経済論叢（京都大学）第174巻第1号，2004年7月

取引不存在定理についての考察*

西　出　勝　正

I 序

ミクロ経済学は別名「価格理論」と言われ，その分析の主たる対象は様々な財の価格形成のメカニズムである。また，従来の金融工学・金融経済学でも，その関心は金融取引における取引価格とその性質であり，取引量はほとんど注目されてこなかった。それどころか，ある一定の条件下では，初期時点での取引が完了した後で取引証券に関するどのような新たな情報が公開されようとも再取引が行われないという取引不存在定理（No Trade Theorem）が Milgrom and Stokey [1982] や Judd et al. [2003]，Blume et al. [2003] などによって証明されている。このように，ほとんどの経済学では取引量は価格形成過程に比して注目されてこなかった。

しかしながら，現実の証券市場を振り返ってみると，活発に取引が行われている証券は数多く存在する。同時に，投資家の間では，取引が活発に行われている証券は流動性が高いとしてより好まれる傾向にある。また，新しい情報が到来した場合には証券価格の変化と比例するように取引量も増加する。例えば，製薬会社が「新しい薬を開発した」と発表すると当該企業株式の売買高や売買代金が大幅に増加するというようなものはその典型であろう。さらに，いわゆるテクニカル分析と呼ばれる証券価格の分析手法によれば，取引量そのものに

* 本論文作成に当たり，指導教官である木島正明教授には日頃の暖かいご指導とともに貴重なコメントを頂戴した。ここに謝意を表したい。もちろん，本論分における全ての誤りは著者に帰する。

よって取引価格が上下する。これは，取引量そのものがある種の情報として投資家に認識され，それが逆に価格に影響を及ぼすということを示している。このように，取引量は現実の世界では価格とともにその証券の性質を表す重要な一要素なのである。

Karpoff [1987] は，価格と取引量の関係を考察することが重要であることの理由として以下の4点を挙げている。

① 金融市場の構造の理解に洞察を与えてくれる

② 価格と取引量を用いた将来事象の予測・推定をする上で重要ある

③ 価格の経験分布を議論するうえで不可欠である

④ 価格と取引量の関係は先物市場の研究において特に意義のある示唆を与えてくれる

Karpoff [1987] から17年経過した現在においても，金融市場における取引量の考察が非常に重要であることに変わりはない。

本論文の目的は，証券取引が行われるということが経済学的にどのような意味を持つのかを考察することである。既存研究では重要視されなかった取引そのものや取引量の観点から市場の構造と役割を再検討することは，現実の金融市場のあり方を考える上で非常に意義のあることである。ところで，もちろんのことながら，取引量が持つ経済学的意味を考察した先行研究がない訳ではない。例えば，Kim and Verrecchia [1991a] や Wang [1993] などがある。しかしながら，これらのモデルは全て，部分均衡分析による考察である[1]。一般均衡モデルによる取引量の考察はほとんどないと言えよう。本論文では Blume et al. [2003] と Judd et al. [2003] のモデルを基に，一般均衡分析の枠組みから取引が生じる要件を考察することで証券取引そのものや取引量が持つ経済学的意味を考えていく。

本論文の主な結論は以下の通りである。即ち，Pareto 最適性が達成される市場においては，取引量に大きな影響を与える要素として以下の3つの点を示

1) これらのモデルでは，安全資産の供給弾力性が無限大で，消費量の資源制約が存在しない。

したことである。第1点は経済主体間の信念（主観確率）の異質性である。より具体的には，新しい情報に対して各経済主体が方向性の異なる反応を示す場合には証券取引が生じる。第2点は時間選好率（割引率）の相違である。時間選好率が異なる場合には，現在時点を重視する経済主体から将来時点を重視する経済主体へ消費財の移転が行われ，その消費財の移転を可能にするために証券取引が生じる。第3点が総所得（総賦存量）の非斉時性である。総所得が非斉時的である場合には，経済主体全体の消費水準の変化（例えば国民所得の成長）によって経済主体の平均的な限界効用が変化する。それに伴ってリスクの再配分を行う必要性が生じ，証券取引が行われることになる。また，時間選好率の相違と総所得の非斉時性は経済主体の消費が行われない時点（情報の到来とそれに伴い証券取引が可能な時点）においては取引発生の要因とはなりえないことを示す。したがって，証券取引の発生は証券に対する評価の相違と消費財再配分の必要性による2つの要因からなることがわかる。

