

ハイブリッドシステムの可到達性による電圧不安定性の解析*

薄 良彦[†]・引原 隆士[†]

Voltage Instability Analysis via Hybrid System Reachability*

Yoshihiko SUSUKI[†], Takashi HIKIHARA[†]

Analysis of voltage instability of power systems is of basic importance for prevention of cascading outages and large blackouts. We propose to use reachability analysis of hybrid automaton for voltage instability analysis of power systems. Hybrid automaton is a well-known mathematical model of hybrid systems. Reachability analysis is performed by computing forward or backward reach sets for unsafe sets of a hybrid automaton. The automaton can represent interaction between continuous voltage oscillation and discrete control of power equipments. The unsafe sets are also subsets of state space in which system voltages show unacceptable levels such as low or high values. For single machine-load bus (SMLB) system with controlled route switching, we show that computation of backward reach sets of hybrid automaton makes it possible to determine voltage instability in the SMLB system. The obtained result implies that voltage instability leading to cascading outages can be detected before its occurrence.

1. 序論

電圧不安定性の解析は、電力システムの計画および運用において重要である [1,2]。電圧不安定性は故障の発生や負荷の変動に伴う母線電圧のダイナミクスに関連し、波及的故障 (cascading outage) や広域大停電 (large blackout) の発生の一要因であり、日本やスウェーデン [3]、北欧 [4] など で発生した大停電では電圧不安定性が要因として挙げられている。また、分散形電源などの導入に伴い (特に配電系統において) 逆潮流が発生し、母線電圧の維持が困難になるという指摘 [5] もある。このような技術的背景から、電圧不安定性の解析手法は現在重要性を増している。

近年、電圧ダイナミクスの解析および制御へのハイブリッドシステム理論の適用が報告されている。ハイブリッドシステムの解析と制御に関わる理論は、計算機科学と制御工学が融合した研究分野として注目を集めてきた [6,7]。上記適用の理由は、電圧ダイナミクス

が電圧という物理量の連続的変化と変圧器タップの位置切り替えや並列コンデンサの開閉などの離散的制御との相互作用の側面を有している点にある。Hiskens および Pai [8] は、タップ切り替えや保護継電器の動作を考慮した電力システムのモデルをハイブリッドシステムに基づいて提案している。Tong ら [9] も電圧不安定性に関わる解析問題をハイブリッドシステムの観点から検討している。Geyer ら [10]、Leirens ら [11]、Attia ら [12] は、電圧ダイナミクスの制御へのハイブリッドシステムの適用を進めている。既存研究の詳細は文献 [13] を参照されたい。

本論文では、電圧不安定性をハイブリッドシステムの可到達性を用いて解析することを提案する。筆者らは、ハイブリッドシステムによる電力システムのモデル化と過渡安定性の解析手法を提案してきた [14,13]。モデル化にはハイブリッドオートマトン [15] を用いて、相差角の連続的変化と継電器による送電線切り替えという離散制御との相互作用を記述する。一方、解析手法としては safety-critical なシステムの検証に用いられる可到達性解析 [16,17] を採用し、ハイブリッドオートマトンの状態空間中において過渡安定性を評価する。電力システムは言うまでもなく safety-critical な大規模実システムであり、解析と制御の安全性 (safety) の観点から

* 原稿受付 2008年3月19日

[†] 京都大学大学院 工学研究科 電気工学専攻 Department of Electrical Engineering, Kyoto University; Katsura, Nishikyo, Kyoto 615-8510 JAPAN

Key Words: power system, hybrid system, voltage stability, reachability, safety analysis

らの枠組みは将来の電気エネルギーネットワークの構築に向けて必要である [14]. 本論文では, 上記の提案したモデル化および解析の枠組みを, 基本的な系統構成である一機・負荷母線系統 [18] の電圧不安定性の解析問題に適用し, 系統電圧の不安定性, 具体的には負荷母線電圧の低下をハイブリッドオートマトンの可到達性解析により判定可能であることを示す. 特に, 電圧低下をその発生前に系統の切り替え制御を考慮し判定可能であることを示す. なお, 本論文の内容は国際会議録 [19] において報告されていることを付記する.

本論文の構成は以下の通りである. 2. では, 本論文で用いるハイブリッドオートマトンの定義, 可到達性解析, 可到達集合の概念をまとめる. 3. では, 一機・負荷母線系統の電圧不安定性の解析を行なう. ハイブリッドオートマトンにより電圧ダイナミクスをモデル化する手順を説明するとともに, 後退可到達集合を用いて負荷母線電圧の低下を判定する手順を説明する. 4. では, 本論文のまとめとして提案解析の有効性と問題点を整理する.

2. ハイブリッドオートマトンと可到達性

本節では, ハイブリッドオートマトン, 可到達性, 可到達集合について本論文で必要となる範囲で定義や概念などをまとめておく.

2.1 ハイブリッドオートマトン

ハイブリッドオートマトンの記法は文献毎に異なっている. 本論文では, 文献 [17] を参考にハイブリッドオートマトンを次の7項組とする.

$$\mathcal{H} = (\mathbf{Q}, \mathbf{X}, U, f, D, G, r) \quad (1)$$

- \mathbf{Q} は離散値変数の有限集合, \mathbf{X} は連続値変数が取りうる値の集合である. ハイブリッドオートマトンの状態は $(q, x) \in \mathbf{Q} \times \mathbf{X}$, 状態空間は $\mathbf{Q} \times \mathbf{X}$ で与えられる.
- $U = (U_C, U_D)$ において, U_C は連続値入力の集合, U_D は離散値入力の集合である.
- $f: \mathbf{Q} \times \mathbf{X} \times U_C \rightarrow \mathbf{TX}$ は, 離散値変数でラベル付けされた(自励)連続ベクトル場を表す. \mathbf{TX} は \mathbf{X} の接バンドルである.
- $D: \mathbf{Q} \times U_D \rightarrow P(\mathbf{X})$ は, 離散値変数と離散値入力に対して決まる連続値変数が取りうる値の集合である. $P(\mathbf{X})$ は \mathbf{X} の中集合である.
- $G: \mathbf{Q} \times \mathbf{Q} \times \mathbf{X} \times U_D \rightarrow P(\mathbf{X})$ は離散値変数の遷移を記述し, ガード条件と呼ばれる.
- $r: \mathbf{Q} \times \mathbf{Q} \times \mathbf{X} \times U \rightarrow \mathbf{X}$ は離散値変数の遷移前後における連続値変数の変化を記述し, リセット関数と呼ばれる.

