平成十四年九月一日発行（毎月一日一回発行）

經濟論叢

第170巻　第3号

平成14年9月

京都大學經濟學會

経済論叢（京都大学）第170巻第3号，2002年9月

ナッシュ遂行可能性と普遍写像問題*

島　　義　博

I　はじめに

経済学の主要な問題である資源配分問題についての数学的分析は，Walras [1874] 以来，大きな発展を遂げている。その中心的な課題はワルラス均衡に関連する問題であった。Arrow and Debreu [1954] によって一般均衡解の存在が証明されると共に，Arrow and Hurwicz [1958]，Arrow，Block and Hurwicz [1959] では，その安定性の問題が数学的に分析された。これらの分析では資源配分機構は明示的にモデル化されていなかったが，Hurwicz [1959] やMount and Reiter [1974] によって，一般的な資源配分機構の数学的モデルが定式化され，その視点からワルラス均衡が数学的に厳密に分析された。

資源配分機構モデルによれば，(1) 各主体は自分のもつ情報をメッセージとして交換し，(2) その結果として経済における配分が決定され，(3) その定まった配分に関してパレート効率性などの評価基準に従って評価をする，という手順で資源の配分とその評価が決定される。島 [2002] では，Hurwicz [1959]，Mount and Reiter [1974] あるいはSonnenschein [1974] などによって提示された資源配分機構モデルを取り上げ，コアや情報効率性などの概念を用いてワルラス均衡を分析するモデルを検討した。それらのモデルでは，ワルラス均衡は普遍写像問題の解という一つの性質から特徴付けられることが示された。

---

*　本稿は，1999年1月に京都大学へ提出した修士論文を大幅に加筆訂正したものである。ご指導いただいた京都大学の吉田和男教授と，修士論文に対して貴重なコメントを下さった京都大学の小島教授と根井教授に対して感謝の意を表したい。もちろん本稿における誤りは全て筆者の責任である。

これに対して，本稿ではゲーム理論の観点から資源配分問題を考える。資源配分機構をゲーム形式（game form）として解釈するモデルがゲーム理論的観点から見た資源配分機構モデルである。この場合，情報効率性のモデルに比べ，配分を決定するためにはより多くの情報が必要になる。なぜなら，各主体には決定した配分から逸脱する誘因が常にあり，そうさせないためには，価格や需要量に関する情報だけでなく，より詳しく主体の効用に関する情報が必要になるからである。効率性のモデルにはない，誘因を含めたメッセージを交換した結果として配分が決定される。そのときに用いられる均衡解の概念はナッシュ均衡であり，均衡が決定する時，ゲーム形式はナッシュ遂行可能であるという。

ナッシュ遂行可能性による分析は，Hurwicz［1979a］，［1979b］やMaskin［1977］以来確立された手法である。そして，この手法と社会的選択ルールの手法と組み合わせてワルラス均衡の特徴付けたYoshihara［1998］，Yoshihara［2000］を取り上げて，ナッシュ遂行可能性条件は普遍写像性を用いて特徴付けられることを示す。これが本稿の目的である。

本稿と島［2002］の結果をあわせることで，コアや情報効率性のモデルとナッシュ遂行可能なモデルとは普遍写像性という統一的な観点から把握されることが分かる。

本稿は次のように構成されている。第Ⅱ章で資源配分機構モデルを述べて，普遍写像問題を定式化する。第Ⅲ章で一般的なゲーム形式のナッシュ遂行可能性について述べると共に，こうしたゲーム形式の中に普遍写像性の考え方が用いられることを示す。第Ⅳ章で，社会的選択ルール（social choice rule）の手法を用いたアプローチを取り上げて，代表的なナッシュ遂行可能性のモデルであるYoshihara［1998］，Yoshihara［2000］のモデルを取り上げるとともに，その中で定式化される「自然な価格－数量機構」を用いることで情報効率性モデルなどと同様な可換図式が成り立ち，このモデルにも普遍写像性を適用することができることを示す。

II　資源配分機構モデルと普遍写像問題の定式化

1　資源配分機構（resource allocation mechanisms）の定義

まず，島［2002］と同様に，資源配分機構の定義を簡単にふりかえる[1]。

資源配分機構モデルは，(1)経済環境：(2)配分機構：(3)行動基準：(4)配分の評価，の4つの構成要素からなる。

まず，経済環境を定式化する。L ($<\infty$) 個の私的財が存在する経済を考える。消費者全体の集合を C で表す。消費者には，各財に関して初期保有量が与えられており，それは L 次元ベクトル ω_i で表される。消費者の選好は効用関数 u_i で表されるものとし，各消費者の効用関数全体の集合を U_i で表すものとする。標準的に使われるのは，効用関数は連続，単調かつ強い意味の準凹関数という仮定であるが，使われるモデルに関する効用関数の仮定はその都度記すことにする。

消費者 i の特性は，$e_i=(u_i, \omega_i)$ で表される。このとき，経済環境は各個人の特性の対 $e=(e_i)_{i\in C}$ で表される。初期保有量の存在する領域は R^L_{++}[2]とされるので，消費者 i の特性全体の集合は $E_i=U_i\times R^L_{++}$ で表され，経済環境全体の集合は $E=\prod_{i\in C}E_i$ で表される。

経済環境 e に対して，配分は個人の消費ベクトルのプロファイル $x=(x_i)_{i\in C}$ で定められる。配分に関する定義をしておく。

定義II-1

配分 x が経済環境 e について実行可能であるとは，$\forall i\in C, x_i\geq 0$ かつ $\sum_{i\in C}x_i=\sum_{i\in C}\omega_i$ がみたされることをいう[3]。

---

1)　詳細については，Groves and Ledyard［1987］を参照。

2)　ここでは，R^L, R^L_+, R^L_{++}, R^L をそれぞれ，L 次元実ベクトル空間，L 次元実ベクトル空間の非負象限，L 次元実ベクトル空間の正象限，L 次元実ベクトル空間の非正象限を表すものとする。

3)　記号≥は，$x_i=(x_{i1},\cdots,x_{iL})$ と表した時，全ての財 j について $x_{ij}\geq 0$ なることを表す。

定義Ⅱ-2

配分 x^* が経済環境 e についてパレート効率的であるとは，(1) x^* が e について実行可能であり，かつ，(2) x が e について実行可能ならば，少なくとも一人の i について $u_i(x_i)<u_i(x_i^*)$ が成立つことを意味する。