本論文の第1の貢献は，Judd et al. [2003] における多期間モデルをより一般的な確率過程に従うモデルとして拡張したことである。Judd et al. [2003] は，① 経済状態が斉時的 Markov 過程に従う　② 各経済主体の期待値作用素は同一である（主観確率が同一）　③ 時間選好率が同一，という仮定の下で取引不存在定理を示している。この3つの過程を一般化することで逆に取引存在の条件と取引発生の経済学的意味を得ることができる。第2の貢献は，Blume et al. [2003] と Judd et al. [2003] の2つのモデルを比較することで証券取引には経済主体間の証券評価の相違性，及び消費リスクの再配分という2つの側面があるということを示したことである。

本論文の構成は以下の通りである。まず，第Ⅱ節で取引不存在定理を Blume et al. [2003] を用いて考察し，その経済学的含意について考える。特に，重要な仮定である投資家の同質性と市場の完備性が，取引不存在にどのような役割を果たしているのかを詳細に検討する。第Ⅲ節では Judd et al. [2003] のモデルを紹介し，多期間における取引不存在定理について考える。そして，第

Ⅳ節で，第Ⅱ節と第Ⅲ節で得られた結果を比較することで，証券取引の2つの側面があることを見る。最後に第Ⅴ節で結論を述べる。

Ⅱ　2期間モデル

この章では2期間モデルにおける取引不存在定理の内容とその経済学的意味について検討する。当該定理を最初に証明したのは，本分野の先駆的論文となった Milgrom and Stokey [1982] であるが，後の議論の便宜性を考えて Blume et al. [2003] におけるモデルを用いて考察する。

1　モデルの設定

2期間3時点のモデルを考える。各時点を $t=0, 1, 2$ で表す。時点0で取引市場が開かれ，各経済主体が価格受容者として証券取引を行う。時点1においては証券の最終利得についての情報が到来し，その情報に基づいて各経済主体が再び証券取引を行う。時点2で証券の最終利得が実現し，経済主体が1種類の消費財を消費する。時点1において観察される情報 $\Xi=\{\xi_1, ..., \xi_L\}$ は経済主体間で共通である（公的情報）。また，時点2における最終利得の状態は $\Theta=\{1, ..., S\}$ で表される。以下，時点0の格子点（node）を ξ_0 で表し，時点1の格子点を ξ_l で表す。また，$\Xi_0=\{\xi_0\}\cup\Xi$ と定義する。

証券市場では J 種類の証券が取引されているとする。時点0での取引後，各経済主体は時点1における公的情報を観察し，この情報を基に再取引を行うことができる。そして，証券は時点2において各状態 $s\in\Theta:=\{1, ..., S\}$ のみに依存して利得（消費財の配当）が実現する。この証券の利得行列を $V=(V_s^j)$ で表す。但し，第 s 行第 j 列要素 V_s^j は第 j 証券の状態 s における利得を表す。証券の配当後，経済主体は証券利得と外生的に与えられる所得（賦存量）の合計を消費し，経済は終了する。

市場には I 人の経済主体が存在する。経済主体 $h\in H:=\{1, ..., I\}$ は効用関数と信念（主観確率）及び所得によって特徴付けられる。経済主体 h が

公的情報ξを観察した後に状態sが実現して消費を行ったときに得られる効用を $u_h(c_s^h(\xi))$ で表す。但し，$c_s^h(\xi)$ は情報ξを観察し，状態sが実現した際の経済主体のhである。また，効用関数u_hは2階連続的微分可能な狭義増加凹関数で稲田条件[2]を満たすとする。

各経済主体は時点2において所得収入（賦存量）がある。この所得収入ω^hは状態sのみに依存し，公的情報ξからは独立であるとする。

経済主体hの主観確率をπ^hで表す。但し，任意の$(\xi, s) \in \Xi \times \Theta$ で $\pi^h(\xi, s) > 0$ する。したがって，（条件なし）期待効用は以下のように与えられる。

$$U_h(c^h) = E[u_h(c^h)] = \sum_{s=1}^{S}\sum_{l=1}^{L}\pi^h(\xi_l, s)u_h(c_s^h(\xi_l))$$

また，公的情報ξが与えられたときの条件付期待効用は以下で与えられる。

$$E[u_h(c^h)|\xi] = \sum_{s=1}^{S}\pi^h(s|\xi)u_h(c_s^h(\xi_l))$$

但し，

$$\pi_h(s|\xi) = \frac{\pi^h(s, \xi)}{\sum_{s=1}^{S}\pi^h(u, \xi)} \tag{1}$$

である。以上がモデルの設定である。

$z^h = (z_1^h, \ldots, z_J^h) \in \boldsymbol{R}^J$ を経済主体の証券保有枚数ベクトル（portfolio）とする。各経済主体は初期時点および公的情報を観察した後に取引を行うのであるから，$z^h: \Xi_0 \to \boldsymbol{R}^J$ と表すことができる。また，価格ベクトルを $q = (q_1, \ldots, q_S) \in \boldsymbol{R}^J$ とすると，同様に $q: \Xi_0 \to \boldsymbol{R}^J$ である。また，経済全体の消費配分を $c = \{c^1, \ldots, c^I\}$ とし，経済全体の投資戦略を $z = \{z^1, \ldots, z^I\}$ とする。