本論文の適用の範囲において U_C は用いない. ハイブリッドオートマトン \mathcal{H} の軌道は連続変化と離散遷移の

両方を含む. ハイブリッドオートマトンの軌道の定義や存在と一意性などの諸性質は文献 [16,20] などを参照されたい.

2.2 可到達性解析と可到達集合

ハイブリッドオートマトン \mathcal{H} の可到達性解析の目的は, ある指定された初期状態の集合 I およびターゲット集合 T に対して, \mathcal{H} の軌道が I から T に到達するか否かを判定することである [17]. \mathcal{H} により動作が記述されるシステムの安全性解析では, T をシステムの危険動作を表す状態の集合とするので, 本論文では T を危険集合 (unsafe set) と呼ぶ. この時, 可到達性解析は前進 (forward) あるいは後退可到達集合 (backward reach set) を求めることに帰着する. 前進可到達集合とは I から出発する時間順方向の \mathcal{H} の軌道の集合であり, 前進可到達集合が T と共通集合を有するならば, システムは安全でない (危険) と判定される. 一方, 後退可到達集合とは T から出発する時間逆方向の \mathcal{H} の軌道の集合であり, 後退可到達集合が I と共通部分を有するならば, システムは安全でないと判定される.

3. 一機・負荷母線系統の電圧不安定性の解析

本節では, Fig. 1 の一機・負荷母線系統の電圧不安定性をハイブリッドオートマトンの可到達性を用いて解析する. 本系統は Venkatasubramanian ら [18] により提案され, 同期発電機 1 機, 2 ルート交流送電線, 負荷母線からなる.

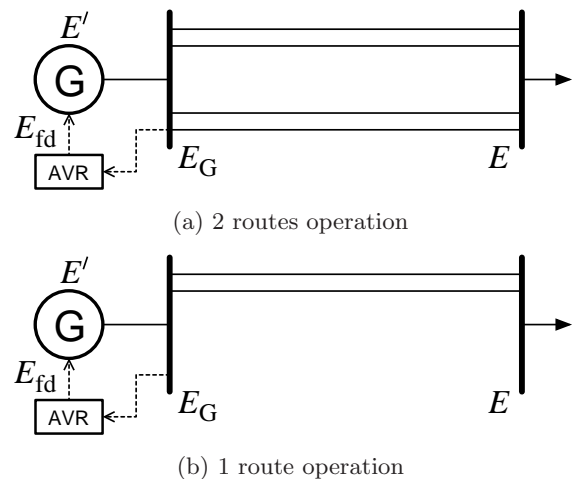


Fig. 1 Single machine-load bus system and its route change

3.1 電圧ダイナミクスと解析問題

Fig. 1 の系統に生起する電圧ダイナミクスを紹介し, 本節の電圧不安定性に関する解析問題を与える. 一機・負荷母線系統において, 1 ルートが時刻 $t_c (> 0\text{s})$ に継電器動作により開放され, 2 ルート送電から 1 ルート送電に切り替わることを考える. 時刻 0s において系統の

動作点が定常運転に一致しない場合、時刻 $t > 0$ s において母線電圧は変動を示す。さらに母線電圧の変動は送電ルート切り替えからも影響を受けるため、最悪の場合は母線電圧が運転継続可能な許容範囲を逸脱する可能性がある。このような電圧変動はダイナミクスにより不安定性が顕在化する一例であり、そのメカニズムは母線電圧の変動と送電ルート切り替えの相互作用であり、ハイブリッドシステムの観点からの検討を必要とする。本節では、解析問題として、電圧変動と送電ルート切り替えの相互作用により負荷母線電圧 (Fig. 1 中の E) があるしきい値 (E_c) 以下に低下するような時刻 0 s における初期動作点の集合を決定する問題を考える。本節では、上記問題の解がハイブリッドオートマトンによるモデル化と可到達性解析により得られることを示す。

3.2 電圧変動の連続時間モデル

送電ルート切り替えを考えない場合、一機・負荷母線系統の電圧変動は微分代数方程式 (Differential-Algebraic Equation; 本論文では DAE と略す) で記述される [18]。発電機の有効電力供給と負荷の有効電力消費が等しく¹、発電機の回転周波数が基準周波数 (50 Hz または 60 Hz) で一定と仮定する。本仮定は、発電機の電気機械的動揺を考慮せずに電圧ダイナミクスのみを検討することを意味する。上の仮定の下、Venkatasubramanian ら [18] は電圧変動を記述する次の DAE を導出した。

$$\begin{cases} T'_{d0} \dot{E}' = -\frac{x_1 + x_d}{x'} E' \\ \quad + \frac{x_d - x'_d}{x'} \frac{E^2 + x'Q(E)}{E'} + E_{fd} \\ \quad := f_1(E', E_{fd}, E; x_1) \\ T_{fd} \dot{E}_{fd} = -(E_{fd} - E_{fd}^0) - K \{E_G(E; x_1) - E_r\} \\ \quad := f_2(E_{fd}, E; x_1) \\ 0 = E'^2 E^2 - (x'P)^2 - \{x'Q(E) + E^2\}^2 \\ \quad := g(E', E; x_1) \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} E_G(E; x_1) := \frac{1}{E} \sqrt{(x_1 P)^2 + \{x_1 Q(E) + E^2\}^2} \\ x' := x_1 + x'_d \\ P := P_m \\ Q(E) := Q_0 + HE + BE^2 \end{cases} \quad (3)$$

\dot{E}' は変数 E' の時間 t による微分を表す。Table 1 に (2) 式および (3) 式の変数およびパラメータの物理的意味を示す。負荷の有効電力消費 Q は、定電力特性 (Q_0)、定電流特性 (HE) および定インピーダンス特性 (BE^2) の和として表されている。