定義Ⅱ-3

配分 x が経済環境 e についてワルラス的（ワルラス均衡配分）であるとは，(1) x は e について実行可能であり，さらに (2) 価格ベクトル $p\in R_+^l$ が存在して，

$$px_i=p\omega_i\,; \tag{2-1}$$

$$u_i(x_i^*)>u_i(x_i)\Rightarrow px_i^*>p\omega_i \tag{2-2}$$

を満たすことをいう。

次に，配分機構を定式化する。配分機構においてある経済主体 i が他の主体全員に対して発するメッセージを m_i で表すとする。各主体からのメッセージのプロファイルを $m=(m_i)_{i\in C}$ とおく。消費者 i ついてのメッセージ全体の集合を M_i で表し，経済全体のメッセージ空間を $M=\prod_{i\in C}M_i$ で表し，配分機構のメッセージ空間と呼ぶ。

各主体がメッセージを発信して交換した結果，各主体が互いに満足するようなメッセージによって，経済における配分が定まる。このメッセージは均衡メッセージと呼ばれる。配分を決定するルールとは，任意のメッセージのプロファイル $m\in M$ に対して，実行可能な配分を対応させる帰結関数（outcome function）のことである。実行可能な配分の集合を A とすれば，帰結関数は，$h:M\to A$ と表現することができる。抽象的な意味での配分機構は，メッセージと配分を定めるルールの対である。

さらに，個人の行動仮説について考えることにしよう。経済全体からメッセージの集合への写像 $\mu:E\to M$ には，経済全体において各主体がいかなる行動仮説に基づいて行動しているかが集約されている。例えば，「消費者は支配戦略を採用する」という仮説を使用したときには，μ は経済全体から支配戦略

の集合への写像になる。また，それが「ナッシュ均衡を採用する」という仮説ならば，μ は経済全体からナッシュ均衡戦略の集合への写像となる。この μ は配分機構に依存して決定されることには注意が必要である。

最後に，機構のパフォーマンスとその評価について考えよう。経済 e と配分機構 h，行動仮説 μ が与えられたとき，その行動仮説の下での環境 e における配分機構 h のパフォーマンスを対応 $F: E \to A$ に集約させる。ただし，任意の $e \in E$ に対して $F(e, h, \mu) = h(\mu(e))$ となる。このことは次の図式に要約されている。

第1図

$$\begin{tikzcd} E \arrow[rr, "F"] \arrow[dr, "\mu"'] & & A \\ & M \arrow[ur, "h"'] & \end{tikzcd}$$

出所：Reiter [1977] をもとに作成。

すると，パフォーマンスが満たすべき性質について評価が必要になる。その評価基準の集合を $S(e) = \{e$ における配分 $| e$ における配分は評価基準の性質をみたす$\}$ と表せば，$F(e) \subset S(e)$ となるかどうかが問題になる。この条件を満たすとき，そのパフォーマンスは実現可能であるという。

2　数学的準備：普遍写像問題の定式化

集合の圏から集合の圏への具体的な関手を考えて，その関手に対する普遍写像問題の解を定義することにする[4]。

集合の圏 ***Sets*** から集合の圏 ***Sets*** への共変関手 (covariant functor) F を次のように定義する：各集合 X に対し，$F(X)$ は，ある固定された L から X へ

4）圏 (category) と関手 (functor) の基本的な定義については，河田 [1990] などを参照。ここでの関手の定義は，Urai [1995] による。また，このような関手は一般に表現可能な関手 (representative functor) と呼ばれる。

の写像全体の集合と定義し，圏 ***Sets*** の任意の射 $h:X\to Y$ と $f\in F(X)$ について，$F(h)(f)=h\circ f$ と定義する。

「この共変関手 F に対して，次の普遍性をみたす集合と写像の対が存在するのか」という問題が，圏 ***Sets*** と共変関手 F に関する L についての「普遍写像問題」である：

（普遍性） 任意の集合 X と写像 $f\in F(X)$ に対して，ある一意的な写像 $h:U\to X$ が存在して，$f=h\circ u$ となる。

この問題について，普遍性をみたす集合 U と $u\in F(U)$ が存在するならば，対 (U, u) は圏 ***Sets*** と共変関手 F に関する L についての「普遍写像問題の解」であるといわれる。さらに，このような写像 u は普遍写像性（universal mapping property）を持つという。

共変関手にはその反対の概念として反変関手（contravariant functor）が定義されることが知られている。そこで，上の共変関手に対する反変関手を定義し，その反変関手についての普遍写像問題の解を定義することにする。

集合の圏 ***Sets*** から集合の圏 ***Sets*** への反変関手 T を次のように定義する：集合 L を固定したものとして考える。各集合 X に対し，$T(X)$ は X から L への写像全体の集合と定義し，圏 ***Sets*** の任意の射 $h:X\to Y$ と $f\in T(X)$ について，$T(h)(f)=f\circ h$ と定義する。

この反変関手 T に対して，次の普遍性をみたす対 (U, u) が，この圏 ***Sets*** と反変関手 T に関する L についての普遍写像問題の解である：

（普遍性） 任意の集合 X と写像 $f\in T(X)$ に対して，ある一意的な写像 $h:X\to U$ が存在して，$f=u\circ h$ となる。

この普遍写像問題の解は，ここで定義された関手についてだけではなく，一般の圏と関手について成立する[5]。そして，普遍写像問題の解の持つ重要な性質は，それが存在すれば同型対応を除いて一意的に決定されることである。この性質を用いて集合の同値類や直積集合の特徴づけといったことが行われてい

5) 一般の関手に対する普遍写像問題の解の定式化については，彌永・小平［1961］を参照。

第2図

$$\begin{tikzcd} L \arrow[r, "f"] \arrow[d, "u"'] & X \\ U \arrow[ur, "h"'] & \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} X \arrow[r, "f"] \arrow[d, "h"'] & L \\ U \arrow[ur, "u"'] & \end{tikzcd}$$

共変関手のときの図式　　　　反変関手のときの図式

る。このような定式化において重要なことは，X と U が同じ構造を持つこと（同じ圏に属すること）である。

ここで，共変関手と反変関手の普遍写像問題の解についての可換図式を挙げておく。

Ⅲ　ナッシュ遂行可能性（Nash implementability）について

自分の需要や選好を正直に申告することが各個人にとって支配戦略となることは，誘引両立的（incentive compatible）と呼ばれる。そして，Hurwicz [1972] は，市場経済のワルラス均衡は誘因両立的ではないことを示した。一般に支配戦略均衡については，パレート効率性と誘因両立性はトレード・オフの関係にあることが示されている[6]。