次に市場における以下の性質を定義する。

定義 II.1

$J = S$ でかつ利得行列Vが正則であるとき，市場は利得状態完備（state-contingent complete）であると言う。

2) $\lim_{c \to 0} u'_h(c) = \infty$，$\lim_{c \to \infty} u'_h(c) = 0$。

利得状態完備性は一般的な意味での（動的）完備性[3]の必要条件であるが，十分条件ではない。但し，利得状態完備市場で，例えば $J \geq L$ で

$$\begin{pmatrix} q_1(\xi_1) & \cdots & q_J(\xi_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ q_1(\xi_L) & \cdots & q_J(\xi_L) \end{pmatrix}$$

の階数が L であるときには市場は完備となる。

定義 II.2

各経済主体の主観確率に関して以下が成立するとき，経済主体の信念は狭義に同質的（concordant）であると言う。

$$\pi^h(\xi|s) = \pi^{h'}(\xi|s), \text{ for all } h, h' \in H, \xi \in \Xi, s \in \Theta$$

また，各経済主体の主観確率に関して以下が成立するとき，経済主体の信念は広義に同質的であると言う。

$$\frac{\pi^h(\xi|s)}{\pi^h(\xi|s')} = \frac{\pi^{\tilde{h}}(\xi|s)}{\pi^{\tilde{h}}(\xi|s')}, \text{ for all } h, \tilde{h} \in H, \xi \in \Xi, s, s' \in \Theta$$

経済主体の信念が同質的であるとは，状態に関する公的情報 ξ に対してほぼ同様の解釈をしているということができる。Milgrom and Stokey [1982] は，s を真の値を示す未知変数とし，ξ を s に関する統計量と解釈すれば，信念が同質的であるという仮定は自然なことであると主張している。

最後に均衡について定義する。

定義 II.3

金融市場均衡とは以下を満たす組（c, z, q）のことを言う。

1)　（c^h, z^h）は

$$q(\xi_0) z^h(\xi) = 0$$

3)　多期間モデルにおける動的完備性（dynamically complete）とは，任意の条件付請求権に対してある投資戦略が存在し，その投資戦略によって条件付請求権の利得を完全に複製できることである。

$$q(\xi)z^h(\xi)=q(\xi)z^h(\xi_0),\ \xi\in\Xi$$

$$c^h(\xi)-\omega^h=V_z^h(\xi),\ \xi\in\Xi$$

の予算制約の下で期待効用 U^h を最大化している。

2)　任意の $\xi\in\Xi_0$ に対して $\sum_{h=1}^{I}z^h(\xi)=0$ である。

2. 結果と考察

以下で取引不存在定理を示す。但し，証明は詳細を省略し，後の議論に必要な流れのみを示す。

定理 II.1

利得状態完備市場を考える。任意の $h\in H$ と $\xi\in\Xi$ に対して $z^h(\xi)=z^h(\xi_0)$ である，即ち取引が発生しないことの必要十分条件は経済主体の信念が広義に同質的であることである。

証明

後の議論の便宜上，必要条件のみを示す。詳細は Blume et al. [2003] 定理8を参照されたい。利得状態完備市場であるから，証券市場では，S 種類の Arrow 証券（状態 s が生じたときのみ消費財1単位の配当を生み，それ以外の場合には配当がない証券）が取引されているとして一般性を失わない。このとき，時点2における予算制約式は $c_s=\omega_s+z_s$ となる。ここで，$z^h(\xi)=z^h(\xi_0)$ であるから，消費量 c_s は公的情報 ξ には依存しないことが分かる。一方，Lagrange 関数を

$$L=\sum_{s=1}^{S}\sum_{l=1}^{L}\pi^h(\xi_l,\ s)u_h(c_s^h(\xi_l))+\lambda(\xi_0)\left[0-\sum_{s=1}^{S}q_s(\xi_0)z_s^h(\xi_0)\right]$$

$$+\sum_{l=1}^{L}\lambda(\xi_l)\left[q_s(\xi_l)z_s^h(\xi_0)-q_s(\xi_l)z_s^h(\xi_l)\right]+\sum_{s=1}^{S}\sum_{l=1}^{L}\mu(\xi_l,\ s)\left[\omega_s+z_s(\xi_l)-c_s(\xi_l)\right]$$

