることができるケースは存在したが，加工条件によらずに振動安定性を向上させる動特性バランスはなく，適切な設計は加工条件によってケースバイケースとなることがわかった．
- 7) 上記 2)～6)の知見と従来知見をまとめ，エンドミル加工で振動安定性を向上可能な機械システムの動特性バランスの設計指針は 2)で述べた固有振動数のバランスであることを提示した．この設計指針の適用効果は分力比と半径方向切込み深さに依存する．具体的な加工内容としては，分力比が比較的小さい場合，つまりアルミニウム合金や焼入れをしない炭素鋼などをすくい角が正の鋭利な切れ刃で切

削る場合が挙げられる。また半径方向切込み深さについては、工具直径の 1/2 程度とするときに、設計指針の適用による振動安定性向上効果は大きくなる。

- 8) 切削加工の振動安定性を向上させることを目的として、一方向配向の CFRP シートを利用して既存の機械構造物の動特性バランスを変更する方法を提案した。片持ちの平板工作物へ CFRP 製部材を接着し、曲げモードの固有振動数をねじりモードとは独立に増加できた。また、瞬間接着剤を用いて CFRP シートを片持ちの丸棒工作物へ貼り付けることで、貼り付けた方向の固有振動数を 3%増大させて、動特性の異方性を生じさせることができた。動特性バランスを変更するための補強部材の材質や取り付け方法によっては、想定とは異なって構造物の固有振動数が低下する場合があります。提案する動特性変更方法の有効性が示された。
- 9) 提案する動特性変更方法で動特性の異方性を生じさせた工作物をエンドミル加工する場合の安定限界について、ゼロ次近似法によるシミュレーションと実験と比較した。シミュレーション結果と実験結果はほとんどの結果で矛盾せず、提案方法による振動安定性の向上効果が示された。

## 謝辞

本研究を遂行するにあたり、懇切なるご指導を賜りました京都大学大学院工学研究科マイクロエンジニアリング専攻教授 松原厚博士に深甚なる謝意を表します。

おなじく懇切なるご指導を賜りました京都大学大学院工学研究科マイクロエンジニアリング専攻准教授 河野大輔博士に深く感謝の意を表します。また、ともに研究を進めていただくとともに、多大なるご協力をいただきました元京都大学大学院工学研究科修士古澤正崇氏、ならびに松原研究室の皆様に深く感謝申し上げます。

本研究の機会を与えていただくとともに、終始にわたって激励とご助言を賜りました株式会社ジェイテクト研究開発本部副本部長 林田一徳氏、同本部加工プロセス研究部上席主査 若園賀生博士に心より感謝申し上げます。また、本研究の遂行を支援していただきました株式会社ジェイテクト研究開発本部加工プロセス研究部部长 吉見隆行氏、同部加工モデリング研究室室長 山田良彦氏をはじめとする同部の皆様に深く感謝申し上げます。

最後に、本研究の遂行にご協力をいただきましたすべての皆様に、あらためて深く感謝申し上げます。

## 参考文献

- [1] Y. Altintas, M. Weck: Chatter Stability of Metal Cutting and Grinding, CIRP Annals, 53, 2, 619-642, 2004.
- [2] F.W. Taylor: On the Art of Cutting Metals, Transactions of the ASME, 28, 231-248, 1907.
- [3] 土井静雄：旋盤バイトのびびりに就て（第1報 びびりの原因），機械学会論文集，3，10，156-164，1937.
- [4] F. Koenigsberger, J. Tlustý: Machine Tool Structures, Volume 1, Pergamon Press, 121-124, 1970.
- [5] 星鐵太郎：機械加工 びびり現象—解析と対策，工業調査会，17，1977.
- [6] 鈴木教和：切削加工におけるびびり振動（前編），精密工学会誌，76，3，280-284，2010.
- [7] 森脇俊道：時系列解析による切削過程の動特性の研究（第1報）—スペクトル法による切削動特性の同定—，精密機械，39，465，1016-1022，1973.
- [8] 日本工作機械工業会 編：工作機械の設計学（基礎編）—マザーマシンを知るために—，日本工作機械工業会，90，1998.
- [9] 竹山秀彦，坂田興亜：切削剛性—切削における動特性の解析（第1報）—，精密機械，35，413，373-377，1969.
- [10] J. Tlustý: Analysis of the state of research in cutting dynamics, CIRP Annals, 27, 2, 583-589, 1978.
- [11] 萩原憲明，菊地勝昭：異方性回転体の重力・不つりあい強制振動，日本機械学会論文集 C 編，49，438，165-172，1983.
- [12] 佐藤満弘：極異方性を有する回転円板の曲げ振動に関する研究，北海道大学博士（工学）学位論文，乙第 5261 号，1997.
- [13] 鈴木教和，西村浩平，社本英二，吉野清：伝達関数のクロス項が再生型びびり振動の安定限界に与える影響—突切り切削における検討—，2008 年度精密工学会春季大会 学術講演会講演論文集，71-72，2008.
- [14] N. Suzuki, K. Nishimura, E. Shamoto: Effect of cross transfer function on chatter stability in plunge cutting, Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing, 4, 5, 883-891, 2010.
- [15] 倉田祐輔，鈴木教和，樋野励，社本英二：異方性をもつ低剛性工具によるエンドミル加工時のびびり振動安定限界，精密工学会誌，77，1，97-104，2011.
- [16] J.J. Zulaika, F.J. Campa, L.N. Lopez de Lacalle: An integrated process-machine approach for designing productive and lightweight milling machines, International Journal of Machine Tools and Manufacture, vol.51, 591-604, 2011.
- [17] N. Suzuki, K. Nishimura, R. Watanabe, T. Kato, E. Shamoto: Development of novel anisotropic boring tool for chatter suppression, Procedia CIRP, 1, 56-59, 2012.
- [18] D. Kono, Y. Moriya, A. Matsubara: Influence of rotary axis on toolworkpiece loop compliance for five-axis machine tools, Precision Engineering, 49, 278-286, 2017.
- [19] D. Kono, T. Umezumi: An on-machine measurement method for dynamic stiffness of thin-walled workpieces, Precision Engineering, 60, 299-305, 2019.
- [20] S. Nagesh, M. Law: Machine tool design with preferentially asymmetrical structures to improve dynamics and productivity, Procedia CIRP, 79, 592-595, 2019.
- [21] D. Li, H. Cao, J. Liu, X. Zhang, X. Chen: Milling chatter control based on asymmetric stiffness, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 147, 103458, 2019.
- [22] J. Munoa, X. Beudaert, Z. Dombovari, Y. Altintas, E. Budak, C. Brecher, G. Stepan: Chatter suppression techniques in metal cutting, CIRP Annals, 65, 785-808, 2016.
- [23] 鈴木教和：切削加工におけるびびり振動（後編），精密工学会誌，76，4，404-408，2010.