連続時間モデルである DAE(2) に関して、本節で用いる概念を文献 [21] に沿って以下に与える。3 変数

Table 1 Variables and parameters of single machine-load bus system

過渡リアクタンス背後電圧	E'
界磁電圧	E_{fd}
負荷母線電圧	E
発電機母線電圧	E_G
d 軸開路時定数	T'_{d0}
送電線リアクタンス	x_1
d 軸同期リアクタンス	x_d
d 軸過渡リアクタンス	x'_d
AVR の時定数	T_{fd}
界磁電圧の規定値	E_{fd}^0
AVR のゲイン定数	K
発電機母線電圧の設定値	E_r
発電機への機械的入力電力	P_m
負荷の定電力特性	Q_0
負荷の定電流特性	H
負荷の定インピーダンス特性	B
送電ルートの切り替え時刻	t_c
負荷母線電圧低下の限界値	E_c

(E', E_{fd}, E) の取りうる値の空間 \mathbf{R}^3 において部分集合 L および S を定義する。

$$\begin{cases} L(x_1) := \{(E', E_{fd}, E) \in \mathbf{R}^3 \mid g(E', E; x_1) = 0\}, \\ S(x_1) := \{(E', E_{fd}, E) \in L(x_1) \\ \quad \mid \left. \frac{\partial g}{\partial E}(E', E; x_1) = 0 \right\}. \end{cases} \quad (4)$$

DAE(2) の全ての解は L に含まれ、以下では L を拘束集合 (constraint) と呼ぶ。 S は DAE(2) の解が到達すると一般的に一意性を失う集合であり、以下では特異集合 (singular surface) と呼ぶ。よって、DAE(2) は \mathbf{R}^3 の差集合 $L \setminus S$ において一意な連続ベクトル場を記述する。なお、上の集合の記法に送電線リアクタンス x_1 を添えて示しているのは、3.3 でモデル化する送電ルート切り替えにより x_1 が離散的に変化し L および S も離散的に変化するためである。

3.3 送電ルート切り替えの離散遷移モデル

続いて、送電ルート切り替えの離散遷移モデルを考える。まず、2つの離散値変数 q_1 および q_2 を導入し、2ルート送電時の系統構成に q_1 、1ルート送電時に q_2 に割り当てる。ルート切り替え自体は離散値変数 q_1 から q_2 への遷移として与え、ルート切り替えを実行する継電器動作を離散値入力 u とすることで、切り替えの条件を \mathcal{H} のガード条件として書き下すことが可能である。さて、DAE(2) では送電ルート切り替えを送電線リアクタンス x_1 の不連続変化として記述する。2ルート送電時の送電線リアクタンスを x_1^- 、1ルート送電時

¹送電線は無損失とする。

のリアクタンスを x_1^+ とする. 一般的に, DAE のパラメータがある時刻に不連続に変化した場合, DAE の解もその時点で不連続性を有する. 系統解析モデルである DAE の不連続解には多くの研究報告 [22,23] がある². 本節では DAE(2) の解の不連続性を解析し, 不連続性に伴う連続値変数の変化を \mathcal{H} のリセット関数として記述する.

Sastry および Varaiya [22], Chu [23] は解の不連続性を DAE に対する boundary layer system (本論文では境界層系と呼ぶ) の相空間に基づいて検討している. 以下に, DAE(2) の解の不連続性に対する彼らの結果の一つを紹介する. 時刻 t_c における解の不連続性において, 時刻 t_c 前後の変数値を t_c^- および t_c^+ を用いて表すと, DAE(2) の代数方程式において $g(E'(t_c^-), E(t_c^-); x_1^-) = 0$ および $g(E'(t_c^+), E(t_c^+); x_1^+) = 0$ が成立している.

[性質] DAE(2) の解が時刻 $t = t_c$ で不連続性を有するならば, 境界層系

$$\dot{E} = g(E'(t_c^+), E; x_1^+) \quad (5)$$

の初期値 $E = E(t_c^-)$ に対する解 $E(t; E'(t_c^+), x_1^+)$ は平衡点 $E = E(t_c^+)$ へ収束し, かつ DAE(2) の残りの変数 E' および E_{fd} に対して $E'(t_c^-) = E'(t_c^+)$ および $E_{fd}(t_c^-) = E_{fd}(t_c^+)$ が成立する.

この性質は初期値 $E = E(t_c^-)$ が境界層系 (5) の平衡点の安定多様体上に存在することを主張している. よって, 境界層系 (5) の相空間を解析することで, DAE(2) の不連続解を特徴付けることが可能になる. Fig. 2 に一次元境界層系 (5) の相空間図を示す. 境界層系 (5) の初期値 $E = E(t_c^-)$ を initial point (●) で, 境界層系 (5) の平衡点を EP (○) で示している. Fig. 2 の相空間図はパラメータ $E'(t_c^+)$ に対して変化し, Fig. 2(a)–(c) の差異は下の通りである.

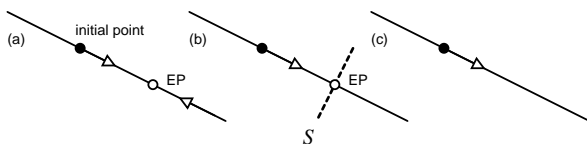


Fig. 2 Phase portraits of the boundary layer system (5) associated with discontinuous solutions of the DAE (2)

- (a) 平衡点の安定多様体上に初期値が存在する. 言い替えると, 初期値からの軌道が平衡点に収束する. このとき EP は $E = E(t_c^+)$ に一致する. (a) の場合は上の性質に相当する.
- (b) EP が特異集合 $S(x_1^+)$ に存在する. この場合, 境界

²本論文で扱う不連続性は文献 [23] で external jump と呼ばれている.

層系 (5) の EP に対する線形化固有値はゼロであり, 境界層系 (5) は構造不安定である.