支配戦略均衡は狭いクラスの均衡であるので，その存在条件は厳しい。そのため，この均衡概念では配分機構を構築できない場合もおこりうる。そこで均衡概念をより広くして，パレート効率性と両立する均衡概念を決定することが求められた。そこで考えられたのが，ゲーム理論での基本的な均衡概念であるナッシュ均衡を用いることであった。そして，ナッシュ均衡はパレート効率性と両立することが示されている。

以下では，ナッシュ均衡戦略による資源配分機構の実現可能性についての基本的なモデルを見ておくことにする[7]。

6)　これについては，Hurwicz and Walker [1990] や Saijo [1991] などを参照。

7)　以下のモデルの表記については主に，Groves and Ledyard [1987] を参照。ただし，効用関数を用いる形に変えてある。

$C=\{1, 2, \ldots, n\}$ を個人の集合とする。A を選択対象の集合とする。各 $i\in C$ について，U_i を A 上での第 i 主体の効用関数の集合とし，連続かつ強く単調で強い準凹であるとする。さらに，効用関数のプロファイル $u=(u_1, u_2, \ldots, u_n)$ の集合は，$U\subset\prod_{i\in C} U_i$ をみたす。ただし，各 $i\in C$ について $u_i\in U_i$ が成立つ。

この場合には，効用関数そのものが各主体の特性をあらわしている。そこで，改めて各経済主体の特性を e_i と表記して，各経済主体の特性全体の集合を E_i と表記する。そして，経済環境全体の集合を $E=\prod_{i\in C} E_i$ と表す。このとき経済環境から実行可能配分への対応を社会的選択ルールと呼び，$F: E\rightarrow A$ と表す。

さらに，任意の $u_i\in U_i$ と $z\in A$ とについて，$L(z, u_i)=\{x\in A|u_i(z_i)\geq u_i(x_i)\}$ と定義する。それは，z についての u_i の等量線より低い効用水準の等量線上にある点の集合（lower contour set）を表す。

M を戦略空間とし，対 (M, h) をゲーム形式と呼ぶ。ただし，$M=\prod_{i\in C} M_i$ は戦略プロファイル m の集合であり，$h: M\rightarrow A$ は帰結関数である。

任意の $m\in M$ と $j\in C$ について，$m_{-j}=(m_1, \ldots, m_{j-1}, m_{j+1}, \ldots, m_n)$ と表し，$h(M_j, m_{-j})=\{z'\in Z|$ ある $m'_j\in M_j$ について，$z'=h(m'_j, m_{-j})\}$ と定義する。

任意の効用プロファイル u を所与としたとき，戦略 $m\in M$ が h についてのナッシュ均衡であるとは，「全ての $i\in C$ について，$h(M_i, m_{-i})\subset L(h(m), u_i)$」が成立つことをいう。効用プロファイル u の下での h についてのナッシュ均衡の集合を M^* で表す。経済環境の集合 E から M^* への写像を μ で表すことにする。

社会的選択ルール F がナッシュ遂行可能（Nash Implementable）であるとは，$F=h\circ\mu$ をみたすゲーム形式 (M, h) が存在することをいう。このとき，次の図式が可換になる：

ナッシュ遂行可能性のモデルは，資源配分機構モデルの用語を用いて次のように解釈することができる。メッセージ集合は戦略集合で，配分機構はゲーム形式 (M, h) であり，行動仮説としてナッシュ均衡を用いた資源配分機構であ

第３図　ナッシュ遂行可能条件の可換図式

$$\begin{tikzcd} E \arrow[rr, "F"] \arrow[dr, "\mu"'] & & A \\ & M^* \arrow[ur, "h"'] & \end{tikzcd}$$

出所：Groves and Ledyard［1987］をもとに作成。

る。モデルでは，特にパフォーマンスの評価基準は定めていない。

第３図の図式が可換になるのは，以下の基本定理で示される条件を満たすときである。そこで Maskin［1977］，［1985］にしたがって，その基本定理を見ることにする。経済主体の特性は効用関数のみで表されるものとする。

基本定理（Maskin［1977］，［1985］）

F を n 人から構成される社会の社会的選択ルールとする。F がナッシュ遂行可能であるならば，それはマスキン単調性をみたす。さらに，$n\geqq 3$ で，「弱い意味で拒否権の不行使」（weak no-veto power）とマスキン単調性を満たすならば，社会的選択ルールはナッシュ遂行可能である。

ただし，F が弱い意味で拒否権の不行使をみたすとは次の条件を満たすことである：全ての $u=(u_1,\dots,u_n)\in U_1\times\cdots\times U_n$ と全ての $a\in A$ に対して，「全ての $j\neq i$ と全ての $b\in A$ について $u_j(a)\geqq u_j(b)$」となるような i が存在するときには，必ず $a\in F(u)$ となる。

そして，F がマスキン単調性をみたすとは，次の条件が満たされることをいう：任意の $(u_1,\dots,u_n),(\bar{u}_1,\dots,\bar{u}_n)\in U_1\times\cdots\times U_n$ と全ての $a\in A$ に対して，「(1) $a\in F(u)$ かつ (2) 全ての $b\in A$ と任意の i について，$u_i(a)\geqq u_i(b)\Rightarrow\bar{u}_i(a)\geqq\bar{u}_i(b)$」が成立つときには，必ず $a\in F(\bar{u})$ が成立つ。

ナッシュ遂行可能性を満たす社会的選択ルールは上述のゲーム形式をもつ。このゲーム形式については以下のような形で普遍写像問題の解が存在する。記号の表記はゲーム形式の議論のときに用いられたものをそのまま用いることに

する。

主張 1

(M^*, h^*) は，次に定義する圏 $\boldsymbol{S}$ から圏 $\boldsymbol{O}$ への反変関手 T の普遍写像問題の解である。

反変関手 $T:\boldsymbol{S}\rightarrow\boldsymbol{O}$;

$\boldsymbol{S}$：集合の圏（戦略集合 M を対象として持つ）

$\boldsymbol{O}$：$T(M)$ は M から A への写像の集合であり，その写像の集合を対象として持つ圏；ただし，

$T(M)=\{k\in A^M$：主体の数 $n\geqq 3$ で，マスキン単調性と弱い意味での拒否権の不行使を満たす社会的選択ルール F に対して，経済からナッシュ均衡戦略の集合への写像 μ が存在する$\}$

