（ 続紙 １ ）

京都大学	博士（情報学）	氏名	田辺 広樹
論文題目	Composite Multi-Objective Optimization: Theory and Algorithms （複合関数で構成された多目的最適化：理論とアルゴリズム）		

（論文内容の要旨）

多目的最適化は最適化したい指標(目的関数)を複数持つ問題である．一般に，複数の指標はトレードオフな関係があり，すべての目的関数において最適となる最適解は存在しない．そこで多目的最適化では他の候補に対してすべての指標において劣後していないパレート解を求めることが目標となる．このパレート解構造の複雑性から，これまでの多目的最適化の研究は，メタヒューリスティクスや単目的な問題に変換して解くスカラー化手法など，多目的最適化の理論に基づかないアプローチが主流であった．近年，単目的最適化のアルゴリズムを多目的に一般化し，多目的最適化の構造を利用した勾配法が提案され，活発に研究が進められている．しかしながら，その収束性には目的関数の微分可能性など強い仮定を必要としていた．さらに，パレート解との距離を測る指標がなかったため，適切な計算量の解析ができていなかった．

本論文は，微分不可能な関数と微分可能な関数との混合関数で構成された多目的最適化問題を考えている．その問題は，微分不可能な関数として制約集合の標示関数をとることによって，制約つきの多目的最適化問題を表すこともできる．本論文では，まず，パレート解においては０，そうでなければ正の値をとるメリット関数を提案している．さらに，近接勾配法および加速付き近接勾配法を提案し，メリット関数を用いてその計算量の解析を行っている．本論文は，以下の６章から成っている．

第1章は序論であり，決定変数が連続変数となる多目的最適化問題に対する既存の研究成果および論文全体の構成を概説している．第2章では，本論文で用いる凸解析や多目的最適化に関する事項をまとめている．

第3章では，複合関数で構成された多目的最適化問題に対するメリット関数をいくつか提案している．単目的に限定した際には，それらのメリット関数は単目的の目的関数値と最適値との差や目的関数の勾配の大きさの二乗になっており，単目的の最適性の指標の自然な一般化になっている．適当な条件のもとでそれらのメリット関数がパレート解との距離を測るエラーバウンドとなることを示している．その結果を応用し，パレート解の集合が有界となる条件を与えている．さらに，メリット関数の微分可能性についても考察をしている．

第4章では，単目的最適化における代表的な解法である近接勾配法を多目的最適化問題に拡張している．近接勾配法とは最急降下法と近接点法を組み合わせた手法であり，射影勾配法などを含む数理最適化の基盤手法の一つである．その近接勾配法の収束性を理論的に解明している．特にメリット関数を用いて計算量の解析を与えるとともに，単目的において重要な役割を果たすPolyak-Lojasiewicz不等式を多目的に一般化した不等式を与え，その不等式が成り立つ条件のもとでの一次収束性を示している．さらに，混合関数を構成する微分不可能な関数としてロバスト最適化に現れる関数を考え，ロバスト多目的最適化問題を定式化し，数値実験を通して提案手法によって効率よくロバスト多目的最適化問題が解けることを確認している．

第5章では，目的関数が凸関数であるときに，第4章で与えた近接勾配法を加速する手法を提案し，実際に計算量が低減することを理論的に示している．この手法は機械学習などの単目的最適化でよく用いられるFISTA(Fast Iterative Shrinkage Algorithm)の一般化になっている．さらに，パラメータの更新を工夫することによって，メリット関数値だけでなく，生成される点列も収束すること示している．このパラメータの工夫は単目的においても新規な提案である．数値実験によって，単目的最適化，多目的最適化の両方において既存手法よりも高速に解が求まることを確かめている．

第6章は結論であり，本論文のまとめと今後の課題を述べている．

（続紙　２　）

（論文審査の結果の要旨）

本論文は，複合関数によって構成された連続変数をもつ多目的最適化問題に対して，理論的解析の道具となる新しいメリット関数とパレート解を求める手法としての近接勾配法および加速付き近接勾配法を提案し，メリット関数を用いてそれらの手法の収束性を明らかにしたものであり，得られた結果は以下のとおりである．

１．　複合関数で構成された多目的最適化問題に対するメリット関数をいくつか提案している．それらのメリット関数は，単目的に限定した際には単目的の目的関数値と最適値との差や目的関数の勾配の大きさの二乗になっており，単目的の最適性の指標の自然な一般化になっている．適当な条件のもとでそれらのメリット関数がパレート解との距離を測るエラーバウンドとなることを示している．その結果を応用し，パレート解の集合が有界となる条件を与えている．また，メリット関数の微分可能性についても考察している．

２．　単目的最適化における代表的な解法である近接勾配法を多目的最適化問題に拡張している．近接勾配法は最急降下法と近接点法を組み合わせた手法であり，射影勾配法などを含む数理最適化の基盤手法の一つである．その近接勾配法の収束性を理論的に解明している．特にメリット関数を用いて計算量の解析を与えるとともに，単目的において重要な役割を果たすPolyak-Lojasiewicz不等式を多目的に一般化した不等式を与え，その不等式が成り立つ条件のもとでの一次収束性を示している．さらに，混合関数を構成する微分不可能な関数としてロバスト最適化に現れる関数を考え，ロバスト多目的最適化問題を定式化し，数値実験を通して提案手法によって効率よくロバスト多目的最適化問題が解けることを確認している．

３．　目的関数が凸関数であるときに，2.の近接勾配法を加速する手法を提案し，実際に計算量が低減することを理論的に示している．この手法は機械学習などの単目的最適化でよく用いられるFISTA(Fast Iterative Shrinkage Algorithm)の一般化になっている．さらに，パラメータの更新を工夫することによって，メリット関数値だけでなく，生成される点列も収束すること示している．このパラメータの工夫は単目的においても新規な提案である．数値実験によって，単目的最適化，多目的最適化の両方において既存手法よりも高速に解が求まることを確かめている．

以上のように，本論文では，連続変数をもつ多目的最適化問題に対して，新しいメリット関数を提案するとともに，その解法として近接勾配法および加速付き近接勾配法を考案し，その理論的性質を解明しており，得られた成果は学術上および応用上極めて優れている．よって，本論文は博士（情報学）の学位論文として価値あるものと認める．また，令和4年8月22日に実施した論文内容とそれに関連する内容についての試問の結果，合格と認めた．また，本論文のインターネットでの全文公表についても支障がないことを確認した．

要旨公開可能日：　令和　　年　　　月　　　日以降