- (c) 平衡点の安定多様体上に初期値が存在しない. この場合, 相空間図の詳細な構造に依存するが, 一般的に初期値 $E = E(t_c^-)$ からの境界層系 (5) の解は有限値に収束しない.

以上の境界層系 (5) の解析から, 送電ルート切り替えの離散遷移モデルに必要な \mathcal{H} のリセット関数を与えることができる. Fig. 2(a) の場合, リセット関数は境界層系 (5) の軌道を用いて記述できる. 一方, Fig. 2(b) および (c) の場合はリセット関数を定義できない. この場合はルート切り替え時刻以降の DAE(2) の解を検討できない. (b) および (c) の場合は DAE(2) が電圧ダイナミクスの評価に適切でないことを示唆する¹. ここで, リセット関数を定義できるか否かは, 境界層系 (5) の初期値 $E = E(t_c^-)$ が双曲形平衡点の安定多様体に属するか否かに依存する. この判定を解析的に行うことは, 境界層系 (5) が非線形方程式で記述されるため困難である². 3.5 では上の判定を数値的に行なう.

3.4 ハイブリッドオートマトン表現

以上から, Fig. 1 の一機・負荷母線系統における電圧変動と送電ルート切り替えの相互作用はハイブリッドオートマトン \mathcal{H} で記述される. 以下に \mathcal{H} の具体的な表現を与える.

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{Q} = \{q_1, q_2\} \\ \mathbf{X} = \mathbf{R}^4 \ni x = (E', E_{fd}, E, z/s) \\ U_C = \emptyset \\ U_D = \{u\} \\ f(q, x), q \in \mathbf{Q} \\ D = (q_1, (L_1 \setminus S_1) \times \mathbf{R}) \\ \quad \times (q_2, (L_2 \setminus S_2) \times \mathbf{R}) \\ G(q_1, q_2, x, u) \\ r(q_1, q_2, x, u) \end{array} \right. \quad (6)$$

なお, $L_1 = L(x_1^-)$, $L_2 = L(x_1^+)$, $S_1 = S(x_1^-)$, $S_2 = S(x_1^+)$ である. Fig. 3 に \mathcal{H} の図的表現を示す. D の表現は

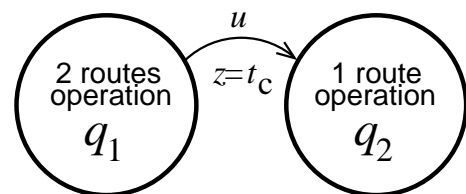


Fig. 3 Hybrid automaton \mathcal{H} describing the interaction between voltage fluctuation and route change

¹DAE(2) 自体が電圧変動と送電ルート切り替えの相互作用という現象の数学モデルとして不適当と述べているのではない.

²境界層系 (5) がエネルギー関数を有する場合には解析的な方法が報告されている [23].

DAE(2)が記述する連続ベクトル場を陽に表わすためであり、DAE(2)の代数方程式を満たす集合に議論を限定している。また、送電ルート切り替えが時刻に依存するため、ガード条件に時間の変数を陽に含む必要があり、変数 $z/s \in \mathbf{R}$ を導入し、微分方程式 $\dot{z}=1$ を連続ベクトル場の記述に追加する。以上から (6) 式の f は以下で与えられる。

$$f(q, x) = \begin{pmatrix} \frac{1}{T'_{d0}} f_1(E', E_{fd}, E; x_1) \\ \frac{1}{T} f_2(E_{fd}, E; x_1) \\ - \left(\frac{\partial g}{\partial E} \right)^{-1} \cdot \frac{2E'E^2}{T'_{d0}} f_1(E', E_{fd}, E; x_1) \\ 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

at $\begin{cases} x_1 = x_1^- & \text{if } q = q_1 \\ x_1 = x_1^+ & \text{if } q = q_2 \end{cases}$

この連続ベクトル場は第1積分 $g(E', E; x_1)$ を有するので、任意の軌道は D に属している。次に、送電ルート切り替え時刻 $t_c (> 0\text{s})$ を用いることで、ガード条件 G は下記で与えられる。

$$G(q_1, q_2, x, u) = \{x \in \mathbf{X} \mid z = t_c\} \quad (8)$$

さらに、リセット関数は境界層系 (5) の軌道により記述されるので、境界層系 (5) が定める流れを $\phi_t(\cdot; E'(t_c^-), x_1^+)$ と書くと、リセット関数 r は下記で与えられる。

$$r(q_1, q_2, (E'(t_c^-), E_{fd}(t_c^-), E(t_c^-), z(t_c^-)), u) = (E'(t_c^+), E_{fd}(t_c^+), E(t_c^+), z(t_c^+)) \quad (9)$$

$$\begin{cases} E'(t_c^+) = E'(t_c^-) \\ E_{fd}(t_c^+) = E_{fd}(t_c^-) \\ E(t_c^+) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \phi_t(E(t_c^-); E'(t_c^-), x_1^+) \\ z(t_c^+) = z(t_c^-) \end{cases} \quad (10)$$

Table 1 の下では、リセット関数 r の記述は $E(t_c^+)$ の値が有限確定値に収束する場合のみ定義できる。

3.5 可到達性解析

本節では、連続時間モデルおよびハイブリッドオートマトンの可到達性解析を行ない、負荷母線電圧 E が低下するような時刻 0s における初期動作点の集合を決定する。まず、一機・負荷母線系統の危険運転を表す \mathcal{H} の状態集合を危険集合 T として定める。本論文では、危険集合 T および初期状態の集合 I として下記を用いる。

$$\begin{cases} T = \{(q, x) \in D \mid E \leq E_c\} \\ I = \{(q, x) \in D \mid E > E_c, z = 0\text{s}\} \end{cases} \quad (11)$$

E_c は負荷電圧の低下限界を与えるしきい値である。 T に属する任意の状態は、負荷電圧の低下のため一機・

負荷母線系統が許容できない運転に相当する。以下において T の境界 $\{(q, x) \in D \mid E = E_c\}$ を ∂T として表す。 I は時刻 0s において潮流条件を満足する連続値変数 (E', E_{fd}, E) でかつ負荷母線電圧 E が低下限界 E_c 以上の初期状態の集合を意味する。よって、時刻 0s にすでに負荷母線電圧 E が E_c 以下の場合には議論から除外されている。