圏 $\boldsymbol{S}$ 内の対象間の射 $\phi:M\rightarrow M'$ に対して，$T(\phi):T(M')\rightarrow T(M)$ を

$$T(\phi)(T(M')):T(M')\circ\phi$$

とする。

第 4 図

$$\begin{tikzcd} M \arrow[rr, "h"] \arrow[dr, "\phi"'] & & A \\ & M^* \arrow[ur, "h^*"'] & \end{tikzcd}$$

社会的選択ルールの理論において明示されてはいないが，このようにしてゲーム形式に対して「均衡戦略を選ぶ」という行為が普遍写像問題の解として定式化できる事がわかる。ナッシュ均衡（あるいはその精緻化された均衡概念）を用いてナッシュ遂行性を特徴付ける手法については，ほとんどこの形の図式をしている[8]。

8) このようなモデルの例としては，Hurwicz [1979a]，[1979b]，Schmeidler [1980]，Schmeidler↗

ただし，Reichelstein and Reiter [1988] にも示されているように，ナッシュ遂行可能性を考えた場合には，情報効率性だけを考えたモデルに比べてより多くの情報を必要とする。資源配分機構がナッシュ遂行可能となるためには，均衡戦略から逸脱した場合の「罰則」のようなものが必要になり，それを決定するときに，経済環境のより精密な情報（例えば効用関数の詳しい形状や初期保有量）を必要とするためである。

Maskin [1977]，[1985] や Williams [1986] のモデルは，戦略集合として効用プロファイルを考えるモデルであり，ナッシュ遂行可能であるために必要になる情報量は莫大なものになる。これに対して，戦略空間の情報量を少なくして，Nash 遂行可能性の証明を与えたのが，Saijo [1988]，McKelvey [1989] である。そして McKelvey [1989]，Chakravorti [1991] では，それらの条件を用いてワルラス均衡を選択する社会的選択ルールを特徴付けている。これらのケースでも，そのルールが規定するゲーム形式に対して，先の主張1が成立する。

Gevers [1986] では，生産経済のワルラス的な社会的選択ルールは，「ルールで選択された配分における効用は，任意の初期保有点における効用の最大値よりも大きい」という完全合理性の公理と無区別性の公理と単調性の公理によって特徴づけられるとした。

これを受けて Nagahisa [1991] では，以下のことが証明されている。

第1に，ワルラス的な社会的選択ルールが必ずしもマスキン単調性を満たさないことを例示するとともに，純粋交換経済でも Gevers [1986] の結果が成立つことを証明した。

第2に，純粋交換経済では，個人合理性の公理をみたす場合は単調性の公理とマスキン単調性の条件とナッシュ遂行可能性とが同値であることを証明した。

第3に，Nagaisa [1991] は新しく単調性の公理に代わって「局所独立性公理」(Local Independence Axiom) を導入し，パレート最適性と個人合理性，

↘ [1983]，Reichelstein [1984] などが挙げられる。

局所独立性の公理系を満たす唯一の社会的選択ルールをみたすものとしてワルラス的な社会的選択ルールを特徴付けている。

第4に，局所独立性公理が凸性条件を満たすゲーム形式の下でのナッシュ遂行可能性と同値である事を証明した[9]。

局所独立性公理は，社会選択ルールについての，一種の「情報効率性」に関する要請である。また，個人合理性の公理と無区別性の公理を満たす場合には，局所独立性公理を満たす社会選択ルールは，単調性の公理をみたす（Nagahisa［1991］補題3）。このようなことを Nagahisa［1991］は証明したが，局所独立性の公理には，効用関数が滑らか（少なくとも微分可能）であることを仮定することが必要になる。

これに対し，効用関数の微分可能性を仮定することなく同様のことを証明し，さらに，戦略集合を簡潔にしたものでナッシュ遂行可能であることを示したのが，Yoshihara［1998］，［2000］である。そこで導入された「支持価格独立性」（Supporting Price Independence）では，ある配分についての無差別クラスの下半空間を用いて効用関数の形状を表現している。このため，局所独立性公理のように微分可能性を仮定しなくてもワルラス均衡を特徴付けることができる。また，支持価格独立性の公理はパレート最適性とあわせて考えれば局所独立性と同値になることもそれらの論文で示されている。

Ⅳ Yosihara［1998］，［2000］によるナッシュ遂行可能性のモデル

前章における議論は，社会選択ルールのモデルの内部において行われていた「均衡戦略を選ぶ」というプロセスを明示的に取り扱い，普遍写像性を用いた議論を行った。その議論は，資源配分モデルの一部に注目したものである。

---

9) 凸性条件を満たすゲーム形式の定義については，Nagahisa and Suh［1995］を参照した。同値性の成立には，内点均衡を保証する境界条件が重要である。Nagahisa［1998］では，効用関数の連続微分可能性の仮定を，微分可能性に緩めた場合にも同様の定理が成立つことを示している。そこでは，社会選択ルールの上半連続性と弱い意味での下半連続性二つの公理が新たに導入されている。

Mount and Reiter [1996] で議論されている様に，直接に自分の特性をメッセージとして交換するメカニズム (direct revelation mechanism) の時には，資源配分モデルそのものが主張1の図式に当てはまることになる。しかし，前章の議論からも明らかなように，資源配分モデル一般については，主張1の形でのみ，普遍写像性を扱うことができる。

Saijo, Tatamitani, and Yamato [1996] や Dutta, Sen, and Vohra [1995] 等の研究では，メッセージとして価格と数量をメッセージとして用いた場合のナッシュ遂行可能性が示された。それによって，島 [2002] でとりあげた情報効率性モデルにおける可換図式と同様の図式で普遍写像性の問題を適用することができるようになった。Yoshihara [2000] では，Yoshihara [1998] で定式化した支持価格独立性の公理を用いて，社会的選択ルールが価格と需要量を(あるいは需要量のみを) 戦略集合とするメカニズムの下でナッシュ遂行可能であることを示した。以下では，そのモデルを普遍写像性の点から分析することにする[10]。

