

(論文内容の要旨)

本論文は、非線形振動のパラメータ空間での大域的分岐現象について、従来の数値計算によるアプローチとは異なり、計算機代数を用いて代数的な視点からその構造を明らかにすることを提案し、周期振動の分岐図の分解や縮約、回路パラメータの決定、分岐図の精度保証などに関する新しい代数的な解析手法を論じた結果をまとめたものであり、6章からなっている。

第1章は序論であり、まず研究の背景として非線形振動の分岐現象に関するこれまでの研究や、従来行われてきている数値計算によるアプローチの問題点や限界について論じている。次に、本論文において提案する計算機代数を用いた手法に関して、近年の計算機代数を応用した研究の趨勢を述べ、本研究の位置づけを明らかにしている。さらに本研究の目的を示し、本論文の内容を概説している。

第2章は、本論文で提案される手法の基礎となる理論について紹介している。まず周期振動を代数的に扱うために、常微分方程式で表現される回路方程式に対してハーモニックバランス法を適用し、連立代数方程式として周期振動を定式化している。また、パラメータ空間における大域的分岐図を扱う上での数値計算の問題点を具体例により指摘し、代数的アプローチとしてイデアルの概念を導入している。さらに、イデアルの標準基底であるグレブナ基底を用いることにより、大域的な分岐図を代数的に分解できることを、イデアルと代数多様体の関係を用いて示している。

第3章では、第2章で述べた理論を実際の周期振動の大域的な分岐図の分解に適用するために、イデアル商を用いたイデアル分解を提案している。まず対象とするシステムのもつ対称性を明らかにし、その対称性がハーモニックバランス方程式においても保存されていることを示している。次にその対称性を用いることにより、イデアル商により分岐図が分解できることを示している。さらに、系統的に分岐図を分解する手法として、回路方程式から電源の項を取り除いた方程式を考え、その方程式のもつ高い対称性を利用して分岐図を分解することにより、種々の周期振動の分岐図が系統的に分解できることを示している。

第4章では、不変式を用いることにより、周期振動の分岐図が縮約できることを示している。まず、システムのもつ対称性に基づいて異なる等価な解が複数存在することを説明し、それらが分岐図の表現を複雑にすることを示している。次に不変式を用いることにより、それらの異なる等価な解がまとめられ、分岐図が縮約できることを示している。また、実際に不変式に関する縮約された分岐図を求めることにより、その表現の単純化や計算量の意味での有効性を確認している。さらに周期振動の振幅が不変式になることを利用し、計算機代数を用いて所望の振幅の振動を与える回路パラメータを求める方法を提案している。またこの方法を発振器の回路パラメータを求める問題に適用し、その有効性を示している。

第5章では、ハーモニックバランス法の精度保証を代数的に行う手法を提案している。厳密な周期解の存在する領域を規定する保証境界は、高次元の多様体になるため、数値的に表現するためには膨大な計算が必要であったが、この章ではそれが代数的に表現できること明らかにし、さらにこれを極めて高速に求める方法を提案している。また、その高次元多様体を2次近似することにより、高次元多様体の射影を高速に可視化するための手法を提案している。

第6章は結論であり、本論で得られた成果について要約するとともに、今後取り組むべき課題と将来の展望について述べている。

(論文審査の結果の要旨)

本論文は、非線形振動のパラメータ空間における大域的分岐現象を明らかにするために計算機代数を用いた手法を提案し、周期振動の分岐図の大域的分解や縮約、回路パラメータの決定、分岐図の精度保証などの方法を開発した研究成果をまとめたものである。得られた主な成果は次のとおりである。

1. 周期振動のパラメータ空間での大域的分岐図を代数的に分解する方法を提案している。ハーモニックバランス法を用いることにより、周期振動を連立代数方程式として定式化し、この代数方程式に対応するイデアルを考えることにより、イデアル分解を用いて分岐図を分解する手法を開発している。また、システムのもつ対称性に注目し、イデアル商を用いてイデアル分解を行うことにより、分岐図が分解できることを示している。さらに、その手法を用いることにより、周期振動の分岐図が系統的に分解できることを論じている。すなわち、回路の方程式において電源項を取り除くことにより対称性の高い方程式が得られ、この方程式を系統的に分解することにより、種々の周期振動の分岐図が分解できることを示している。
2. 不変式を用いることにより分岐図の縮約を行う方法を提案している。すなわち、対称性に基づく等価な解を縮約し、不変式に関する単純な分岐図を得る方法を示している。また、周期振動の振幅が不変式となることを利用し、与えられた振幅の振動を発生させる回路パラメータを求める方法を論じている。このパラメータ決定法を実際に発振器の回路パラメータ設計に適用し、その有効性を示している。
3. 周期振動の解析に用いるハーモニックバランス法の精度保証を代数的に行う手法を提案している。ハーモニックバランス法は近似的な手法であるため、その精度保証法が従来研究されているが、厳密解の存在領域を規定する保証境界が高次元多様体となるため、計算量が膨大になることが問題となっていた。これに対して、代数的手法を用いることにより、極めて少ない計算量で代数的に保証境界を表現できることを示している。また、その境界を近似的に高速に可視化するための方法を提案している。

以上、本論文は、非線形振動の解析において従来の数値的手法では困難な問題に対し、計算機代数を用いた代数的な手法を用いることを提案するものであり、学術上、實際上寄与するところが少なくない。よって、本論文は博士(工学)の学位論文として価値あるものと認める。また、平成20年2月22日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。