

( 続紙 1 )

京都大学	博士 (情報学)	氏名	米田亮介
論文題目	Theoretical and Experimental Research on Coupled Phase-Oscillator Models (結合位相振動子系に関する理論及び実験的研究)		
<p>(論文内容の要旨)</p> <p>本論文は同期現象を記述する代表的な数理モデルである結合位相振動子系について、その理論及び実験に関する研究成果をまとめている。</p> <p>第1章では、研究背景を概観するため、数理モデルの重要性に始まり、自然界に存在する同期現象とそれを記述する数理モデルである結合位相振動子系についてその位置づけと意義を述べている。次に結合位相振動子系の研究に関する現状の課題を挙げ、本論文の構成について述べている。</p> <p>第2章では、結合位相振動子系のこれまでの理論研究を概説している。特に、位相縮約による結合位相振動子系の導出、非同期状態から同期状態への転移現象とその性質、グラフ上の結合位相振動子系について詳しく説明している。</p> <p>第3章では、結合位相振動子系が示す同期に関する引き込み転移について、特に同期転移の臨界指数に関する新たな知見を報告している。全結合ネットワーク上の結合位相振動子系が示す同期転移の臨界指数についてはこれまで研究されており、結合関数や自然振動数分布によって臨界指数が様々な値を取ることが知られている。本研究では、より現実的なスモールワールドネットワークを対象に、このネットワーク上の結合位相振動子系が持つ臨界指数を調べている。臨界指数を理論的に解析するのは困難を伴うため、数値的に検証を試み、そのために統計力学で広く使われる有限サイズスケリングの手法を援用している。解析の結果、全結合ネットワーク上の結合位相振動子系では見られなかった、異なる臨界指数が現れることを明らかにしている。さらに、得られた臨界指数の結合関数依存性がノイズを与えた結合位相振動子系のもものと一致する事実に関しても議論している。</p> <p>第4章では、結合位相振動子系が同期するために必要なネットワークの条件について論じている。自然振動数がすべて同一かつ結合が正弦関数である蔵本モデルは、すべての振動子が同じ位相を取る完全同期解を一つの安定解としてもつ。一方で、ネットワークのつながり方によっては他の安定解を持つことが知られている。ネットワークがどれほど密であるかを定量的に評価する指標として接続数<math>\mu</math>を定義すると、<math>0.7888... \leq \mu</math>である任意のネットワークにおいては結合振動子系が完全同期解のみを安定解に持つことが先行研究で示されている。一方で、<math>\mu \leq 0.6828... </math>では、あるネットワークが存在して完全同期解以外の安定解が存在することも知られている。以上のことから、任意のネットワークに対して完全同期解が唯一の安定解となる最小の<math>\mu</math>を臨界接続数<math>\mu_c</math>と定めると、<math>0.6828... \leq \mu_c \leq 0.7888... </math>であることまでは知られているが、<math>\mu_c</math>の正確な値は未だ知られていない。本研究では、臨界接続数の下限に対する評価を改善するため、ネットワークとして巡回グラフを考え、完全同期解以外の平衡点が安定となるようなグラフの探索問題を整数計画問題として定式化した。この整数計画問題を厳密に解くことで、既存研究で知られていた<math>\mu_c</math>の下限を上回るような、完全同期解以外の安定平衡点を持つネットワークが存在することを見出した。</p> <p>第5章では、与えられた実データからその背後にあるダイナミクスを結合位相振動子系として推定する枠組みとして、ガウス過程回帰を用いた手法を提案している。従来は、結合関数をフーリエ級数展開した係数を推定する問題に落とし込んでベイズ線形回帰を行う手法が用いられていた。ただし、適切なフーリエ次数を選択する自由度が残っていた。本研究では結合関数がガウス過程によって生成されているとする方法を提案することで、この自由度の問題を自然に解決している。すなわち、実データを従来の手法等で位相へと変換した後、回帰すべき関数の性質として加法性と周期性を</p>			