とすると，最適性の1階条件は

$$\lambda(\xi_0)q_s(\xi_0)=\sum_{l=1}^{L}\pi^h(\xi_l,\ s)u'_h(c_s^h(\xi_l)) \tag{2}$$

$$\lambda(\xi_l)q_s(\xi_l)=\pi^h(\xi_l,\ s)u'_h(c_s^h(\xi_l))$$

である。即ち，証券の価格比は限界代替率に等しいというよく知られた結果が得られる。(2)より，任意の $h,\ \tilde{h}\in H$ と任意の $s,\ s'\in\Theta$ に対して

$$\frac{\sum_{l=1}^{L}\pi^h(\xi_l,\ s)u'_h(c_s^h(\xi_l))}{\sum_{l=1}^{L}\pi^h(\xi_l,\ s')u'_h(c_{s'}^h(\xi_l))}=\frac{\sum_{l=1}^{L}\pi^{\tilde{h}}(\xi_l,\ s)u'_{\tilde{h}}(c_s^{\tilde{h}}(\xi_l))}{\sum_{l=1}^{L}\pi^{\tilde{h}}(\xi_l,\ s')u'_{\tilde{h}}(c_s^{\tilde{h}}(\xi_l))} \qquad (3)$$

$$\frac{\pi^h(\xi_l,\ s)u'_h(c_s^h(\xi_l))}{\pi^h(\xi_l,\ s)u'_h(c_{s'}^h(\xi_l))}=\frac{\pi^{\tilde{h}}(\xi_l,\ s)u'_{\tilde{h}}(c_s^{\tilde{h}}(\xi_l))}{\pi^{\tilde{h}}(\xi_l,\ s)u'_{\tilde{h}}(c_s^{\tilde{h}}(\xi_l))}$$

が成り立つことが分かる。ここで，消費量 c_s の公的情報 ξ からの独立性より，(3)をさらに整理して

$$\frac{\pi^h(\xi_l,\ s)\Big/\sum_{l=1}^{L}\pi^h(\xi_l,\ s)}{\pi^h(\xi_l,\ s')\Big/\sum_{l=1}^{L}\pi^h(\xi_l,\ s')}=\frac{\pi^{\tilde{h}}(\xi_l,\ s)\Big/\sum_{l=1}^{L}\pi^{k}(\xi_l\ s)}{\pi^{\tilde{h}}(\xi_l,\ s')\Big/\sum_{l=1}^{L}\pi_{\tilde{h}}(\xi_l,\ s')} \qquad (4)$$

を得る。最後に(1)を用いると広義同質性の定義式を得ることができる。以上より，十分性は示された。

□

以上の定理より，取引が生じるか否かについては経済主体間の信念の同質性，即ち公的情報に対して各経済主体が同じような反応を行うかどうかに依存していることが分かる。見方を変えると，時点1において公的情報を観察する2期間モデルで取引が生じることの要因は各経済主体の信念の異質性であることが分かる。前述の通り，Milgrom and Stokey [1982] では，同質性の根拠として公的情報を実現値の統計量として理解すれば問題ないとしている。しかしながら，情報とは定量的なものだけでなく，例えば「A 社と B 社が合併する」，「日本と某国が自由貿易協定を締結する」など定性的な情報も数多く存在する。これらの情報に対する各経済主体の認識は様々であり，より一般的な情報を基

にした条件付主観確率が(4)式を満たすという仮定は非常に限定された条件であると言わざるを得ない。

この結果は，経済学的には以下のように理解することが可能であろう。(4)が成立しないということは，各状態 s の生起に対する経済主体の評価が時点0と時点1で異なっていることを表している。情報観察による主観確率測度の変化によって，状態に対する経済主体間の評価（限界効用）の方向的相違性，即ち，ある経済主体は高く評価し，別の経済主体は低く評価するという現象が生じる[4]。そこで，各経済主体が評価の低い証券を売却し，評価の高い証券を購入する動機付けが生じるということになる。

ところで，条件(3)式は Pareto 最適性と同値な条件であることはよく知られている[5]。即ち，利得状態完備空間であれば（完備空間でなくとも）Pareto 最適性が満たされるということである。これは，次節で検討する多期間モデルにおいても成り立つ，即ち，多期間モデルにおいても利得状態完備性が満足されれば，消費配分の Pareto 最適性が実現されることが容易に分かる。また，証明よりこの結果は証券純供給量が0であるという仮定には依存しないことがわかる。即ち，各経済主体が証券の初期保有量を外生的に与えられた場合であっても，純供給量が ξ に依存しなければ時点1において取引が生じることはない。

