

(続紙 1)

京都大学	博士 (情報学)	氏名	伊藤 海斗
論文題目	Theories of Optimal Control and Transport with Entropy Regularization (エントロピー正則化を伴う最適制御・輸送理論)		
(論文内容の要旨)			
<p>本論文は、最適制御・最適輸送(OT:optimal transport)という密接な関係をもつ二つの問題を、エントロピー正則化の観点から理論的に考察するとともに、幅広い応用事例に適用可能な制御手法を提案するものである。最適制御では、動的システムを適切に制御することで、与えられた評価指標の最適化を目指す。一方で最適輸送では、所与の物資を目標の物資分布に最も効率よく運ぶことを考える。近年、これらにエントロピー正則化を施した問題が、解の計算効率性などの観点から注目されており、それぞれ最大エントロピー(MaxEnt)最適制御、エントロピー正則化最適輸送(Entropic OT)と呼ばれている。Entropic OT問題は、量子力学に由来するSchrödinger bridge(SB)問題と等価であることが知られている。SB問題は、確率過程に関するKullback-Leibler(KL)ダイバージェンス最小化問題である。さらに連続時間過程に関するSB問題は、状態変数の初期・終端分布に制約をもつ連続時間最適制御問題として、等価に再定式化できることが知られている。</p> <p>この最適制御とSB問題(等価的にEntropic OT)の関係性を動機として、本論文の前半では、離散時間における最適制御とSB問題の関係性を考察している。特に、離散時間においてSB問題と対応するのは、MaxEnt最適制御であることを明らかにしている。さらに本論文の後半では、多数のエージェントを目標分布に効率よく収束させる問題を取り扱っている。この問題を通して、Entropic OTが制御系設計において有効活用できることを示している。</p> <p>本論文は以下の6章から構成される。</p> <p>第1章では、最適制御と最適輸送、そしてそれらのエントロピー正則化の背景を概観し、本研究の目的・貢献を説明している。</p> <p>第2章では、最適制御と最適輸送の基本的な結果を紹介している。また、Entropic OTとSB問題の等価性、そして連続時間におけるSB問題と最適制御の等価性に関する結果をまとめている。</p> <p>第3章では、離散時間におけるMaxEnt最適制御とSB問題を関係付けるために、KL制御の解析を行っている。KL制御は、制御コストの定量化にKLダイバージェンスを用いた最適制御であり、同じくKLダイバージェンス最小化を考えるSB問題と類似点をもつ。しかしKL制御では、「状態遷移分布が自在に制御可能」という非現実的な仮定が必要になるため、KL制御とSB問題の関係性が不透明になっていた。そこで本章ではまず、KL制御を定式化し直すことで、非現実的な仮定を用いずに、KL制御の特徴である解の効率的な計算を可能にした。さらに再定式化したKL制御があるMaxEnt最適制御と等価であること、そしてKL制御はSB問題の制約を強めた問題になっていることを明らかにした。これらは一般の離散時間非線形システムで成り立つ結果である。</p> <p>第4章では、線形システムに焦点を当てている。具体的には、離散時間線形システムの初期・終端状態分布が所与のガウス分布に従うという制約付きMaxEnt最適制御を解析し、その解を陽に導出している。さらに、ガウス分布制約をもった線形システムのMaxEnt最適制御が、線形システムに対応するSB問題を与えることを証明している。第3章において、非線形システムに対して与えられたMaxEnt最適制御(KL制御)とSB問題の関係性では、解が一致することは明らかになっていない。一方で第4章により、線形システムでは、MaxEnt最適制御とSB問題の解が一致する等価な関係が示されたことになる。</p> <p>第5章では、多数のエージェントの状態変数を目標分布に効率よく収束させる問題</p>			

に取り組んでいる。この問題は動的システム上の最適輸送問題として定式化できるが、エージェントの数が増えるにつれて、最適解の計算負荷が膨大になってしまう課題がある。これを解決するため、Entropic OTを制御系設計に活用することを本研究で考えている。Entropic OTは、Sinkhornアルゴリズムという反復計算で効率よく解が得られる。そこで、各エージェントの輸送先を決定するためのSinkhornアルゴリズムと、効率的な制御を実現するための「モデル予測制御」を統合した動的輸送アルゴリズムを本研究は提案している。本手法の特徴は、制御の実行と輸送計画の決定が並行していることにあり、これにより、多数エージェントの効率的な輸送制御が実時間で可能になっている。さらに理論結果として、エントロピー正則化は計算の効率化だけに留まらず、提案法の収束性解析を可能にすることを示している。

第6章では、本論文で得られた結果を要約し、今後の課題について述べている。

(論文審査の結果の要旨)

本研究は、最適制御と最適輸送(OT:optimal transport)の関係をエントロピー正則化の観点からまとめたものである。近年、解の計算効率性などの観点から、エントロピー正則化を伴う最適制御(MaxEnt最適制御)と最適輸送(Entropic OT)が、データ科学分野などで注目されている。これに対して本論文では、離散時間過程における最適制御、Schrödinger bridge(SB)問題の関係性について議論している。さらに、Entropic OTの計算効率性を有効活用した、大規模システムの制御法を提案している。具体的には、以下に示す研究成果を得ている。

(1) Kullback-Leibler(KL)ダイバージェンスを制御コストにもつKL制御問題の解析を行っている。その成果の一つとして、確率雑音で駆動される状態過程の標本により、KL制御が効率的に計算できることを証明している。さらにKL制御がある離散時間MaxEnt最適制御と等価であることを示している。最後に、初期・終端時刻の状態分布に制約をもつKL制御は、離散時間SB問題の制約を強めた問題となることを明らかにしている。

(2) 線形システムに焦点を当てて、上記結果をさらに深めている。まず初期・終端状態分布が、所望のガウス分布に一致する制約を課したMaxEnt最適制御(密度制御, Density control)の解の導出したのち、Brownian bridgeとの関係を明らかにしている。また、MaxEnt最適密度制御が、線形システムに対するSB問題の解を与えることを証明している。

(3) 多数のエージェントを適切に制御・輸送することで、所望のエージェント分布を効率的に達成する問題に取り組んでいる。本問題は動的システム上の最適輸送問題と見なせるが、エージェントの数が多いと解の計算負荷が膨大になってしまう課題がある。これを解決するため、Entropic OTの効率的な解法であるSinkhornアルゴリズムと、モデル予測制御を統合した制御手法を本研究は提案し、収束性の証明や数値例によりその有効性を示している。

以上、本論文では、動的システムにおける最適制御と最適輸送の関連に着目し、確率制御理論の本質的な数理的構造を明らかにするとともに、現実世界の幅広い応用事例に適用可能な制御手法を提案しており、その成果は学術上寄与するところが少なくない。

よって、本論文は博士(情報学)の学位論文として価値あるものと認める。また、令和4年8月19日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。なお、本論文は、京都大学学位規程第14条第2項に該当するものと判断し、公表に際しては、当面の間、当該論文の全文に代えてその内容を要約したものとすることを認める。