反映した共分散関数を提案することで、ガウス過程回帰に定式化することに成功している。また、ガウス過程回帰は、データ数に対する計算量が多いことが問題として挙げられるが、計算量を実際の計算が可能な程度まで削減する変分ベイズ等の方法について述べており、それも活用している。最後に、提案手法をファン・デル・ポール振動子と神経ネットワークモデルに適用し、適切に結合位相振動子系が推定されることを実証している。

第6章では、第3章、第4章、第5章で得られた結合位相振動子系に関する研究の結論を述べている。また、本研究が示唆する今後の発展の可能性について述べられている。

(続紙 2)

(論文審査の結果の要旨)

本論文は同期現象を記述する代表的な数理モデルである結合位相振動子系についての研究成果をまとめたものであり、論文は様々なネットワークにおける同期特性の理論および数値的解析の部分と、時系列データからの同期現象を引き起こす相互作用の推定に関する研究をまとめた部分から構成されている。具体的には以下の3つの研究結果を報告している。

第一の研究では、結合振動子系の引き込み転移における臨界指数に関する成果を報告している。大域結合した結合位相振動子系の臨界指数については、その結合関数や自然振動数分布のタイプに依存性することはよく知られている。その一方で、結合位相振動子系をネットワーク上に拡張した場合に臨界指数がどのような値を取るかはほとんど知られていない。本論文は、平衡統計力学で有効であった有限サイズスケールリングを、ベイズ統計の手法も援用して、ネットワーク上に拡張した結合位相振動子系に関して、様々な場合に系統的かつ網羅的に調べた結果を述べている。特に、スモールワールドネットワーク上の結合位相振動子系を考えたとき、大域結合の場合と異なる臨界指数が現れることを報告しているが、新規性のある結果と評価できる。スモールワールド性は現実のネットワーク構造を考える場合に考慮すべき重要な特性であると考えられ、現状の理論解析ではわからない知見を得たことは、今後の研究に対する貢献として評価に値する。

第二に、位相が全て等しくなる完全同期解が安定である結合位相振動子系に関して、完全同期解以外の非自明な解が存在する条件を、接続数という指標を軸に研究した内容をまとめている。先行研究では、臨界接続数(critical connectivity)の下限を評価する際に、ある巡回ネットワークにおいて同期しない解を発見するという発見法的な研究が行われてきた。しかし、これらのヒューリスティックな方法は系統的小よび効率的とはいえず、見落としが生じる可能性が大いにある。本研究では、完全同期解以外の安定解が存在する巡回ネットワークの中で接続数が最も大きいものを求める問題を、情報学における標準的な手法である整数計画問題として定式化することで、網羅的に一挙に安定解を探索し求めることに成功している。その重要な結果として、従来の臨界接続数の下限を改善するような巡回ネットワークの存在を見出している。また、この結果に触発された他研究者から新たな下限の更新が報告されるなど波及効果も大きく、本研究は当該分野で重要な貢献をしたと判断される。

第三の研究は、リズムを内在する時系列データから、リズム間の相互作用を位相振動子の結合関数として推定する手法の研究である。先行研究で行われているフーリエ級数展開によるベイズ線形回帰では、適切な次数選択に失敗する可能性や不自然に振動的挙動を示す等の問題点が指摘されている。それに対し、ガウス過程回帰を用いる提案手法では、その性質から自然で滑らかな結合関数を得ることができるため、新たな推定法として価値があると判断される。本手法では、結合関数の性質としての周期性と加法性をうまく取り込んだ共分散関数を新たに提案し、また、変分ベイズなどの手法も活用する等の一連の工夫を行っている。その結果として、計算機で模擬データを生成した神経ネットワークに関して、位相縮約による理論的結果と推定した結合関数が実際に妥当な範囲で一致していることを確認するに至っている。ガウス過程回帰を、加法性をうまく活用して力学系の相互作用推定に応用した研究はこれまで少なく、一般的な2体相互作用している多体系のダイナミクスに対するデータ解析への拡張も期待できることから、力学系の基礎理論とデータサイエンスの両者の知見を活用した成果として評価できる。

以上により、本論文は博士(情報学)の学位論文として価値あるものと認める。また、令和5年2月24日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、

合格と認めた。また、本論文のインターネットでの全文公表についても支障がないことを確認した。

要旨公開可能日：            年        月        日以降