III 消費多期間モデル

1 モデルの設定

次に，消費多期間モデル，即ち各時点で消費を行う多期間モデルにおける取引不存在定理について考える。Judd et al. [2003] は状態が有限かつ斉時的 Markov 過程に従う経済における取引不存在定理を示している。以下では，よ

4) 取引不存在の下でも情報の到来と確率の変化によって限界効用は変化するが，その方向性は同一である。即ち，ある経済主体がその状態を高く評価した場合には他の経済主体も同様に高く評価することによって価格が上昇し，結果的に取引が存在しないという状態が均衡となる。

5) Mas-Colell et al. [1995] などを参照せよ。

り一般的なモデル設定を行い，取引不存在定理を考える。

状態確率過程 $\{s_t\}$ は $\Theta:=\{1,...,S\}$ に値を取る確率過程とする。また，σ_t を時点0から時点 t までの状態の履歴とする。即ち，$\sigma_t\{s_0, s_1,...,s_t\}$ である。Σ_t を時点 t までの履歴の集合とし，$\Sigma=\cup_t\Sigma_t$ とする。時点 t までの情報集合族を $\mathfrak{B}(\Sigma_t)$ と表す。

経済主体は先程と同様に I 人存在し，その集合を H で表すものとする。各経済主体は1種類の消費財から効用を得る。また，効用は時間分離型 von Neumann-Morgenstern 期待効用関数で表されるものとする。

$$U^h(c^h)=E^h\left[\sum_{t=0}^{\infty}\beta_h^t u_h(c_t^h)\right]$$

但し，$E^h[\cdot]$ は経済主体 h の主観確率 P^h に関する期待値作用素とし，β_h は経済主体 h の時間選好率とする。また，c_t^h は経済主体 h の時点 t における消費量である。主観確率 P^h は観測確率（真の確率）P に関して局所同値 (locally equivalent) である[6] とする。

市場には満期のない（配当を支払い続ける）証券が S 種類存在する。各証券 j は各期で d_t^j の配当を支払う。また，$d_t:=(d_t^1,...,d_t^S)$ とする。この配当は $\mathfrak{B}(\Sigma_t)$-可測な非負値確率変数とする。時点 t における配当後の価格ベクトルを $q_t:=(q_t^1,...,q_t^S)$ とし，時点 t における利得行列

$$V_t=\left(q_t^j+d_t^j|_{s_t=s}\right)_{\substack{j=1,\dots,S\\ s=1,\dots,S}}$$

は正則であるとする。したがって，市場は完備である[7]。

各経済主体の時点 t における投資戦略 (portfolio) を $z_t^h=(z_t^{h1},...,z_t^{hS})$ とする。但し，z_t^{hj} は時点 t における経済主体 h の証券 j の保有枚数である。z_s^h も $\mathfrak{B}(\Sigma_t)$-可測な確率ベクトルとする。初期時点の保有量を z_{-1}^{hj} とする。このとき，$z_j:=\sum_{h=1}^{I}z_{-1}^{hj}$ は市場全体の証券流通枚数（供給量）となる。任意の j にお

6) 任意の t と $A\in\mathfrak{B}(\Sigma_t)$ に対して

$$P(A)=0 \Leftrightarrow P^h(A)=0$$

7) 状態過程が斉時的 Markov であれば殆ど至るところで正則である。Kubler and Schmedders [2003] を参照せよ。

いて z_j は厳密に正の値を取るとする。

また，経済主体 h は各時点 t で所得 ω_t^h を得る。ω_t^h も同様に $\mathfrak{B}(\sum_t)$-可測な正値確率変数とする。このとき，各経済主体の時点 t における予算制約式は以下のようになる。

$$c_t^h = \omega_t^h + z_{t-1}^h \cdot (q_t + d_t) - z_t^h \cdot q_t$$

但し，$z \cdot p$ はベクトル z と q の内積を表す

$c^h = \{c_t^h\}_{t\in N}$, $z^h = \{z_t^h\}_{t\in N}, q = \{q_t\}_{t\in N}$ とし，$c = (c^1, \ldots, c^I)$, $z = (z^1, \ldots, z^I)$ とする。先程と同様に市場均衡について定義する。

定義 III.1

多期間における金融市場均衡とは，以下の条件を満たす組（c, z, q）のことを言う。

1) $\{(c_t^h, z_t^h)\}_{t\in N}$ は

$$c_t^h = \omega_t^h + z_{t-1}^h \cdot (q_t + d_t) - z_t^h \cdot q_t \text{ for } \forall t \in \boldsymbol{N}$$

