タルスキの論理的帰結の定義について

ー現代的なモデル理論的帰結との相違をめぐってー

金田明子*

1　序論

タルスキの 1936 年の論文 “On the Concept of Logical Consequence” は，現代論理学で標準的なモデル理論的帰結「文 S が文集合 K の論理的帰結であるのは，K のあらゆるモデルが S のモデルでもあるとき，そしてそのときのみである」を初めて定義した論文と考えられてきた．他方で，この論文についてはその簡略な記述もあいまって，解釈上の疑問点が指摘されている．エチメンディ [2] は，タルスキ [14] のこれらの疑問点の解釈を通して，タルスキの 1936 年の帰結の定義は現代的なモデル理論的帰結とは異なると主張する．さらにエチメンディ [3] ではこの主張を発展させて，モデル理論的帰結は帰結の論理性を捉えていないと批判する．

[14] の第一の疑問は，タルスキが論理的帰結の概念分析で提示する ω-推論の位置づけである．ω-推論とは，次のように自然数と任意の性質 P についての文 $A_0, A_1, \ldots, A_n, \ldots$ から文 A を導く推論である．

$$
\begin{array}{ll}
A_0. & 0\text{ は性質 }P\text{ を持つ．} \\
A_1. & 1\text{ は性質 }P\text{ を持つ．} \\
 & \vdots \\
A_n. & n\text{ は性質 }P\text{ を持つ．} \\
 & \vdots \\
\hline
A. & \text{すべての自然数は性質 }P\text{ を持つ．}
\end{array}
$$

1930 年前後，論理的帰結の定義は，それを証明や演繹と同一視する証明論的な定義が一般的だった．タルスキも初期の研究ではこの定義を使っている*1．しかしタルスキは，証明論的定義は通常の帰結概念の特徴を捉えていないとしてこれを退け，この定義が満たしていない通常の帰結の例として ω-推論を挙げる*2．したがって，このあと導入されるモデル理論的帰結ではこの推論が妥当となることが期待されるわけだが，事実として，ω-推論は確かに一階論理において証明論的に定義できないが，一階モデル理論においても妥当ではない．そこで，タルスキがこの推論

* 京都大学大学院文学研究科研修員

*1 例えば [6], p.40, [10], p.30, [11], p.60.

*2 [14], pp.410-411.

を適切な推論として例示した意図が疑問となる．

タルスキは続けて，文 S が文集合 K の論理的帰結であるとき直観的に意味される特徴として，必然性「K のすべての文が真ならば，S も真でなければならない」と形式性「論理的帰結は文の論理形式のみにかかわり，経験的知識には依存しない．特に，文が指示する対象についての知識には依存しない」を挙げる．これらは論理的帰結の定義が満たすべき適切性条件とされ，条件 (F) としてまとめられる．

(F) 文 S と文集合 K から，各文に現れるすべての非論理項を意味論カテゴリーを遵守して一様置換することによって得られる文と文集合をそれぞれ S'，K' とする．このとき，文 S' は文集合 K' のすべての文が真であるときのみ真でなければならない．

条件 (F) の基本的発想は，帰結の代入的定義「各非論理項に対する文法的に可能なあらゆる置換を通して成立し続ける帰結」にある．しかし条件 (F) は論理的帰結にとっての必要条件だが，表現力の弱い言語においては適切な帰結を与えないので十分条件ではない．条件 (F) を十分と見なすことができるのは，対象言語がすべての可能な対象の指示詞を含むときのみであり，しかしタルスキも認めるようにこの仮定は非現実的である．

モデル理論的帰結は，条件 (F) を満たしかつこの問題を克服する定義として導入される．タルスキは，条件 (F) のように文の非論理項を置換するのではなく，[12] で定義された充足概念を応用して，各非論理項が言及する対象を変換することを提案するのである．特に無限の対象列を使うことによって，対象のすべての可能な変換を考慮することができる．

モデルは，文の各非論理項をそれぞれ変数で置換し，その結果得られる文関数を充足する対象列を見つけることによって構成される．しかしタルスキはこれ以上のモデルの具体的な構成を与えておらず，モデルとは「（任意の文関数の）クラス L' のあらゆる文関数を充足する任意の対象列」*3であり，「私たちがある演繹理論の公理体系のモデルについて普段語っている意味での」*4モデルである，と説明されるだけである．