- [24] 倉田祐輔：切削加工における自励びびり振動の解析とその応用，名古屋大学博士論文 13901 甲第 9226 号，2011.
- [25] A. Honeycutt, T. Schmitz: Milling bifurcations for strongly asymmetric, symmetric, and weakly asymmetric system dynamics, *Precision Engineering*, 55, 1-13, 2019.
- [26] H. E. Merrit: Theory of Self-Excited Machine Tool Chatter, *Journal of Engineering for Industry*, 87, 447-454, 1965.
- [27] S.A. Tobias: *Machine-Tool Vibration*, Blackie and Sons Ltd., 1965.
- [28] Y. Altintas, E. Budak: Analytical Prediction of Stability Lobes in Milling, *CIRP Annals*, 44, 1, 357-362, 1995.
- [29] E. Budak, Y. Altintas: Analytical Prediction of Chatter Stability in Milling - Part I: General Formulation, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 120, 1, 22-30, 1998.
- [30] I. Minis, R. Yanushevsky: A New Theoretical Approach for the Prediction of Machine Tool Chatter in Milling. *Journal of Manufacturing Science and Engineering* 115, 1, 1-8, 1993.
- [31] E. Budak, Y. Altintas: Analytical Prediction of Chatter Stability in Milling Part I: General Formulation. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 120, 1, 1-9, 1998.
- [32] Y. Altintas: *Manufacturing Automation: Metal Cutting Mechanics, Machine Tool Vibrations, and CNC Design*, Cambridge university press, 170-172, 2012.
- [33] Y. Kondo, O. Kawano, H. Sato: Behavior of Self-Excited Chatter Due To Multiple Regenerative Effect, *Journal of Engineering for Industry* 103, 324-329, 1981.
- [34] J. Tlustý, F. Ismail: Basic Non-linearity in Machining Chatter, *CIRP Annals* 30, 1, 299-304, 1981.
- [35] T. Insperger, G. Stepan: Semi-Discretization Method for Delayed Systems, *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 55, 5, 503-518, 2002.
- [36] T. Insperger, G. Stepan: Updated semi-discretization method for periodic delay-differential equations with discrete delay, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 61, 1, 117-141, 2004.
- [37] J. Tlustý, P. MacNeil: Dynamics of Cutting Forces in End Milling, *CIRP Annals*, 24, 1, 21-25, 1975.
- [38] 田辺郁男, Jr. R. da Cruz, 井上大和, 金子義幸：工作機械の共振周波数を変更する技術の開発，*日本機械学会論文集 C 編*, 78, 791, 302-312, 2012.
- [39] J.H. Wang, K.N. Lee: Suppression of chatter vibration of a CNC machine centre - an example, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 10, 5, 551-560, 1996.
- [40] M. Wan, X.B. Dang, W.H. Zhang, Y. Yang: Optimization and improvement of stable processing condition by attaching additional masses for milling of thin-walled workpiece, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 103, 196-215, 2018.
- [41] E. Ozturk, U. Kumar, S. Turner, T. Schmitz: Investigation of spindle bearing preload on dynamics and stability limit in milling, *CIRP Annals*, 61, 1, 343-346, 2012.
- [42] 柴原豪紀, 熊谷幹人, 大西賢治：工作機械の高剛性可変予圧主軸の開発，*砥粒加工学会誌*, 62, 2, 101-103, 2018.
- [43] 崔新, 竹ノ内哲也, 堀内幸, 池野順一, 高巢周平：永久磁石式磁気軸受併用によるエアスピンドルの高精度高剛性化，*精密工学会誌*, 65, 4, 615-619, 1999.
- [44] N.D. Sims, P.V. Bayly, K.A. Young: Piezoelectric Sensors and Actuators for Milling Tool Stability Lobes, *Journal of Sound and Vibration*, 281, 3-5, 743-762, 2005.