の予算制約の下で期待効用 U^h を最大化していする。

2) 任意の $\sigma_t \in \sum$ に対して

$$\sum_{h=1}^{I} z_t^h(\sigma_t) = \sum_{h=1}^{I} z_{-1}^h$$

が成立する。

2 結果と考察

以上の多期間モデルにおける取引不存在定理について述べる。

定理 III.1

時点1以降において取引が行われない（$z_0 = z_1 = \cdots$）となるための十分条件は以下の3つが同時に成り立つことである。

1) $P^1(A) = P^2(A) = \cdots = P^H(A)$

2) $\beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_H$

3) $\{d_t\}$ と $\{\omega_t\}$ が斉時的 Markov 過程に従う。但し，$\omega_t = \sum_{h=1}^{I} \omega_t^h$ である。

証明　補論を参照せよ。

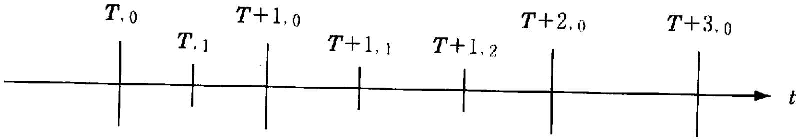
以上，多期間モデルにおける取引不存在定理を示した。補論の証明からも分かるように，定理 III.1 の3つの条件のうち，1つでも満足しないとすると取引が発生する。これらの条件はそれぞれ以下のように理解することが可能である。

第1の条件である主観確率の異質性であるが，これは第II節の2期間モデルで示したのと同様に，各状態 s の評価の方向的相違によって取引が発生することとなる。一方，第2の条件は状態についての異時点間の評価の相違によって取引が生じると解釈することができる。例えば，β が大きい経済主体は将来時点の消費よりも現在時点の消費を評価している。したがって，現在時点の配当が高い証券を持っている場合にはその証券を売却することによって，より高い効用を得ようとする。即ち，将来時点の消費を犠牲にして現在時点の消費を行えるような投資戦略を採ろうとする。そこで，β が小さい経済主体が存在すれば両者で取引が生じるのである。また，第3の条件は所得の変化による全体的な効用水準の変化によると考えられる。例えば，国民所得が成長していく経済を考えると所得の増加に従って，各経済主体の限界効用は減少していく傾向にあるが，各経済主体の危険回避度はおのおの異なるので，所得の変化に伴って各経済状態の変化に方向的相違が生じるようになり，取引が発生するということができる。

IV　一般多期間モデル

ここで，2つのモデルにおける取引不存在定理についてさらに考察する。第II-1節では2期間で消費が最終時点のみに生じるモデルについて考えてきた。そして，取引発生の条件は経済主体間の信念の異質性であることを示した。また，第II-2節では多期間で消費時点間には取引が発生しないモデルを考えて，消費多期間モデルでは取引発生の条件は①経済主体間の信念の異質性②時間選好率の相違③所得の非斉時性，であることを見てきた。この結果は，多期間で

第1図 多期間情報到来モデル



かつ消費時点間に情報の到来と条件付確率の更新が生じる一般多期間モデルでも同様に成立することがわかる。

例として，以下の第1図の時間の流れを考える。消費は $T_{,0}$ や $T+1_{,0}$ など右下添字が0（縦棒が長い時点）で行うとし，$T_{,1}$ や $T+1_{,2}$ など右下添字が0以外の時点では情報の到来と証券取引のみが行われるとする。このような多期間モデルの場合にも第Ⅱ節と第Ⅲ節で得た結果をそのまま適用することができる。即ち，$T_{,0}$ など消費を行う時点で証券取引が発生する要件は第Ⅲ節で見た3つの条件であり，$T_{,1}$ などの消費が行われず証券取引のみが行われる時点では信念の異質であるときのみ取引が発生する。信念の相違による取引発生と，時間選好率の相違・総所得の非斉次性による取引発生とはその性質がやや異なることが分かる。取引量と価格との関係などを取り上げた実証研究では，情報到来によって取引量がどのような反応を示すかを考察したものが数多くあるが，これは信念の相違による取引に焦点を当てたものであると言えよう。日次程度の短期的な取引量の性質を見るうえでは，情報到来のみを共変量とすることには問題ないといえるが，月次以上の長期的な取引量の性質を考察するためにはそれ以外の例えば総所得の変化等を考慮していく必要があろう。