第二の疑問は，ここで想定されているモデル概念である．もしこの「モデル」が，単に，文関数の各変数の意味論カテゴリーと対応する対象の列を意味するだけならば，タルスキはすべてのモデルが単一の量化領域を共有する固定領域モデルを想定していることになる．そうではなく，「モデル」に文関数が評価される量化領域をなす対象も含まれるならば，可変領域モデル，つまり量化領域 D と解釈関数 I の順序対として定義され，モデル M ごとに異なる量化領域を持つ標準モデル $M = \langle D, I \rangle$ が想定されている．従来のタルスキ解釈では，例えばホッジズ [5] のように，タルスキの帰結の定義におけるモデルは可変領域モデルであり，したがってタルスキの帰結の定義は現代的なモデル理論的帰結と同一であるというのが通説だった．これに対しエチメンディは，タルスキは帰結の定義では固定領域モデルを前提しており，それゆえにタルスキの帰結の定義には欠陥があると主張したのである．

*3 [14], p.417.
*4 *ibid.*, p.417.

さて，モデル理論的帰結が定義されたあと，タルスキの議論は論理定項と非論理項の区別に及ぶ．ここで述べられるのは，モデル理論的な帰結の定義は論理定項と非論理項の区別に依存するが，現時点では両者を区別する客観的な根拠は明らかでないため，この定義は不完全に留まるという現状認識である．この問題がモデル理論的帰結にとっていかに決定的かは，次の例によって示される．論理定項の客観的基準が不明ならば，対象言語のすべての項を論理的と見なすこともできる．このとき，任意の文 S に対応する文関数 S' は S と同一となる．したがって，文 S が真か，または文集合 K の少なくとも一つの文が偽ならば，S は K から導かれることになり，モデル理論的帰結は実質的帰結に崩壊してしまうのである*5.

本論では，エチメンディ以降のタルスキの帰結の定義についての歴史的研究を概観し，タルスキの帰結の定義と現代的なモデル理論的帰結の相違について考察したい．第 2 節ではエチメンディ [2, 3] のタルスキ解釈を概観し，第 3 節ではゴメス・トレンテ [4]，レイ [7]，シャー [8, 9] ら 1990 年代の代表的なエチメンディへの反論から，シャーのタルスキ的論理学を取り上げる．この選択は，シャーの議論が可変領域モデル解釈を支持する議論の典型例であることに加えて，彼女が提示した論理定項の意味論的定義が，タルスキ解釈としても一定の評価を得ていることによる．第 4 節では，ベイズ [1] によるタルスキの 1936 年の論文の詳細な歴史的分析を紹介する．以上の主要な解釈を踏まえたうえで，エチメンディのタルスキ解釈には確かに誤解や間違いが含まれているが，タルスキの帰結の定義と現代的なモデル理論的帰結は従来の通説のように単純に同一と見なすことはできないとする彼の主張は，真剣な検討を要する問題提起であることを確認したい．

2　エチメンディのタルスキ解釈

2.1　固定領域モデルによる帰結とその問題点

前節で述べたように，エチメンディは，条件 (F) すなわち代入的定義がタルスキの帰結の概念分析の根底にあること，そしてモデルはすべての可能な置換を考察するために導入されていることから，タルスキの帰結におけるモデルは文関数 S' の変数の意味論カテゴリーと対応する対象列であり，したがって固定領域モデルであると解釈する*6.

しかし，固定領域モデルにはいくつかの問題がある．例えば，量化子解釈に障害がある．可変領域モデルならば，量化子はモデル M ごとの量化領域 D において解釈され，それに伴って非論理項の解釈も解釈関数 I によって詳しく操作される．その際，「モデル M において個体変数に対応する対象は，M の量化領域 D に属する対象でなければならない」，「モデル M において述語変数に対応する対象は，M の量化領域 D の部分集合でなければならない」など，文関数 S' の変数とそれに対応する対象の関係を規定する規約が自明のものとして組み込まれており，例えば一階量化子は前者のような規約によって適切に解釈されることになる．エチメンディはこのような規

*5 *ibid.*, p.419.
*6 [2], pp.68-70, [3], Ch.3.

