

(続紙 1)

| | | | |
|---|---|----|------|
| 京都大学 | 博士 (情報学) | 氏名 | 堀 篤史 |
| 論文題目 | Models, algorithms, and distributional robustness in Nash games and related problems (ナッシュゲームと関連する問題におけるモデル・アルゴリズム・分布的ロバスト性) | | |
| (論文内容の要旨) | | | |
| <p>ゲーム理論は経済学における主要な数理モデルの一つであり、現代では計算機科学、政治学、心理学など、多様な分野で活用されている。ナッシュゲームは、複数の意思決定者 (プレイヤー) が存在する非協力ゲームにおいて、どのプレイヤーも一方的に戦略を変える動機を持たない状態 (ナッシュ均衡) を表した数理モデルである。ナッシュゲームは半世紀以上わたり活発に研究されているが、各プレイヤーが将来に関する不確実な情報に基づいて意思決定をするゲームや、先手 (リーダー) と後手 (フォロワー) などの複雑なプレイヤー構成を持つゲームなど、現実により忠実な状況を表現するナッシュゲームの研究は十分に行われていない。</p> <p>本論文の目的は、不確実な情報や複雑なプレイヤー関係を持つゲームに対して、最適性の条件などに基づく数理モデルを構築するとともに、その数理モデルにおけるナッシュ均衡を求める実用的なアルゴリズムを提案し、その収束性を理論的に解明することである。本論文は、以下の6章から成っている。</p> <p>第1章は序論であり、ナッシュゲームおよびナッシュ均衡を求めるアルゴリズムに対する既存の研究成果を紹介し、論文全体の構成を概説している。第2章では、本論文で用いる凸解析やゲーム理論に関する事項をまとめている。</p> <p>第3章はリーダーおよびフォロワーが複数存在するマルチリーダー・フォロワーゲーム (MLFG) を扱っている。MLFGは、複数のリーダーがフォロワーの最適応答を考慮しつつ、各自の最適化を図る階層型のナッシュゲームである。従来研究では、ナッシュ均衡を求めることが容易である等式制約のみを持つモデルが考察されていた。本章では、一般の不等式制約を含むモデルに対して、MLFGを均衡制約付き均衡問題に再定式化し、ペナルティ関数を用いて制約条件に含まれる相補性条件を目的関数に組み込むことで、古典的なナッシュゲームに変換し、Gauss-Seidel法で解くアプローチを提案している。さらに、その理論的収束性を議論し、数値実験により提案アプローチの有効性を確認している。</p> <p>第4章では、古典的なゲームモデルであるクールノー競争において、情報が不確実で意思決定が二段階で行われる場合への拡張を考えている。近年、プレイヤーが持つ情報を確率変数として捉え、各プレイヤーがその確率変数の分布的ロバスト性を考慮して意思決定を行う分布的ロバスト確率ナッシュゲームが活発に研究されている。しかしながら、意思決定が二段階あるゲームについては、特殊な状況に限定した分析に留まっており、より一般的な分布的ロバスト確率ナッシュゲームの研究は行われていなかった。本章では、まず、クールノー競争を含む2段階分布的ロバスト確率ナッシュゲームにおいてナッシュ均衡が存在する条件を明らかにしている。さらに、ナッシュ均衡も求めるアルゴリズムを提案し、提案アルゴリズムを適用した数値実験によっ</p> | | | |

て、二段階クールノー競争において分布的ロバスト性が各プレイヤーの意思決定に与える影響を分析している。

第5章では、確率変分不等式問題に対する分布的ロバスト期待残差最小化モデルを提案し、その性質を解明している。確率変分不等式問題はパラメータが不確実である確率最適化問題や非協力ゲームを表すことができる数理モデルである。従来の確率変分不等式の研究では、パラメータが従う確率分布が既知であることを前提としており、確率分布そのものが不確実である場合の妥当な解を求める手法は考案されていなかった。本章では、観測データに基づいて与えられた確率分布の不確実性集合を考え、その集合の中で最も振る舞いを悪くする分布を選んだ場合における変分不等式の残差関数の期待値を最小化するモデルを提案している。このモデルは確率分布が既知な場合における期待残差最小化法の一般化となっている。双対性を利用することによって、提案モデルが非線形半正定値計画問題として定式化できることを示している。さらに、その問題が凸最適化問題となるための条件を与えている。

第6章は結論であり、本論文のまとめと今後の課題を述べている。

(続紙 2)

(論文審査の結果の要旨)

本論文は、ゲーム理論における代表的なモデルの一つであるナッシュゲームに対して、プレイヤーの関係が複雑なリーダー・フォロワー型のゲームや不確実な情報に基づくゲームの数理モデルを構築し、それらのナッシュ均衡を求めるアルゴリズムを提案し、その収束性の解析を行っており、得られた結果は以下のとおりである。

1. リーダーおよびフォロワーが複数存在するマルチリーダー・フォロワーゲーム (MLFG) は、複数のリーダーがフォロワーの最適応答を考慮しつつ、各自の最適化を図る階層型のナッシュゲームである。従来研究では、ナッシュ均衡を求めることが容易な等式制約のみを持つモデルしか考察されていなかった。本論文では、不等式制約を含むMLFGを均衡制約付き均衡問題に再定式化し、ペナルティ関数を用いて制約条件に含まれる相補性条件を目的関数に組み込むことで、古典的なナッシュゲームに変換し、Gauss-Seidel法で解くアプローチを提案している。さらに、その理論的収束性を議論し、数値実験により提案アプローチの有効性を確認している。
2. 分布的ロバスト確率ナッシュゲームは、プレイヤーがもつ情報を確率変数として捉え、各プレイヤーやその確率変数の分布的ロバスト性を考慮して意思決定を行うゲームである。二段階の意思決定が行われる分布的ロバスト確率ナッシュゲームに関する既存の研究では、利得関数が線形であるなど特殊な状況に限定した分析に留まっていた。本論文では、より一般的な二段階分布的ロバスト確率ナッシュゲームを考え、そのナッシュ均衡が存在するための十分条件を与えている。さらに、ナッシュ均衡も求めるアルゴリズムを考案し、そのアルゴリズムを用いた数値実験によって、分布的ロバスト性が各プレイヤーの意思決定に与える影響を分析している。
3. 確率変分不等式問題は、パラメータが不確実である確率最適化問題や非協力ゲームを表すことができる数理モデルである。従来の確率変分不等式の研究では、パラメータが従う確率分布が既知であることを前提としていた。本論文では、確率分布の不確実性集合を考え、その中で最も振る舞いを悪くする分布を選んだ場合における、確率変分不等式の残差関数（解との距離を測る関数）を最小化するモデルを提案している。さらに、双対性を利用することによって、そのモデルが非線形半正定値計画問題として定式化できることを示し、その問題が凸最適化問題となるための十分条件を与えている。

以上のように、本論文では、複雑な構造をもつナッシュゲームおよびそれに由来する均衡問題に対して、新しい数理モデルを提案するとともに、そのナッシュ均衡を求めるアルゴリズムを考案し、その理論的性質を解明しており、得られた成果は学術上および応用上極めて優れている。よって、本論文は博士（情報学）の学位論文として価値あるものと認める。また、令和5年2月28日に実施した論文内容とそれに関連する内容についての試問の結果、合格と認めた。また、本論文のインターネットでの全文公表についても支障がないことを確認した。

要旨公開可能日： 令和 年 月 日以降