本論文では利得状態完備市場における取引不存在定理について考慮したが，具体的に取引量が経済の変数にそれぞれどの程度影響を与えるのかなどについて意味のある結果が得られた訳ではない[8]。部分均衡分析では Kim and Verrecchia [1991a] や Wang [1993] によって有意味な示唆が得られているものも

8) その原因の1つとしては，一般均衡モデルにおける消費者の最適化問題がいわゆる Bellman 方程式に見られる後ろ向き解法で非常に複雑なため，均衡解の導出が困難なことが挙げられる。

あるが，一般均衡モデルでは同程度の示唆を持つ結果は今のところ存在しないといえよう。また，利得状態非完備市場における取引量の分析はより一層複雑な問題があることが推測される。今後の研究の方向性としては，証券取引量の経済学的意味を一般均衡モデルの枠組みから解釈を与えることであろう。

V 結 論

本論文では「取引不存在定理」を見ることで，完備市場における取引発生の経済学的要因について考察した。そして，利得状態完備市場における取引量に大きく影響を与える要素として以下の3つの点を挙げることができる。即ち，①経済主体間の主観確率の異質性②時間選好率（割引率）の相違③総所得（総賦存量）の非斉時性である。所得が斉時的であっても時間選好率が異なる場合には現在時点を重視する経済主体から将来時点を重視する経済主体へ消費財の移転が行われ，その結果として証券取引が生じる。また，第2点と第3点は経済主体の消費が行われない時点においては取引発生の要因とはなりえないことを示した。したがって，証券取引の発生には証券に対する評価の相違と消費財再配分の必要性による2つの要因からなることがわかる。

VI 補 論

定理 III.1 の証明

各経済主体の主観確率は局所同値であるから，経済主体 h の主観確率測度 P^h に対してと任意の $\sigma_t \in \sum_t$ に対して

$$\frac{dP^h}{dP}(\sigma_t)$$

を満たす Radon-Nykodim 導関数（尤度比）が存在する[9]。このとき，経済主体 h の効用関数 U^h は

9） 有限状態空間では Radon-Nikodym 微分を用いる必要性はないが，状態数が無限で連続的な場合にはその必要が生じるので，拡張性を考えて敢えて導入した。

$$U^h(c^h)=E\left[\sum_{t=0}^{\infty}\frac{dP^h}{dP}\beta_h^t u_h(c_t^h)\right]$$

と書き換えることができる。いま，証券市場は完備であるから，均衡配分はPareto最適である。したがって，Pareto最適性の議論を用いると，ある正の重み付け $(\mu_h)_{h=1}^I$ が存在し，均衡配分は，資源制約の下で各経済主体の効用関数の重み付け総和による社会的厚生関数の最大化問題の解と一致する[10]。

$$\max_{(c^1,\ldots,c^I)}\sum_{h=1}^{I}\mu_h U^h(c^h)$$

$$\text{subject to }\sum_{h=1}^{I}c_t^h=\sum_{h=}^{I}\omega_t^h+d_t^j\cdot z_{-1}$$

したがって，Lagrange関数を

$$L=\sum_{h=1}^{I}\mu_h\sum_{\sigma_t\in\Sigma}P(\sigma_t)\sum_{t=0}^{\infty}\frac{dP^h}{dP}(\sigma_t)\beta_h^t u_h(c_t^h(\sigma_t))+\sum_{\sigma_t\in\Sigma}\lambda(\sigma_t)\left[\sum_{h=}^{I}\omega_t^h+d_t^j z_{-1}-\sum_{h=1}^{I}c_t^h(\sigma_t)\right]$$

とすると，最適性の1階条件より

$$\frac{\partial L}{\partial c_t^h(\sigma_t)}=\mu_k P(\sigma_t)\frac{dP^h}{dP}(\sigma_t)\beta_h^t u_h'(c_t^h)-\lambda(\sigma_t)=0$$

を得る。ここで，Lagrange乗数を消去すると

$$\mu_1\frac{dP^1}{dP}(\sigma_t)\beta_1^t u_1'(c_t^1(\sigma_t))=\mu_2\frac{dP^2}{dP}(\sigma_t)\beta_2^t u_2'(c_t^2(\sigma_t))=\cdots=\mu_1\frac{dP^1}{dP}(\sigma_t)\beta_1^t u_1'(c_t^1(\sigma_t))$$

となる。一方，資源制約式より

$$\sum_{h=1}^{I}c_t^h(\sigma_t)=\sum_{h=}^{I}\omega_t^h(\sigma_t)+d_t^j(\sigma_t)\cdot z_{-1}$$