約を「交差名辞制限」と呼び，固定領域モデルもこの種の意味公準を導入しなければ量化子を適切に解釈できないことを指摘する*7.

次に問題なのは，固定領域モデルによる帰結は言明宇宙の大きさに依存することである．議論を簡略にするために，以下では論理的帰結ではなく論理的真理について述べる．「少なくとも二個の事物が存在する」と主張する一階の文 σ_2 を考える．

$$\sigma_2: \quad \exists x \exists y (x \neq y)$$

一般論として私たちは論理的真理に分析性やアプリオリ性，必然性を期待しており，σ_2 はその主張内容からして直観的には論理的真理ではない．そして標準モデル理論的な帰結でもこの文は論理的真理ではない．なぜなら，可変領域モデルでは量化子はモデルごとに異なる量化領域において解釈されるので，σ_2 は，濃度 2 以上の集合を量化領域とするすべてのモデルでは真だが，濃度 1 の量化領域を持つモデルでは偽だからである．しかし固定領域モデルでは，量化子はモデルのクラス全体に対して固定された単一の量化領域，したがってこれはそのまま言明宇宙となるが，その言明宇宙について解釈される．このとき，σ_2 は言明宇宙に二つ以上の事物があるならばすべてのモデルで真なので論理的に真となるが，一つの事物しかないならばすべてのモデルで偽となり論理的真理ではない*8.

固定領域モデルによる帰結のこのような性質は，論理的真理についての現在の私たちの理解とは相容れない．しかしエチメンディは，タルスキが [12] ではクラス理論の言語に対して可変領域モデルを明示的に導入していることから，タルスキは帰結の定義に際しては上の性質を認識した上で意識的に固定領域モデルを採用したと解釈し，その動機を次のように推測する．ω-推論の例が示すとおり，タルスキは証明論的な帰結は外延的に不正確だと考える．したがって，ゲーデルの完全性定理（1930）は，標準モデル理論的な帰結が証明論的な帰結と同値であることを証明するが，それが外延的に適切であることは示さない．こうしてタルスキにとって標準モデル理論的な帰結は，直観的な論理的帰結の形式化と見なすことはできないし，論理的帰結の概念分析としても受け入れることはできないのである*9.

2.2 ω-推論の例の解釈と「論理定項の神話」

このようなエチメンディの推測は，それではなぜタルスキは固定領域モデルによる帰結が ω-推論の不成立という標準モデル理論的帰結への批判を免れると考えたのか，という疑問を生じさせ

*7 なおエチメンディは，固定領域モデルは交差名辞制限を必要とする一方，この制限を課すことによってタルスキの帰結の本質が損なわれるというディレンマに陥ると主張する．なぜなら，タルスキの帰結の基本的直観が条件 (F) にあるならば，タルスキの帰結の定義においてモデルのクラスは，各非論理項について（意味論カテゴリーを遵守した）「あらゆる」可能な再解釈を提供することが求められる．しかし，交差名辞制限によって奇妙な量化子解釈を引き起こすような不適切な再解釈はあらかじめ排除されることになり，その結果モデルのクラスは，各非論理項についての「あらゆる」再解釈を提供することができなくなるからである．[3], Ch.5 参照.

*8 エチメンディのモデル理論的帰結批判の中心議論である「還元原理批判」は，固定領域モデルによる帰結のこの性質を，ウィトゲンシュタインやラムジーによる，フレーゲやラッセルの論理的真理の量化的説明に対する批判と組み合わせて展開した議論である．還元原理批判の議論の詳細は [3], Ch.7-8 参照.

*9 [2], p.72.

る．エチメンディは，その理由はタルスキの論理定項の選択の柔軟性にあったと考える．もし一階論理において，標準的な論理定項に加えて，数項を始めとする算術的項も論理定項と認めるならば，文 $A_0, A_1, \ldots, A_n, \ldots$ は「論理定項」のみからなる文となり，ω-推論は実質的帰結に崩壊することによって論理的帰結の例となる．タルスキはこのように通常よりも広く論理定項を認めることによって（彼にとっての）適切な論理的帰結を定義できると考えたのではないか，とエチメンディは推測するのである[*10].