Yoshihara [1998], [2000] のモデルの概要は，以下の様になっている。

経済には $L+1$ 個の財 (L個の商品と労働) が存在するとする。企業は，生産集合 $Y \subset R \times R^L_-$ を持つとする。任意のベクトル $t=(x, y) \in Y$ は，次のように構成される：x は労働投入であり，y は L 次元の商品ベクトルである。そこで，(A1) 桃源郷の不可能性；(A2) Y は閉集合かつ凸集合；(A3) 任意のベクトルについて，少なくとも一つの生産物について正の生産量があれば，必ず労働の投入がなければならない；(A4) 自由処分の可能性，の四つの仮定をおく。

生産集合の効率性フロンティアを ∂Y で表す。ここで，生産集合の境界は滑らかであると仮定する。これは生産関数が，各財について連続偏微分可能であることを意味する。L 個の商品についての初期保有量合計を $\Omega^L \in R^L_{++}$ で表し，Yと Ω^Lを固定する。

10) Yoshihara [2000] では，強ナッシュ遂行可能性についても議論されているが，ここでは，ナッシュ遂行可能条件のみを扱う。

経済には N (≥ 3) 人の主体が存在し，その集合を C で表す。各主体 i について，労働の初期保有量として，ω_i^0 が与えられているものとし，$\Omega^0 = \sum_{i \in C} \omega_i^0$ と定義する[11]。消費集合を $Z_i = [-\omega_i^0, 0] \times R_+^L$ と表し，その代表元を $z_i = (x_i, y_i)$ とする。ただし，x_i は第 i 主体の労働投入量を表し，y_i は L 個の商品の第 i 主体に対する割り当てを表す。財ベクトルのプロファイル $(z_i)_{i \in C}$ を z で表すことにする。

消費集合での「内点」の集合を $\mathring{Z} = (-\omega_i^0, 0] \times R_{++}^L$ と定義する。ここで，労働の初期保有量に関するプロファイルを固定すると，消費集合の直積 $Z = \prod_{i \in C} Z_i$ も固定される。そこで，$N \times (L+1)$ 個からなる消費の組 $z \in Z$ が実行可能配分であるとは，$\sum z_i \in Y + (0, \Omega^L)$ が満たされることをいう。ただし，$(0, \Omega^L) \in R_- \times R_+^L$ である。Aを実行可能配分全体の集合とし，実行可能配分の内点の集合を $\mathring{A} = \{z \in A \mid \forall i \in C, z_i \in \mathring{Z}_i\}$ と定義する。

消費者の選好は効用関数 $u_i : Z_i \to R$ で表されるとし，連続で狭義単調であり，強い準凹関数であると仮定する[12]。また，効用関数は「境界にある任意の配分よりは内点での任意の配分のほうが望ましい」という境界条件を満たすものとする。これらの想定によって，任意のプロファイルから一意的な配分が決定される。第 i 主体の効用関数全体の集合をU_i，効用プロファイル全体の集合を $U \subset \prod_{i \in C} U_i$ と表す。そして，プロファイル u についてのパレート最適な配分の集合を $P(u)$ として，$\mathring{A} \cap P(u) \neq \phi$ を仮定する。

また，社会的選択ルールを $F : U \to A$ とし，$F(u) \subseteq \mathring{A} \cap P(u) \neq \phi$ を仮定する。θ_iで第 i 主体の利潤分配率を表し，$\sum \theta_i = 1$ をみたすとする。すると，私有制経済の経済環境 E は，対 $(Z, u, Y, (\omega^0, \Omega^L), (\theta_i)_{i \in C})$ で表される。そして，初期保有量と利潤分配率，消費集合は固定されているので，私有制経済の代表元 e は，効用プロファイルと生産集合の対 (u, Y) で表されることになる。

次に，価格ベクトルの集合を $\Delta = \{p = (p_x, p_y) \in R_- \times R_+^L \mid p_x + \sum_{f=1}^{L} p_{yf} = 1\}$ と定

11） これ以後は $\sum$ で $\sum_{i \in C}$ を表す。

12） 原論文においては，連続，単調かつ準凹な効用関数が仮定されているが，ここでは，連続かつ狭義単調かつ強い準凹性を満たす場合にのみ考察をする

義する。pと t を所与としたとき，$H(p, t)=\{t' \in R_- \times R^L | p \cdot t \geq p \cdot t'\}$ と定義し，$t \in \partial Y$ が Y について効率的であるとは，ある $p \in \Delta$ に対して $Y \subset H(p, t)$ がみたされることをいう。さらに，$t \in Y$ を所与としたとき，$\Delta(t)=\{p \in \Delta | Y \subset H(p, t)\}$ とし，$Y(z_{-i})=\{z'_i \in Z_i | z'_i + \sum_{j \neq i} z_j \in Y+(0, \Omega^L)\}$ と定義する。

以上の記号表記の下で，次の定義を導入する。

定義Ⅳ-1

$u \in U, z \in P(u)$ を所与とする。ゼロでないベクトル $p \in \Delta$ が，u にあって z についての効率的価格ベクトルであるとは，次の(1)，(2)が満たされることをいう：(1) $p \in \Delta(\sum z_i-(0, \Omega^L))$；(2) 全ての $i \in C$ と全て $z_i^* \in Z_i$ のについて，$u_i(z_i) \leqq u_i(z_i^*) \Rightarrow p \cdot z_i \leqq p \cdot z_i^*$ が成立つ。効率価格の集合を $\Delta^p(u, z)$ と表す。

以上のようなモデルの定式化のもとで，Yoshihara [1998]，[2000] はつぎのような支持価格独立性の公理を導入している。

支持価格独立性（Supporting Price Independence；SPI）：

全ての $u \in U$ と全ての $z \in F(u)$ に対して，ある（効率）価格ベクトル $p \in \Delta^p(u, z)$ が存在して，次の条件を満たす：全ての $u' \in U$ に対して，$[p \in \Delta^p(u', z) \Rightarrow z \in F(u')]$。

この公理は社会的選択ルールに関する情報効率性に関連している。パレート効率性と支持価格独立性を満たす社会選択ルールは，マスキン単調性を満たす。

さらに，特徴づけのために，Gevers [1986] で定義された次の公理を要請する。

完全個人合理性（Full Individual Rationality；FIR）：全ての $u \in U$ に対し，$[z \in F(u) \Rightarrow u_i(z_i) \geq \max\{u_i(x'_i, \omega_i^L + y) | \forall i \in C, (x'_i, \omega_i^L + y) \in Z_i$ かつ $(x'_i, y \in \theta_i Y)\}]$ が成立つ。