本論文の可到達性解析において、後退可到達集合を解析的に決定することは \mathcal{H} が非線形 DAE で記述される連続ベクトル場を含むため困難である。本節では後退可到達集合を数値計算により近似する。数値計算で用いるパラメータは Venkatasubramanian ら [18] に基づき次の通りである。 $T'_{d0} = 5\text{s}$, $x_1^- = 0.1$, $x_1^+ = 0.2$, $x_d = 1.2$, $x'_d = 0.2$, $T_{fd} = 1\text{s}$, $E_{fd}^0 = 2$, $K = 7$, $E_r = 1$, $P_m = 0.9$, $Q_0 = 0.5P_m$, $H = 0$, $B = 0$, $t_c = 2.5\text{s}$, $E_c = 0.7$ 。後退可到達集合は危険集合の境界 ∂T からの時間逆向きの DAE(2) の数値積分により求める。数値積分のアルゴリズムとして3段Radau IIA形(5次)陰的ルンゲ・クッタ法 [24] を用いる。

3.5.1 連続時間モデル

まず、連続時間モデルである DAE(2) の後退可到達集合を検討する。本検討の目的は、切り替えを含まない単純な場合において後退可到達集合を可視化し、可到達集合を用いて電圧不安定性をどのように判定するかを説明することである。Fig. 4 に2ルート送電時の DAE(2) の危険集合 $T = \{(E', E_{fd}, E) \in L_1 \mid E \leq E_c\}$ に対する後退可到達集合を示す。図中の後退可到達集合や T を含む二次元曲面が拘束集合 L_1 である。Fig. 4 は、時間 T_{ex} 以内に危険集合の境界 ∂T に到達する初期状態の集合を示している。以下では T_{ex} を終端時間と呼ぶ。終端時間 T_{ex} を増加させると、後退可到達集合が状態空間内を伸長していく様子が確認できる。 T_{ex} を Fig. 4(c) で用いた値より大きくしても、後退可到達集合は変化しない。

Fig. 4 の後退可到達集合が、負荷母線電圧 E が低下するような時刻 0s における初期動作点の集合を与えており、本節で扱っている解析問題の連続時間モデルに対する解を数値的に得ることができた。一方、拘束集合 L_1 から可到達集合を取り除くことで得られる補集合が、負荷母線電圧 E が低下しない初期動作点の集合を与える。以上より、初期動作点が Fig. 4 のどの集合に属するかにより、一機・負荷母線系統の電圧低下の可能性を時刻 0s に判定できる。また、Fig. 4 は負荷母線電圧 E が低下する初期動作点の集合が上記終端時間 T_{ex} の関数であることを意味している。本点は可到達性による電圧不安定性解析の利点となり、4. で検討する。

3.5.2 ハイブリッドオートマトン

続いて、(6) 式で表現されるハイブリッドオートマトン \mathcal{H} の後退可到達集合を検討する。この場合に可到達

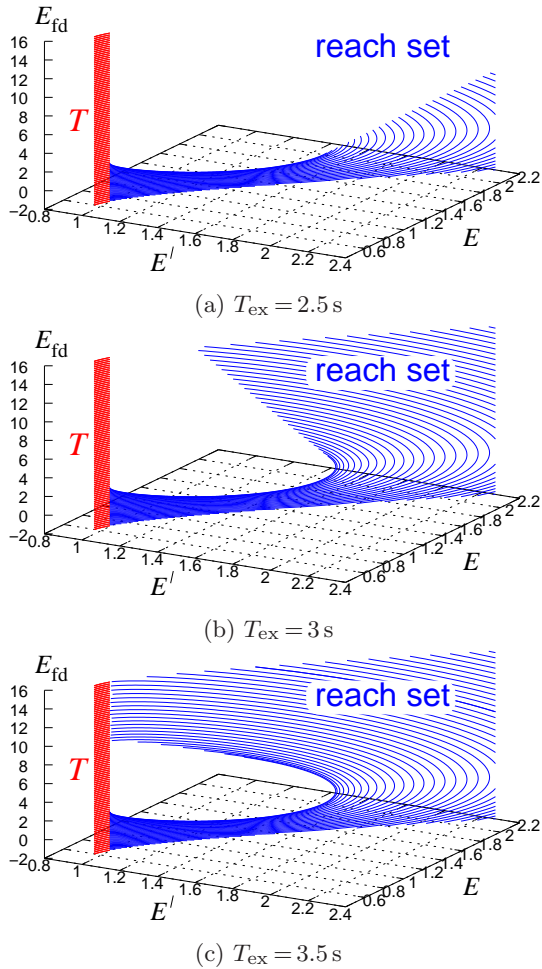


Fig. 4 Backward reach sets for the continuous model (2). Each two-dimensional surface denotes the set I of initial conditions. Any trajectory in the reach sets reaches the boundary ∂T of unsafe set T in time 0 s to T_{ex} .

集合の算出で問題になるのが、2つの離散値変数間の遷移をどのように扱うかである。本論文では下記に従い後退可到達集合を算出する。

- (a) 離散値変数 q_1 において $E < E_c$ の集合に到達する状態集合を算出する。この集合は q_1 において時刻 0 s から $-t_c$ まで時間逆向きに ∂T からの軌道を追跡することで得られる。軌道の追跡には 3 段 Radau IIA 形 (5 次) 陰のルンゲ・クッタ法を用いる。
- (b) 離散値変数 q_2 において $E < E_c$ の集合に到達する状態集合を算出する。この集合は q_2 において時刻 0 s から $-\infty$ まで (数値計算では十分長い時間) 時間逆向きに ∂T から軌道を追跡することで得られる。よって、 \mathcal{H} に対しては終端時間 T_{ex} は ∞ である。
- (c) 離散値変数 q_1 から q_2 へ遷移した後に $E < E_c$ の集合に到達する状態集合を算出する。この手順は以下の通りである。まず、上記 (b) で求めた可到達集合上にリセット関数により遷移する q_1 の状態集合