エチメンディ [3] の「論理定項の神話」[*11]の議論は，このように推測された解決策とその背景にある「適切な論理定項を選択することによって適切な論理的帰結を定義できる」という考えを批判する．このような考え方は，例文 σ_2 が一階論理の標準的な定項のみからなるにも関わらず，タルスキの帰結の定義のもとでは直観に反した評価がなされてしまうという事実によって反証されている．したがって，適切な論理的帰結を定義できるような「適切な」あるいは「真正な」論理定項が存在するという考えは神話に過ぎないのである．

2.3　エチメンディのモデル理論的帰結批判の妥当性

エチメンディのタルスキ解釈の妥当性は第５節で検討するが，モデル理論的帰結の言明宇宙の大きさへの依存および論理定項の神話の両批判は，少なくとも現代的なモデル理論的帰結には当てはまらない．まず，モデル理論的帰結の言明宇宙の大きさへの依存は，前述の通り，可変領域モデルでは生じない．可変領域モデルでは，論理的帰結は一つの固定された量化領域についてではなく，すべての可能な量化領域について評価されるからである．また，論理定項の任意選択による論理的帰結の任意相対性の批判も，現代的なモデル理論的意味論では中核的な論理定項は習慣的にではあるが固定されていること，そのもとでの可変領域モデルによる帰結がこれまで深刻な批判なく妥当な帰結として受け入れられてきた事実を考慮すると，首肯しがたいのである．

3　シャーのタルスキ的論理学

3.1　可変領域モデル解釈支持の議論

シャーは，自身のタルスキへの関心は理論的なものであって歴史的なものではないと断った上で[*12]，固定領域モデル解釈に二つの反論を示す．

まず，モデル理論の重要定理でありタルスキ自身も関わったレーヴェンハイム・スコーレム・タルスキの定理 (1915-1928) は固定領域モデルとは両立不可能であること，そしてエチメンディも指摘するようにタルスキは [12] では可変領域モデルを使用していることから，タルスキが帰結

[*10] *ibid.*, p.73.
[*11] [3], Ch.9.
[*12] シャー [8] の目的は，モストウスキーやリンドストロームによる一般量化子研究を，拡張されたタルスキ的なモデル理論的意味論に埋め込むことによって，一般量化子に真正な論理的量化子としての哲学的支持を与えることである．

の定義についてのみ固定領域モデルを採用したとは考えにくい．さらに，固定領域モデルによる帰結が言明宇宙の大きさに依存する事実を考えると，やはりこのような問題を持つ固定領域モデルをタルスキがあえて採用したとは考えにくい．このような固定領域モデルの技術的な非標準性とそれゆえの当時の論理学研究における非主流性，そして固定領域モデルによる帰結の直観に反する性質というシャーの二つの反論は，エチメンディの反論者に共通する主張である．

3.2 タルスキ的論理学と論理定項の意味論的定義

シャーは，タルスキの意味論研究とは，証明論的な論理学研究に対して，論理的概念の直観的内容を捉えるために，真理や帰結などの概念を意味論的に定義することを特徴とする新たな論理学プロジェクトであったと位置付ける．この意味論的な論理学研究では，証明や演繹ではなく論理的帰結が中心概念となる．

ここでシャーが提起するのは，タルスキが論理的帰結の直観的内容とした二つの特徴，特に形式性は，モデル理論的意味論においてどのような内容を持つのかという問いである．シャーはこの問いの考察にあたって，モデルを個体や性質・関係，関数などの諸対象からなる構造と見なす．そして，意味論とは言語表現とそれが指示する対象の関係を研究する学問であるというタルスキの説明を拡張して，単称名辞が個体を，述語がそれらの性質・関係を指示するように，論理定項とは，これら諸対象についての二階の性質である「すべての」や「いくつかの」などの数学的な性質や関係を指示する項であると考える．この着想の技術的表現として，論理定項とは同型構造のもとで不変な項であるという意味論的定義が与えられる．さらにこの定義を満たすと同時に，論理定項はモデル理論的意味論において，統語論的には論理式の帰納的定義の式構成演算子として，意味論的には充足の再帰的定義の演算子として機能しなければならない*13．