そして，次の定理を得る。

定理3（Yoshihara［1998］における定理2）

ワルラス均衡を選択するワルラス的社会的選択ルール F は，パレート最適性，完全合理性，支持価格独立性からなる公理系をみたす唯一の社会的選択ルールである。

このような特徴づけに対して，Yoshihara［2000］では，パレート最適な社会的選択ルールが財の数量を戦略集合とする「自然な」配分機構によってナッシュ遂行可能となることは，そのルールがSPIを充たすことと同値になる事を示している（Yoshihara［2000］定理1の系1）。さらに，生産集合が滑らかな境界を持たない場合でも，パレート最適な社会的選択ルールが，価格と財の数量を戦略集合とする「自然な」配分機構によってナッシュ遂行となることとそのルールが支持価格独立性公理を充たすことが同値であることを示している（前掲論文定理2の系3）。そこで，「自然な」配分機構の定義をした上で，特徴づけの定理を紹介する。

定義Ⅳ-2 自然な価格—数量機構[13]：

社会的選択ルール F が自然な価格－数量機構によって遂行されるとは，配分機構 $\Gamma=(M, h)$ が存在して以下の条件を満たすことをいう；

(1) Γ は F を遂行する；

(2) 全ての主体について，$M_i=\Delta\times Z_i$；

(3) $\forall u\in U$ と $\forall z\in F(u)$ に対して，$p\in\Delta^p(u, z)$ が存在して，［$\forall i\in C, m_i=(p, z_i)\Rightarrow h(m)=z\in h(\mu(u))$］が成立つ；

(4) 全ての $m\in M$ について，

$h(m)\in Z$ かつ $\sum h_i(m)\in\partial Y+(0, \Omega^L)$ が成立つ[14]；

(5) Γ は次の性質を持つ；すなわち，

$\forall u\in U, m=(m_i^1, m_i^2)_{i\in C}\in M^*$ かつ $h(m)=z$ で $\forall i\in C, m_i^1=p\in\Delta(\sum z_i-(0,$

13) 自然な数量機構の定義に関しては，メッセージ集合を需要量の集合に限定して定義を修正すればよい。

14) h_i は結果の関数 h の第 i 主体に関する射影である。

$\Omega^{h})$) ならば，$\forall i \in C, h_i(M_i, m_{-i}) \subset H(p, z_i) \cap \{Y(z_{-i}) + (0, \sum_{j \neq i} y_i)\}$ が成立つ；

(6) Γ は最適応答性（best response property）をみたす。すなわち，$\forall i \in C$, $\forall u_i \in u_i$, $\forall m_{-i} \in M_{-i}$ に対して戦略 $m_i \in M_i$ が存在して，全ての $m'_i \in M_i$ について，$u_i(h_i(m_i, m_{-i})) \geq u_i(h_i(m'_i, m_{-i}))$ をみたす。

このとき，次の定理が成立つ。

定理 4 （Yoshihara［2000］：定理 3）：任意の私有制経済に対して，

(1) ワルラス的社会選択ルールはパレート効率かつ完全個人合理性を満たす一意的な社会選択ルールで，自然な価格－数量機構によって，ナッシュ遂行可能である。

(2) 生産集合が滑らかな境界を持つときには，ワルラス的社会選択ルールはパレート効率性と完全個人合理性を満たす一意的な社会選択ルールで，自然な数量機構によってナッシュ遂行可能である。

Saijo, Tatamitani, and Yamato［1996］や Sjöström［1996］では，一般に純粋交換経済においては数量機構ではナッシュ遂行可能でないことが示されている。しかし，純粋交換経済は生産集合の境界が滑らかでない場合の特殊例なので定理 4 の(1)から，価格－数量機構によってナッシュ遂行可能であることがわかる。

経済環境の仮定から，生産経済や純粋交換経済に関わらず需要量と価格を戦略集合とした自然な配分機構を考え，実行可能配分のところを実行可能配分と均衡価格の組み合わせの集合に修正してやることでワルラス均衡とその均衡戦略を選ぶ写像は，次の定式化の意味での共変関手の普遍写像問題の解になる事がわかる。

戦略集合を価格ベクトルの集合 Δ と消費集合 Z との直積集合とする。社会的選択ルール F を U から価格ベクトルの集合と配分の集合の直積集合への写像であると定義しなおす。

主張 2

ワルラス的社会選択ルールは，以下のように特徴づけられる。ワルラス均衡

戦略の集合 $Z^*\times\Delta^*$ と，効用プロファイルの集合 U からワルラス均衡戦略の集合 $Z^*\times\Delta^*$ への写像 μ は，自然な価格－数量機構の下で，以下で定義される関手 Q の普遍写像問題の解である。

すなわち，$(Z^*\times\Delta^*, \mu)$ は，次に定義する圏 **SN** から圏 **OP** への共変関手 Q の普遍写像問題の解である。

共変関手 Q：**SN**→**OP**；

SN：集合の圏（$M=\Delta\times Z$ の形の戦略集合を対象として持つ）；

OP：$Q(M)$ は U から M への写像の集合であり，その写像の集合を対象として持つ圏；ただし，

$Q(M)=\{k\in M^U$：パレート最適性，完全個人合理性支持価格独立性公理を満たす社会的選択ルールに対応する効用プロファイルから戦略空間への写像$\}$。

圏 **SN** 内の対象間の射 $\phi: V\to W$ に対して，$Q(\phi): Q(V)\to Q(W)$ を

$$Q(\phi)(Q(V))=\phi\circ Q(V)$$

とする。

そこで，次のような新しいダイアグラムが可換になる。

第5図

$$\begin{tikzcd}
U \arrow[rr, "F"] \arrow[dr, "\mu"'] & & \Lambda\times\Delta\subset Z\times\Delta \\
& Z^*\times\Delta^*\subset Z\times\Delta \arrow[ur, "\phi"'] &
\end{tikzcd}$$

このとき，社会的選択ルールが自然なメカニズムでナッシュ遂行可能ならば，$(Z^*\times\Delta^*, \mu)$ は共変関手 Q の普遍写像問題の解である。

Saijo, Tatamitani, and Yamato [1996] が示していることは，一般に純粋交換経済では数量機構においてナッシュ遂行可能ではないということである。だが，生産経済の場合においてはYoshihara [1998]，[2000] に示されているように，戦略集合が実行可能集合の場合でもナッシュ遂行可能になるので，社会的選択