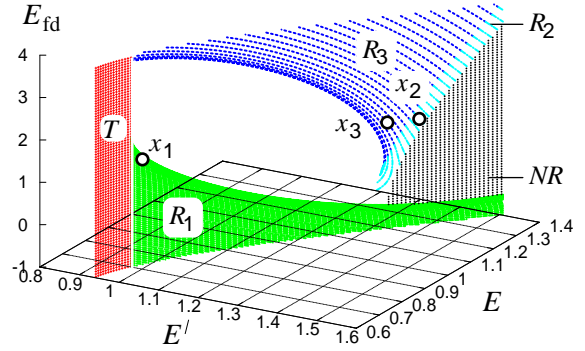


Fig. 5 Backward reach set for the hybrid automaton \mathcal{H} . The two-dimensional surface in the figure denotes the set I of initial conditions. The union of subsets R_i represents the reach set for the unsafe set T .

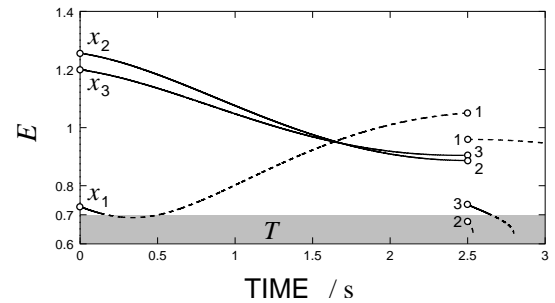


Fig. 6 Time responses of load voltage E for the three initial conditions in Fig. 5. The numbers (1,2,3) show discontinuous behaviors at $t_c = 2.5$ s for the conditions.

を算出する。リセット関数による遷移は境界層系 (5) の軌道を 4 次陽のルンゲ・クッタ法で数値的に追跡することで定める。続いて、得られた状態集合から時間逆向きの軌道を時間 $[0 \text{ s}, -t_c]$ だけ追跡する。最後に得られた軌道の時刻 $-t_c$ における状態が所望の集合になる。

Fig. 5 にハイブリッドオートマトン \mathcal{H} の危険集合 T に対する後退可到達集合を示す。図は初期状態の集合 I と危険集合 T を示している。 I は \mathbf{R}^3 中の二次元曲面であり、部分集合 R_i ($i=1,2,3$) および NR を含んでいる。 R_i ($i=1,2,3$) の和集合が \mathcal{H} の後退可到達集合である。 R_1 は離散値変数 q_1 において T に到達する I の部分集合であり、(a) で算出される。 R_2 は離散値変数 q_2 に遷移した時点で T に到達する部分集合である。 R_3 は q_2 に遷移した後に T に到達する部分集合であり、(c) で算出される。 NR は前節で述べたリセット関数が定義できない場合の I の部分集合であり、遷移時に $E(t_c^+)$ の値が有限値に収束しない。

Fig. 5 の後退可到達集合が、負荷母線電圧 E が低下するような時刻 0 s における初期動作点の集合を与えており、解析問題の解を数値的に得ることができた。

Fig. 6にFig. 5に示した3つの初期状態に対する負荷母線電圧 E の時間変化を示す。図中の破線は危険集合 T に到達後の時間変化を表している。時刻 t_c に解の不連続性が生じており、リセット前後の E の値の変化を添字 (1,2,3) により示している。例えば、Fig. 5の初期条件 x_2 から出発した解は、時刻 t_c のリセット動作により T に到達する。この解の性質はFig. 5の可到達集合の結果と一致している。このように、Fig. 5の部分集合のいずれに属するかにより時間変化が定性的に異なる。一方、 R_i ($i=1,2,3$) および NR を取り除いた I の補集合は、負荷母線電圧 E が低下しない初期動作点の集合を与える。以上より、初期動作点がFig. 5のどの部分集合に属するかにより、一機・負荷母線系統の電圧低下の可能性を送電ルート切り替えを考慮し時刻 0s に判定できる。

3.5.1の連続時間モデルの結果と比較すると、ハイブリッドオートマトンに対して上で述べた補集合の面積が小さい。これは負荷母線電圧が低下する可能性を送電ルート切り替えにより高くなることを意味している。この物理的要因は健全な送電1ルートに2ルート送電分の電力潮流が重畳したためと考えられる。このような送電線トリップに伴う重潮流の発生と電圧の不安定性(電圧崩壊現象)は2003年北欧で発生した大停電の要因である。このように、本節の数値計算結果は波及的故障に関わるダイナミクスをハイブリッドシステムの観点から検討できる可能性を示唆している。

4. 議論

本論文では、電圧不安定性をハイブリッドシステムの可到達性を用いて解析することを提案した。数値計算を用いて、一機・負荷母線系統の負荷母線電圧の低下を可到達性解析により判定可能であることを示した。一機・負荷母線系統は基本的な系統構成を有するものであり、本論文の検討から、実系統の送電線トリップによる重潮流発生と電圧不安定性を検討可能な系統モデルである。本論文の後退可到達集合を用いた解析は、理論上、他の系統構成に対しても適用可能であり、一般性を失わない。本節では、可到達性による電圧不安定性の解析の既存研究に対する位置付けと新規性および今後の課題を整理し、本論文をまとめる。

ハイブリッドオートマトンによる電力システムのモデル化についてはHiskensおよびPai [8], Fourlasら [25], 筆者ら [14,13] による報告がある。HiskensらのモデルはDAEを用いており、リセット関数を含むため一般的である。よって、本論文の一機・負荷母線系統の電圧不安定性に特化したモデルはHiskensらのモデルの一例と見なせる。また、Geyerら [10] や Leirensら [11] は電圧ダイナミクスの制御に線形モデルを用いており、本論文の非線形DAEを含むハイブリッドシステムを用いた点とは異なっている。非線形DAEでは系統内の潮