この定義にしたがうと，論理定項は量化領域がどのように変わろうとすべてのモデルが共有する数学的性質や関係を指示する項となり，形式性の意味論的内容は特に内容中立性「論理的帰結は文が言及する対象や特定の性質・関係に依存しない」として理解される．必然性は「すべての可能なモデルにおける真」として理解されるが，この必然性は，論理定項が指示しモデルたちが共有する数学的構造によって制限された「形式的必然性」である点で一般的な必然性概念とは区別される，とシャーは主張する．

このようにモデル理論的に規定された二つの適切性条件によって，モデル理論的帰結の論理性は形式的必然性と解明されることになる．タルスキは論理的帰結の実質的帰結への崩壊を危惧したが，実質的帰結はモデルを介さなくても定義されるため形式的に必然的な帰結ではなく，この点で論理的帰結とは区別されるのである．シャーが構想するタルスキ的論理学とは，このように解明された論理性を満たす帰結そしてそれのみを論理的帰結とする論理体系である．

すでに論理定項の意味論的定義として与えられた論理定項と非論理項の区別も，論理的帰結と実質的帰結の区別に並行的である．エチメンディは論理定項の神話として論理定項の客観的基準

*13 シャーの論理定項の形式的定義については [8], pp.54-55.

の存在を否定したが，シャーは，論理的帰結が形式的必然性を満たす点で実質的帰結と区別されることは，論理定項と非論理項の境界が存在することを前理論的に根拠付けると説明する．つまり，形式的かつ必然的な帰結を定義する項そしてそのような項だけが，タルスキ的論理学において論理定項となりうるのであり，その意味では，論理定項の基準は論理的帰結の定義そのものに内蔵されているのである．

3.3　シャーの理論のタルスキ解釈としての妥当性

このように，タルスキのモデルを可変領域モデルと見なし，タルスキの帰結を現代的なモデル理論的帰結と基本的に同一と考えるシャーのタルスキ的論理学は，現代的なモデル理論的帰結の説明として大筋において的を得ており，特に，論理定項の意味論的定義は，モデル理論的帰結の論理性をエチメンディの批判から擁護するのに有力な説明となる．

しかし，タルスキの歴史的解釈としては疑問がある．まず，タルスキの帰結の定義に可変領域モデルを帰すべきとする二つの理由は，いずれも推測の域を出ておらず，確定的な根拠とは程遠い．次に，同型構造のもとでの不変性という論理定項の意味論的定義が，タルスキの帰結の定義とどのように関係するかが明らかではない．確かにタルスキは 1966 年の講義記録である [16] で，クラインのエルランゲン・プログラムから着想を得たとして，量化領域上で定義される一対一の変換をとり，すべてのこのような変換のもとで不変な概念を論理的概念とするという論理定項の意味論的定義を提案している．シャーはこの論文に言及することで，タルスキ的論理学がタルスキの帰結の定義の歴史的解釈としても妥当だと主張したいようである*14．しかし，[16] でタルスキは 1936 年の帰結の定義に言及しておらず，もしタルスキのモデル概念が固定領域モデルだったならば，可変領域モデルのもとでなければ意味をなさない論理定項の意味論的定義は，明らかにタルスキの帰結の定義とは調和しない．また，[16] での論理定項の定義にしたがうと，すべての個体からなる集合，個体間の同一性，個体の集合間の包含関係，個体の集合の濃度についての性質などが論理的概念になるとされ，特に，個体の集合の濃度が論理的であることについては，「私たちの論理は外延の論理でさえなく，数についての論理であり，数的関係についての論理である」*15 と述べられている．この言明は私たちの論理観にはそぐわず，タルスキ的論理学とも整合しない一方で，固定領域モデルによる帰結が言明宇宙の大きさに依存することと呼応するように思われるのである．

4　ベイズの詳細な歴史的分析

エチメンディは，タルスキのモデルを固定領域モデルと解釈し，そのことをタルスキの帰結の定義の欠陥として批判する．これに対しシャーは，タルスキのモデルは現代的なモデル理論的帰結と同じく可変領域モデルだったと推測し，タルスキの帰結と現代的なモデル理論的帰結の論理

*14 [8], pp.61-65.
*15 [16], p.151.