ルールの定義を修正することなく (Z^*, μ) が上の定式化で考えた意味での共変関手 Q に対する普遍写像問題の解になる。

V 結論と今後の展望

これまで，ナッシュ遂行可能性の手法を用いてワルラス均衡を特徴付けるモデルを検討して，それらのモデルの背後に普遍写像問題の解の考え方が用いられていることを見てきた。普遍写像問題の解は，それが存在すれば同型を除いて一意的であることが重要である。したがって，この性質を用いることによって均衡概念を選択するプロセスを容易に特徴付けることができる。様々なモデルの定式化に対して，見通しがよくなるというのが，普遍写像性の重要な利点である。

普遍写像問題の解を明示的に用いて何らかの均衡を定式化しているモデルには，Sonnenschein [1974]，Jordan [1982]，Urai [1995]，Mount and Reiter [1996] 等が挙げられる。これらのモデルを踏まえて，本論と島 [2002] ではワルラス均衡という具体的な均衡概念を取り上げ，様々な方面からの定式化を検討するとともに，その定式化を普遍写像問題の解として解釈できることを主張してきた。

また，ワルラス的社会的選択ルールを Nash [1950] によって提唱されたナッシュ交渉解との関連から定式化するアプローチも存在するが，一般的な関連についてはまだ不明なことが多い。ワルラス均衡とナッシュ交渉との関連について述べたものとして，Binmore [1987a]，[1987b]，[1987c] が挙げられるが，そこでの議論はかなり限定的なものである。

さらに，ワルラス均衡は配分機構のパフォーマンスについての一つの評価基準でしかない。また，そこで選ばれる均衡概念も自由に選択することができる。そして，普遍写像問題の解は均衡概念に依存してはいない。これらのことから，本論で述べた考え方（特に主張1）は一般的な資源配分機構についても適用可能である。この点については，Mount and Reiter [1996] でも述べられている。

このことを厳密に検討するには，具体的なモデルに対して普遍写像問題の解が実際に存在することが保証されなければならない。特に，資源配分モデルにおいては，配分の一意性が保証される必要がある。そのためには，経済環境に関する条件をモデルに応じて厳密に考慮しなければならない。

この点に関しては，本論および島［2002］で取り上げたモデルでは次のようになっている。コアの公理を満たすモデルに関しては，コアの極限定理によって一意的に均衡が定まることが決定的である。Jordan［1982］においても，一意的に配分が決定される効用関数のクラスを慎重に特定化している。また，本論で取り上げたナッシュ遂行性に関するモデルについては，経済環境を原論文以上に狭いクラス限定し，その困難を避けている。ナッシュ遂行性に関するモデルの普遍写像性が適用可能な経済環境については，厳密に検討していく予定である。

普遍写像性が適用可能な経済環境は，通常の経済学の議論で用いられる経済環境よりは条件の強い範囲に属している。そうした範囲に限定してしまえば，普遍写像性は自明の理となり，興味深い結果は得られない。経済学的に興味深いクラスの経済環境を扱うためには，普遍写像性の適用範囲の拡張が可能であるかどうかが問題となる。

経済学的に興味深いのは関数よりもそれを一般化した対応であるから，集合の圏に関して，対象を集合とし，その対象の間を結ぶ写像が対応となるような圏を考えることができるかどうかが問題である。もしそのような圏が存在し，さら普遍写像の解となる対象をもつことが示されれば，より幅広いクラスに普遍写像性の議論が適用でき，本論の主張の一般化が成り立つと予想される。それも今後の課題である。

参考文献

Arrow, K. J. and G. Debreu [1954] "Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy," *Econometrica*, 22, pp. 265-290.

Arrow, K. J. and L. Hurwicz [1958] "On the Stability of the Competitive Equilibrium, I," *Econometrica*, 26, pp. 522-552.

Arrow, K. J., H. D. Block and L. Hurwicz [1959] "On the Stability of the Competitive Equilibrium, II," *Econometrica*, 27, pp. 82-109.

Binmore, K. [1987a] "Nash Bargaining Theory, I" in *The Economics of Bargaining*, eds. by Binmore, K. and P. Dasgupta, Blackswell, New York.

—— [1987b] "Nash Bargaining Theory, II" in *The Economics of Bargaining*, eds. by Binmore, K. and P. Dasgupta, Blackswell, New York.

—— [1987c] "Nash Bargaining Theory, III" in *The Economics of Bargaining*, eds. by Binmore, K. and P. Dasgupta, Blackswell, New York.

Chakravorti, B. [1991] "Strategy Space Reduction for Feasible Implementation of Walrasian Performance," *Social Choice and Welfare*, 8, pp. 235-245.

Dutta, B., A. Sen, and R. Vohra [1995] "Nash Implementation through Elementary Mechanisms in Economic Environments," *Economic Design*, 1, pp. 173-203.

Gevers, L. [1986] "Walrasian Social Choice: Some Simple Axiomatic Approaches" in *Social Choice and Public Decision Making: Essays in Honor of K. J. Arrow Vol. I*, eds. by Heller, W. et al., Cambridge Univ. Press, London/New York, pp. 97-114.

Groves, T. and J. Ledyard [1987] "Incentive Compatibility since 1972" in *Information, Incentives, & Economic Mechanisms; Essays in honor of Leonid Hurwicz*, eds. by Groves, T., R. Radner, S. Reiter, University of Minnesota Press, Basil Blackwell, Oxford, pp. 48-111.

Hong, L. [1995] "Nash Implementation in Production Economies," *Economic Theory*, 5, pp. 401-417.

Hurwicz, L. [1959] "Optimality and Informational Efficiency in Resource Allocation Processes" in *Mathematical Methods in Social Sciences 1959*, eds. by Arrow, K. J. et al., Stanford, Stanford University Press, 1960, pp. 22-46.

—— [1972] "On Informationally Decentralized Systems" in *Decision and Organization*, eds. by McGuire, C. B. and R. Radner, Amsterdam, North Holland, pp. 297-336.

—— [1979a] "Outcome Functions Yielding Walrasian and Lindahl Allocations at Nash Equilibrium Points," *Review of Economic Studies*, 46, pp.217-225.

—— [1979b] "On Allocations Attainable through Nash Equilibria," *Journal of Economic Theory*, 21, pp. 140-165.

Hurwicz, L. and D. Schmeidler [1978] "Construction of Outcome Functions Guaranteeing Existence and Pareto Optimality of Nash Equilibria," *Econometrica*, 46, pp.

1447-1474.