である。いま，条件1)～3)が成り立っているものとする。このとき，均衡消費配分は連立方程式系

$$\begin{gathered}\mu_1 u_1'(c_t^1)=\mu_2 u_2'(c_t^2)=\cdots=\mu_1 u_1'(c_t^1)\\ \sum_{h=1}^{I}c_t^h=\sum_{h=}^{I}\omega_t^h(s_t)+d_t^j(s_t)\cdot z_{-1}\end{gathered}\tag{5}$$

10) Mas-Colell et al. [1995] 命題16.E.2などを参照せよ。

より求められる。(5)は消費過程は時点 t における状態 s_t のみに依存することを示している。一方，配当後の価格は Lucas の公式を用いると

$$q_t^j(\sigma_t)=\frac{1}{u_h'(c_t^h(\sigma_t))}E^h\left[\sum_{\tau=1}^{\infty}\beta_h^\tau u_h'(c_{t+\tau}^h(\sigma_{t+\tau}))\middle|\sigma_t\right]$$

で表すことができる[11]。消費過程が斉時的 Markov であるから，上の式より明らかに価格過程も斉時的 Markov である。同様の議論を用いると，経済主体 h の投資戦略 z_t^h も斉時的 Markov であることがわかる。このとき，経済主体 h の予算制約式は

$$c^h(s_t)-\omega^h(s_t)=z^h(s_{t-1})\cdot(q(s_t)+d(s_t))-z^h(s_t)\cdot q(s_t) \quad (6)$$

となる。ここで，$s_{t-1}=s_t=s$ とすると(5)は

$$c^h(s)=\omega^h(s)+z^h(s)\cdot d(s)$$

となる。また，(6)式で任意の s,s',s'' に対して $s_{t-1}=s$, $s_t=s'$ 及び $s_{t-1}=s''$, $s_t=s'$ の2つの場合を考えると，

$$c^h(s')-\omega^h(s')=z^h(s)\cdot(q(s')+d(s'))-z^h(s')\cdot q(s')$$
$$c^h(s')-\omega^h(s')=z^h(s'')\cdot(q(s')+d(s'))-z^h(s')\cdot q(s')$$

より，

$$z^h(s)\cdot(q(s')+d(s'))=z^h(s'')\cdot(q(s')+d(s'))$$

となる。$q(s')+d(s')\neq 0$ より，

$$z^h(1)=z^h(2)=\cdots z^h(S)$$

を得る。これは，時点1以降取引が生じないことを示している。

□

参考文献

Black, F. [1986] "Noise," *Journal of Finance*, 41, pp. 529-543.

Blume, L., T. Coury and D. Easely [2003] "Information, Trade and Incomplete Markets," *working paper*.

11) Duffie [1988] 第20章の定理を参照。

Duffie, D. [1988] *Securities Markets: Stochastic Models*, Academic Press.

He, H. and J. Wang [1995] "Differential Information and Dynamic Behavior of Stock Trading Volume," *Review of Financial Studies*, 8, pp. 919-972.

Judd, K., F. Kubler and K. Schmedders [2003] "Asset Trading Volume with Dynamically Complete Markets with Heterogeneous Agents," *Journal of Finance*, 58, pp. 2203-2217.

Karpoff, J. M. [1987] "The Relation between Price Changes and Trading Volume: A Survey," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 22, pp. 109-126.

Kim, O. and R. E. Verrecchia [1991a] "Trading Volume and Price Reactions to Public Announcements," *Journal of Accounting Research*, 29, pp. 302-321.

Kim, O. and R. E. Verrecchia [1991b] "Market Reaction to Anticipated Announcements," *Journal of Financial Economics*, 30, pp. 273-309.

Kubler, F. and K. Schmedders [2003] "Generic Inefficiency of Equilibria in the General Equilibrium Model with Incomplete Asset Markets and Infinite Time," *Economic Theory*, 22, pp. 1-15.

LeRoy, S. F. and J. Werner [2001] *Principles of Financial Economics*, Cambridge University Press.

Magil, M. and M. Qunzii [1996] *Theory of Incomplete Markets*, vol. 1, MIT Press.

Mas-Colell, A., M. D. Whinston and J. R. Green [1995] *Microeconomic Theory*, Oxford University Press.

Milgrom, P. and N. Stokey [1982] "Information, Trade, and Common Knowledge," *Journal of Economic Theory*, 26, pp. 17-27.

Morris, S. [1994] "Trade with Heterogeneous prior Beliefs and Asymmetric Information," *Econometrica*, 62, pp. 1327-1347.

Nishide, K. [2003] "Price Reaction to Momentum Trading and Market Equilibrium," *working paper*.

Wang, J. [1993] "A Model of Intertemporal Asset Prices under Asymmetric Information," *Review of Economic Studies*, 60, pp. 249-282.