性を擁護しようとする．この節で取り上げるベイズ [1] は対立するこれらの議論を踏まえて，タルスキの 1936 年の論文の詳細な歴史的分析を通して固定領域モデル解釈を擁護する．

4.1 固定領域モデル解釈の擁護

ベイズは三つの理由から，タルスキの帰結には固定領域モデルを帰すことが適切だと主張する*16．第一に，タルスキは可変領域モデルを採用すると明示的に述べてはいない．もし可変領域モデルを導入するならば，集合論などを使った技術的な道具立ての記述が不可欠だが，[14] のモデルを構成する箇所ではこれらについて特に言及されていないのである．第二に，固定領域モデル解釈は [14] の議論の流れとよりよく適合する．タルスキがモデルを導入したのは，条件 (F) のもとで表現力の貧弱な言語において生じる問題を回避するためだった．この問題は固定領域モデルによって解決できるのであり，可変領域モデルを導入する必要はない．また，固定領域モデルによる帰結は，「対象言語はすべての可能な対象の指示詞を含む」という仮定のもとで，条件 (F) と数学的に同値な帰結の分析を与えることができるのである．

第三のそして最重要の理由は，論理的帰結の実質的帰結への崩壊に関するタルスキの言明は，固定領域モデルによる帰結と整合するが，可変領域モデルによる帰結とはかみ合わないことである．固定領域モデルによる帰結のもとで，言語のすべての項を論理定項と見なすと仮定する．このとき文 S の文関数 S' は S と同一であり変数を含まないので，その真理値は特定の対象列に依存することはない．したがって，次の同値が成り立つ．

文 S が真である．	$\Longleftrightarrow$	ある対象列が S のモデルである．
	$\Longleftrightarrow$	あらゆる対象列が S のモデルである．

この同値にタルスキの帰結の定義をあわせると，さらなる同値が成立する．

文 S は文集合 K の論理的帰結である．
$\Longleftrightarrow$ K のあらゆるモデルは S のモデルである．
$\Longleftrightarrow$ あらゆる対象列が S のモデルであるか，またはいかなる対象列も K のモデルではない．
$\Longleftrightarrow$ S は真である，または K の少なくとも一つの文が偽である．

このように，固定領域モデルのもとでは「言語のすべての項を論理定項と見なす」という仮定は，モデル理論的帰結が実質的帰結に崩壊することを保証するのに十分であり，これはタルスキが主張したことそのものである．

しかし同じ仮定を可変領域モデルのもとで考察するとき，モデル理論的帰結と実質的帰結は一致しない．任意の自然数 n をニコラスの砂袋の中の砂粒の個数とするとき，次の推論を考える．

$$\frac{\exists x(x\ \text{はニコラスの砂袋の中の砂粒である})}{\exists_n x(x\ \text{はニコラスの砂袋の中の砂粒である})}$$

*16 [1], Sec.2.

この推論は前提も結論も真なので実質的帰結の例だが，モデル理論的帰結の例ではない．なぜなら，ニコラスの砂袋の中の一粒の砂を除く，世界のすべての対象からなる集合を量化領域とするモデルを構成することができ，このモデルにおいて前提は真だが結論は偽となるからである．こうして可変領域モデルによる帰結はタルスキの言明と整合せず，可変領域モデル解釈は退けられるのである．

4.2　可変領域モデル解釈への反論

次にベイズは，固定領域モデルはエチメンディとその批判者たちが考えるような問題を引き起こさないことを示して，可変領域モデル解釈は明確な根拠を持たないと主張する*17．まず，固定領域モデルの技術的な非標準性を主張する議論に対して，固定領域モデルに可変領域モデルの数学的利点を与える操作を提示する．文集合 Γ について，量化領域に対する新たな述語 D を導入し，Γ の各量化子を述語 D に明示的に相対化する．すると Γ の可変領域モデルのクラスと，新たに相対化された Γ' の固定領域モデルのクラスの間に自然な対応が生じ，Γ に対する可変領域モデルのクラスについてのあらゆる定理は，Γ' に対する固定領域モデルのクラスについての定理へと翻訳される．こうして，固定領域モデルに数学的に不利な点は実質的にはない．そして，1936 年当時，タルスキだけでなくラッセルやカルナップによっても，しばしば固定領域モデルと持つと見なされるタイプ理論が研究されていることを指摘し，固定領域モデルを非主流と見なす議論に異議を唱える．