Hurwicz, L. and M. Walker [1990] "On the Generic Nonoptimality of Dominant-Strategy Allocation Mechanisms: a General Theorem that Includes Pure Exchange Economies," *Econometrica*, 58, pp. 683-704.

彌永昌吉・小平邦彦 [1961] 『現代数学概説 I』岩波書店。

Jackson, M. [1992] "Incentive Compatibility and Competitive Allocations," *Economics Letters*, 40, pp. 299-302.

Jordan, J. [1982] "The Competitive Allocation Process is Informationally Efficient Uniquely," *Journal of Economic Theory*, 28, pp. 1-18.

河田敬義 [1990] 『ホモロジー代数』岩波基礎数学選書, 岩波書店。

Marschak, T. and S. Reichelstein [1998] "Network Mechanisms, Informational Efficiency, and Hierarchies," *Journal of Economic Theory*, 79, pp. 106-141.

Maskin, E. [1977] "Nash Equilibrium and Welfare Optimality," *Preliminary Version Mimeo*. MIT, Cambridge.

———— [1985] "The Theory of Implementation in Nash Equilibrium: a Survey" in *Social Goals and Social Organization*, eds. by Hurwicz, L. et al., Cambridge Univ. Press, Cambridge, pp. 173-204.

———— [1999] "Nash Equilibrium and Welfare Optimality," *Review of Economic Studies*, 66, pp. 23-38.

McKelvey, R. D. [1989] "Game Forms for Nash Implementation of General Social Choice Correspondences," *Social Choice and Welfare*, 6, pp. 139-156.

Mount, K. and S. Reiter [1974] "The Informational Size of Message Spaces," *Journal of Economic Theory*, 8, pp. 161-192.

———— [1996] "A Lower Bound on Computational Complexity Given by Revelation Mechanisms," *Economic Theory*, 7, pp. 237-266.

Nagahisa, R. [1991] "A Local Independence Condition for Characterization of Walrasian Allocations Rule," *Journal of Economic Theory*, 54, pp. 106-123.

———— [1998] "Continuity Axioms for a Characterization of the Walras Rule," *Mimeographed*, Department of Economics, Kansai University.

Nagahisa, R. and Sang-Chul Suh [1995] "A Characterization of the Walras Rule," *Social Choice and Welfare*, 12, pp. 335-352.

Nash, J. [1950] "The Bargaining Problem," *Econometrica*, 18, pp. 155-162.

van den Nouweland, A., B. Peleg, and S. Tijs [1996] "Axiomatic Characterizations of the Walras Correspondence for Generalized Economics," *Journal of Mathematical Economics*, 25, pp. 355-372.

Otani, Y. and J. Sicilian [1990] "Limit Properties of Equilibrium Allocations of Walrasian Strategic Games," *Journal of Economic Theory*, 51, pp. 295-312.

Reichelstein, S. [1984] "A Note on Allocations Attainable through Nash Equilibria," *Journal of Economic Theory*, 32, pp. 384-390.

Reichelstein, S. and S. Reiter [1988] "Game Forms with Minimal Message Spaces," *Econometrica*, 56, pp. 661-692.

Reiter, S. [1977] "Information and Performance in the (New)^2 Welfare Economics," *American Economic Review*, 67, pp. 226-234.

Repullo, R. [1987] "A Simple Proof of Maskin's Theorem on Nash Implementation," *Social Choice and Welfare*, 4, pp. 39-41.

Saijo,T. [1988] "Strategy Space Reduction in Maskin's Theorem: Sufficient Conditions for Nash Implementation," *Econometrica*, 56, pp. 693-700.

——— [1991] "Incentive Compatibility and Individual Rationality in Public Good Economies," *Journal of Economic Theory*, 55, pp. 203-212.

Saijo, T., Y. Tatamitani, and T. Yamato [1996] "Toward Natural Implementation," *International Economic Review*, 37, pp. 949-980.

Schmeidler, D. [1980] "Walrasian Analysis via Strategic Outcome Functions," *Econometrica*, 48, pp. 1585-1593.

——— [1982] "A Condition Guaranteeing that the Nash Allocation is Walrasian," *Journal of Economic Theory*, 28, pp. 376-378.

Schummer, J. [1997] "Strategy-Proofness versus Efficiency on Restricted Domains of Exchange Economies," *Social Choice and Welfare*, 14, pp. 47-56.

Serrano, R. and O. Volij [1998] "Axiomatizations of Neoclassical Concepts for Economies," *Journal of Mathematical Economics*, 30, pp. 87-108.

島　義博 [2002]「資源配分機構モデルと普遍写像問題」『経済論叢』第170巻第1号。

Sjöström, T. [1996] "Implementation by Demand Mechanisms," *Economic Design*, 1, pp. 343-354.

Sonnenschein, H. [1974] "An Axiomatic Characterization of the Price Mechanism," *Econometrica*, 42, pp. 425-433.

Thomson, W. [1988] "A Study of Choice Correspondences in Economies with a Variable Number of Agents," *Journal of Economic Theory*, 46, pp. 237-254.

——— [2001] "On the Axiomatic Method and its Recent Applications to Game Theory and Resource Allocation," *Social Choice and Welfare*, 18, pp. 327-386.

Urai, K. [1995] "A Game Theoretic Characterization of Monetary Equilibria in Perfect Foresight Double Infinity Economics," *Discussion Paper*, Osaka University.

Walras, L. [1874] *Éléments d'Economie Politique Pure*, Lausanne, Corbaz. (久武雅夫訳『純粋経済学要論』岩波書店，1983年)。

Williams, S. [1986] "Realization and Nash Implementation: Two Aspects of Mechanism Design," *Econometrica*, 54, pp. 139-151.

Yamato, T. [1993] "Double Implementation in Nash and Undominated Nash Equilibria," *Journal of Economic Theory*, 59, pp. 311-323.

Yoshihara, N. [1998] "Characterizations of the Public and Private Ownership Solutions," *Mathematical Social Sciences*, 35, pp. 165-184.

——— [2000] "A Characterization of Natural and Double Implementation in Production Economies," *Social Choice and Welfare*, 17, pp. 571-599.

Zhou, L. [1991a] "Inefficiency of Strategy-Proof Allocation Mechanisms in Pure Exchange Economies," *Social Choice and Welfare*, 8, pp. 247-254.

——— [1991b] "Impossibility of Strategy-Proof Mechanisms in Economies with Pure Public Goods," *Review of Economic Studies*, 58, pp. 107-119.