流分布を陽に考慮し電圧ダイナミクスを検討可能であり、この点が(6)式のハイブリッドオートマトンを用いる一つの利点である。

本論文では、後退可到達集合を用いてハイブリッドオートマトンの状態空間中で電圧ダイナミクスを検討した。状態空間を用いた解析は、電圧安定性を解析モデルである力学系のアトラクタの引力圏(吸引領域)から判定するというChiangの指摘 [1] と関連が深い。電圧安定性に関わる引力圏の境界をエネルギー関数を用いて特徴付ける試みもある [26,18,27]。実際、Fig. 4(a) および (b) の後退可到達集合の補集合はその内部にあるアトラクタの引力圏の必要条件であり、Fig. 4(c) および Fig. 5の後退可到達集合の補集合は引力圏自体を近似している。ここで、エネルギー関数法は連続時間モデルに対する手法であり、本論文で扱ったハイブリッドシステムに対して現状では適用できない。一方、本論文の後退可到達集合を用いれば、Fig. 5のように間接的ではあるが引力圏を算出できる。ハイブリッドシステムを陽に扱える点は、従来の系統解析手法にない提案解析の新規性である。

本論文では、不安定性の観点から電圧ダイナミクスを解析することを提案した。不安定性の観点からの解析は、従来手法では得られない電圧ダイナミクスの定量的知見を提供する。例えば、系統運用の技術的要請に関連して次の問題を考える。(i) 現時刻の値から母線電圧値が10%低下するのに要する時間の評価。(ii) 10秒経過後の母線電圧値、特に低下幅の評価。これらの評価は、電圧低下回避を目的とした並列コンデンサ投入のタイミングを決定する場合 [28] などに必要である。残念ながら、エネルギー関数法に基づく安定性解析などでは解答を与えることは困難である。一方、本論文の後退可到達集合を用いた必要条件による解析では解答を与えることが可能であり、この点は提案解析の有用性である。(i) については現時刻の値から10%以下の母線電圧に相当する状態集合を危険集合とし、後退可到達集合を終端時間 T_{ex} をパラメータとして調べればよく、Fig. 4で実際に試みている。(ii) は終端時間 $T_{ex} = 10$ s の後退可到達集合を危険集合 T (のしきい値 E_c) をパラメータとして調べればよい。なお、電力系統解析ツールを用いたシミュレーションでは、電圧ダイナミクスの詳細な解析は可能であるが、上記のような電圧不安定性の定量的知見を得ることは困難である。

最後に、本論文の解析の問題点を整理する。本論文で用いた可到達性解析ではハイブリッドシステムの時間逆向きの軌道を必要とする。残念ながら、ハイブリッドシステムの時間逆向きの軌道は一般的に一意ではない [29]。この点は提案解析の適用にあたり障害になる。例えば、事故復旧操作検証への可到達性解析の適用 [30] では発電機トリップという離散制御により連続時間モデルの次元が減少する。このような場合、時間逆向き

の軌道を検討することは困難で後退可到達集合の定義そのものが怪しくなる。また一意性が保証される場合であっても、解析対象の系統構成が大規模な場合にリセット関数のモデル化が複雑になることなどが想定される。

本論文で用いた可到達性解析では、連続時間モデルの非線形性から数値計算を援用することが避けられない。よって、数値計算を系統的に行なう方法の確立や計算時間の評価が必要である。系統的な後退可到達集合の算出手法としては、ハイブリッドシステムの可到達性解析に対する Level Set Method [31] の適用が考えられる。Mitchellら [32,33] は、非線形 DAE で連続ベクトル場が記述されるシステムに対して Level Set Method を拡張し、本論文の解析問題を例題として解いている。一方、計算時間の問題は重要である。本論文で扱ったハイブリッドモデルは低次元の連続時間モデルでかつ単純なリセット関数を伴うものであり計算時間は問題にならないが、後退可到達集合の算出には段階 (a)–(c) に分ける必要があった。よって、発電機モデルを詳細にした場合や発電機や負荷の数が増大した場合に、後退可到達集合の可視化も含めて検討が必要である。モデルを分割し後退可到達集合を算出する方法や、解析対象の (少数の) 発電機のみモデルを立て、それ以外の系統の影響を連続値外乱とみなす方法などの検討が求められる。これらは今後の課題である。

謝 辞

ハイブリッドシステム理論の電力系統解析への適用について御議論頂いた海老名 紘明氏 (前京都大学, 現関西電力株式会社), 高辻 悠氏 (京都大学), 可到達集合の数値計算について御助力頂いた佐竹 佑介氏 (前京都大学), Level Set Method による可到達集合の数値計算について御議論頂いた Ian M. Mitchell 博士 (University of British Columbia), 実系統の電圧安定性について御議論頂いた矢壺 修氏 (関西電力株式会社) に御礼申し上げます。本研究の一部は、科学研究費補助金・若手研究 (B) (課題番号 18760216) による補助のもとで行なわれたことを記し、ここに謝意を表します。