固定領域モデルによる帰結の言明宇宙の大きさへの依存については，ベイズはエチメンディと同じく，タルスキは自身の帰結の定義が宇宙の大きさを論理的な事柄として扱うことに依存すると認識していたと推測する．しかしその根拠はエチメンディとは異なり，タルスキがしばしば無限公理を論理的公理として扱っていた事実を挙げる．例えば，通常の帰結の例として挙げられた ω-推論を研究し，タルスキの帰結の定義との関連が深い [13] では，無限公理の受け入れによって有限モデルを拒否しなければならず，それは自身の論理的帰結の定義に影響するという事実が言及されている*18．

4.3　ω-推論の例と論理定項の問題

ω-推論の例は固定領域モデル解釈だけでは説明が付かず，やはり論理定項の基準の問題を考察することが不可欠となる．ベイズはまず，エチメンディがタルスキの ω-推論を一階の帰結と見なすことは間違いだと指摘する*19．タルスキは [13] で二階論理を対象言語としており，そこでは数項も自然数の集合を指示する記号も導入されず，自然数は二階論理の道具立てを使って有限集合によって表現されている．したがってタルスキの ω-推論の定式化とは，次のような内容を二階論

*17 [1], Sec.3.
*18 [13], pp.293-295.
*19 なお，同様の指摘は [4]，[7]，[8] でもなされている．

理によって表現したものと考えられる.

A_0. 空集合は性質 P を持つ.
A_1. 一元集合は性質 P を持つ.
⋮
A_n. 正確に n 個の要素からなる集合は性質 P を持つ.
⋮

A. あらゆる有限集合は性質 P を持つ.

このように定式化された ω-推論ならば，タイプ理論に対する二階意味論において妥当である．したがって，タルスキの帰結の概念分析と ω-推論は論理的であるとする彼の主張は対立しないのである.

ω-推論の例をこのように理解することは，固定領域モデル解釈を間接的に支持する．可変領域モデルを導入することの一般的な利点は，任意の有限モデルを許容できる点にある．これに対しタルスキは，モデルが，ω-推論の定式化で自然数の役割を果たす有限集合を構成するのに十分なだけの要素を持つことを保証しなければならない．そのためには無限モデル，したがって無限公理を必要としたと考えられるのである.

また，上の ω-推論の定式化からは，タルスキが数項を論理定項と見なしたかはともかく，そうすることに現代の私たちほどには抵抗を感じなかったであろうことが推測される．そうであれば，エチメンディのように，論理定項の客観的基準についてのタルスキの悲観的な言明を，論理定項の任意選択とそれによる論理的帰結の任意相対性に一気に結びつけるのは尚早といえる．おそらくタルスキは帰結の定義に際して，当時の標準体系における論理定項を想定していたのであり，彼が示せなかったのはこれらの項が論理的であることの理論的裏づけだったと思われる．そして，1920-30 年代の標準体系とはタイプ理論であり，当時はこの体系の論理性が広く受け入れられていたのと同じく，数項を含めタイプ理論の標準的な定式化で定項とされていた項は，端的に論理的と見なされていたのである.

5 考察

ベイズは，タルスキの帰結の定義の本質は条件 (F) にあるという見解から，タルスキの帰結に固定領域モデルを帰す点でエチメンディと共通する．しかし，その根拠付けはまったく異なる．ベイズの解釈の論点は，固定領域モデル解釈を採ることによって，ω-推論の例の位置づけや論理定項の基準という他の疑問が有意味に理解され論文全体の内的整合性が得られること，そしてそれはタルスキの他の研究との整合性も損なわないことにある．これはベイズの解釈の大きな利点であり，固定領域モデルの採用をタルスキの失敗と見なすエチメンディの解釈と対照的である．また，タルスキは数項を論理定項とみなす用意が十分にあったとするベイズの考察は，もしそれが正しいならば，シャーの論理定項の定義のタルスキ解釈としての妥当性を大きく掘り崩す．ことに，タルスキが [16] で同趣旨の論理定項の定義を提案する一方，その定義にしたがって「数的

関係の論理」と述べることも考え合わせると，この論文は必ずしもシャーの解釈に味方しないのである．

本論では，この種の歴史的研究に不可欠なタルスキおよび他の同時代の研究者の文献の研究は射程外であり，エチメンディの挑発的ともいえる研究を機になされたタルスキの帰結の解釈をめぐる近年の議論を概観したに過ぎない．しかし，タルスキの帰結の定義の解釈におけるいくつかの課題を引き出すことはできると思われる．

第一に，エチメンディが先鞭をつけたように，タルスキの 1936 年の帰結の定義と現代的なモデル理論的帰結は，一般的見解に反して安易な同一視を許さない．タルスキのモデルは標準モデルではないのかどうか，もしそうであればモデルの違いを始めとする技術的な違いが，そこから定義されるモデル理論的帰結の概念内容にどのように影響するのかについての考察も必要だろう．第二に，[14] を含むタルスキの初期の意味論研究を歴史的に研究するとき，そこにどの程度モデル理論的あるいは代数的な技術や発想が含まれているかを慎重に見極めることが求められる．タルスキの意味論研究に，彼の主要な研究業績であるこれらの分野の知見が反映・応用されていることは疑いなく，だからこそモデル理論的意味論はその後の数学化によって高度な発達を遂げることが可能となったわけだが，タルスキ解釈に視点を限定するときには，現代的なモデル理論との連続性を自明とすることはできないだろう．最後に，現在の私たちの論理観と当時の論理観は必ずしも同一ではないことを今一度，念頭におく必要がある．シャーのタルスキ的論理学が現代的なモデル理論的帰結の的確な説明である一方，タルスキ解釈としての妥当性は疑われざるを得ないという事実は，彼女の理論の欠点ではなくこの問題を反映しているのである．

参考文献

[1] Bays, T., 2001. “On Taski on Models”, *Journal of Symbolic Logic*, 66, pp.1701-1726.

[2] Etchemendy, J., 1988. “Tarski on Truth and Logical Consequence”, *Journal of Symbolic Logic*, 53, pp.51-79.

[3] Etchemendy, J., 1990. *The Concept of Logical Consequence*, Harvard University Press.

[4] Gómez-Torrente, M., 1996. “Tarski on Logical Consequence”, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 37, pp.125-151.

[5] Hodges, W., 1986. “Truth in a Structure”, *Proceedings of the Aristotelian Society*, 86, pp.135-151.

[6] Łukasiewicz, J., Tarski, A., 1930. “Investigations into the Sentential Calculus”, in [15], pp.38-59.

[7] Ray, G., 1996. “Logical Consequence: A Defense of Tarski”, *Journal of Philosophical Logic*, 25, pp.617-677.

[8] Sher, G., 1991. *The Bounds of Logic: A Generalized Viewpoint*, MIT Press.

[9] Sher, G., 1996. “Did Tarski Commit “Tarski’s Fallacy”?”, *Journal of Symbolic Logic*,

61, pp.653-686.

[10] Tarski, A., 1930. "On Some Fundamental Concepts of Metamathematics", in [15], pp.30-37.

[11] Tarski, A., 1930. "Fundamental Concepts of the Methodology of the Deductive Sciences", in [15], pp.60-109.

[12] Tarski, A., 1933. "The Concept of Truth in Formalized Languages", in [15], pp.152-278.

[13] Tarski, A., 1933. "Some Observations on the Concepts of ω-consistency and ω-completeness", in [15], pp.278-295.

[14] Tarski, A., 1936. "On the Concept of Logical Consequence", in [15], pp.409-420.

[15] Tarski, A., 1983. *Logic, Semantics, Metamathematics.* 2nd ed., Hackett, Indianapolis.

[16] Tarski, A., 1986. "What Are the Logical Notions?", *History and Philosophy of Logic*, 7, pp.143-154.