参考文献

- [1] H. -D. Chiang, Power system stability, *Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering* (ed. John G. Webster), (John Wiley & Sons, New York, 1999), pp. 105–137
- [2] 餘利野直人: 電力系統の電圧安定性とその解析技術の動向; 電学論 B, Vol. 123, No. 7, pp. 803–807 (2003)
- [3] NERC Report, *Survey of the Voltage Collapse Phenomena*, Summary of the Interconnection Dynamics Task Force's Survey on the Voltage Collapse Phenomena (1991)
- [4] G. Andersson, P. Donalek, R. Farmer, N. Hatziaargyriou, and I. Kamwa, *et. al*: Causes of the 2003 major grid blackouts in North America and Europe, and recommended means to improve system dynamic performance; *IEEE T. Power Syst.*, Vol. 20, No. 4, pp. 1922–1928 (2005)
- [5] 舟木剛: (2008), Private Communication
- [6] 潮俊光: ハイブリッドシステムのモデル; システム/制御/情報, Vol. 41, No. 1, pp. 35–40 (1997)
- [7] 井村順一: ハイブリッドシステムの制御理論構築を目指して – 如何に捉えるか?; システム/制御/情報, Vol. 43, No. 12, pp. 651–659 (1999)
- [8] I. A. Hiskens and M. A. Pai: Hybrid systems view of power system modeling; *Proc. IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, Vol. II, pp. 228–231 (2000)
- [9] Q. -Y. Tong, G. -F. Yan, and G. -Z. Zhao: Hybrid system view of voltage instability problem; *Proc. IEEE International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, pp. 915–918 (2003)
- [10] T. Geyer, M. Larsson, and M. Morari: Hybrid emergency voltage control in power systems; *Proc. European Control Conference*, (2003)
- [11] S. Leirens, J. Buisson, P. Bastard, and J. -L. Coulon: A hybrid approach for voltage stability of power systems; *Proc. Power Systems Computation Conference*, (2005), paper #16-1
- [12] S. A. Attia, M. Alamir, and C. Canudas de Wit: Voltage collapse avoidance in power systems: A receding horizon approach; *Intell. Autom. Soft. Co.*, Vol. 12, No. X, pp. 1–14 (2006)
- [13] 薄良彦, 引原隆士: 電力ネットワークのハイブリッドダイナミクス: モデル, 解析, 制御; システム/制御/情報, Vol. 51, No. 11, pp. 487–492 (2007)
- [14] 引原隆士: 電力系統解析へのハイブリッドシステム理論の適用 (I); 平成 17 年電気学会全大, Vol. 6, p. 187 (2005)
- [15] T. A. Henzinger: The theory of hybrid automata; *Proc. IEEE Symposium on Logic in Computer Science*, pp. 278–292 (1996)
- [16] C. J. Tomlin, I. Mitchell, A. M. Bayen, and M. Oishi: Computational techniques for the verification of hybrid systems; *P. IEEE*, Vol. 91, No. 7, pp. 986–1001 (2003)
- [17] I. M. Mitchell: Comparing forward and backward reachability as tools for safety analysis; *Hybrid Systems: Computation and Control* (eds. A. Bemporad, A. Bicchi, and G. Buttazzo), LNCS 4416, pp. 428–443 (2007)
- [18] V. Venkatasubramanian, H. Schättler, and J. Zaborszky: Voltage dynamics: Study of a generator with voltage control, transmission, and matched MW load; *IEEE T. Automati. Contr.*, Vol. 37, No. 11, pp. 1717–1733 (1992)
- [19] Y. Susuki and T. Hikiyara: Predicting voltage insta-

- bility of power system via hybrid system reachability analysis; *Proc. 2007 American Control Conference*, pp. 4166–4171 (2007)
- [20] J. Lygeros, K. H. Johansson, S. N. Simić, J. Zhang, and S. S. Sastry: Dynamical properties of hybrid automata; *IEEE T. Automati. Contr.*, Vol. 48, No. 1, pp. 2–17 (2003)
- [21] V. Venkatasubramanian, H. Schättler, and J. Zaborszky: Dynamics of large constrained nonlinear systems—A taxonomy theory; *P. IEEE*, Vol. 83, No. 11, pp. 1530–1561 (1995)
- [22] S. Sastry and P. Varaiya: Hierarchical stability and alert steering control of interconnected power systems; *IEEE T. Circuit Syst.*, Vol. CAS-27, No. 11, pp. 1102–1112 (1980)
- [23] C. -C. Chu, *Transient dynamics of electric power systems: Direct stability assessment and chaotic motions*, PhD dissertation, (Cornell University, 1996)
- [24] E. Hairer and G. Wanner: *Solving Ordinary Differential Equations 2. Stiff and Differential-Algebraic Problems*, Vol. 14, second edition, Springer-Verlag, (1996)
- [25] G. K. Furlas, K. J. Kyriakopoulos, and C. D. Vournas: Hybrid systems modeling for power systems; *IEEE Circuit Syst. Mag.*, Vol. 4, No. 3, pp. 16–23 (2004)
- [26] C. -C. Liu and K. T. Vu, Analysis of mechanisms of voltage instability in electric power systems, *Systems and Control Theory for Power Systems* (eds. J. Chow, P. V. Kokotovic, and R. J. Thomas), Vol. 64, (Springer-Verlag, New York, 1995), pp. 235–258
- [27] K. L. Praprost and K. A. Loparo: An energy function method for determining voltage collapse during a power system transient; *IEEE T. Circuit-I*, Vol. 41, No. 8, pp. 635–651 (1994)
- [28] 野田権祐: (2008), Private Communication
- [29] I. A. Hiskens: Non-uniqueness in reverse time of hybrid system trajectories; *Hybrid Systems: Computation and Control* (eds. M. Morari and L. Thiele), LNCS 3414, pp. 339–353 (2005)
- [30] 崎山卓也, 植村卓司, 越智孝志, 薄良彦, 引原隆士: 可到達集合に基づく過渡安定性評価手法に関する検討—1 回線事故時における事故復旧方法の評価—; 電気学会 電力・エネルギー部門大会講演論文集 (2006)
- [31] I. Mitchell and C. Tomlin: Level set methods for computation in hybrid systems; *Hybrid Systems: Computation and Control* (eds. B. Krogh and N. Lynch), LNCS 1790, pp. 310–323 (2000)
- [32] E. A. Cross and I. M. Mitchell: Level set methods for computing reachable sets of systems with differential algebraic equation dynamics; *2008 American Control Conference*, (2008)
- [33] I. M. Mitchell and Y. Susuki: Level set methods for computing reachable sets of hybrid systems with differential algebraic equation dynamics; *Hybrid Systems: Computation and Control* (eds. M. Egerstedt and B. Mishra), LNCS 4981, pp. 630–633 (2008)

著者略歴

すすき 薄 よし ひこ 良彦 (正会員)

1977年12月31日生。2005年3月京都大学大学院 工学研究科 電気工学専攻 博士後期課程修了。2005年4月同助手(2007年4月より助教)となり、現在に至る。2003年10月 Cornell University 客員研究員、2008年4月より University of California, Santa Barbara 客員研究員。非線形動力学、電力システム工学、制御応用の研究に従事。京都大学博士(工学)。電気学会、電子情報通信学会、IEEE、APSの各会員。

ひき 引原 ほら 隆士 (正会員)

21巻4号を参照。