経済論叢（京都大学）第175巻第1号，2005年1月

企業再生を考慮した構造モデルによる倒産確率の推定*

菅　野　正　泰

I　は　じ　め　に

本論では，本邦企業，特に公開企業で主流になりつつある企業再生のメカニズムを考慮に入れた企業の倒産確率の推定について考察する。企業の倒産確率[1]を推定する確率モデルは，大別して Merton [1974] を始めとする社債の構造モデルと Duffie and Singleton [1999] などの外生変数モデルに分類され，前者は企業の資産価値が負債額面等のデフォルト閾値を下回ったときデフォルトが発生すると考え，後者はデフォルトや回収率を外生的に与えるモデルである。

構造モデルは，更にデフォルト閾値を外生的に（exogenenous）に与えるか，内生的に（endogenous）与えるかにより2種類に分類され，前者は，デフォルト閾値を負債額面を基準に設定するモデル，後者は，株式価値を最大化するように戦略的にデフォルトを決定する条件の下で内生的にデフォルト閾値を求めるモデルである。前者の代表的な例として，Merton [1974] と Black and Cox [1976] があり，後者の代表例として，Leland [1994] や Leland and Toft [1996] がある。本論で提示するモデルは前者の外生的にデフォルト閾値を与える構造モデルに分類される。

＊　本論の作成にあたり，京都大学大学院経済学研究科木島正明教授からご指導頂いた。この場を借りて謝辞を申し上げたい。

1）　本論で使用する「倒産」という用語には，いわゆる「デフォルト」と「清算」の何れの意味も含む。

Merton [1974] のモデルは，負債満期において，企業資産価値がデフォルト閾値である負債価値を下回っていればデフォルトと判定するモデルであり，途中の経路でのデフォルトを考慮せず，その分，現実よりもデフォルト確率が小さく計算される可能性があるとされている。一方，Black and Cox [1976] のモデルは，エキゾチック・オプションの一種である Barrier（Down and Out）オプションの初期到達時間の理論を援用したモデルで，満期前のデフォルトを考慮しており，企業資産価値がデフォルト閾値（負債額面の定数倍とした負債価値）に到達した瞬間にデフォルトと判定するモデルである。しかしながら，債務超過に陥る瞬間がデフォルトと認識する点で，現実の倒産メカニズムを十分に表現し切れておらず，この点に関して，Crosbie and Bohn [2003] は，米国の数百企業のサンプルを用いた実証分析から，「企業価値が負債価値を下回った瞬間はデフォルトではなく，デフォルト閾値は，負債価値と短期負債価値の間の水準である」と研究報告している。実際に，彼らが商用化している Moody's KMV モデルでは，貸借対照表上の負債を1年以内の短期負債と1年超の長期負債に分けて，デフォルト閾値を「短期負債＋(1/2)長期負債」と実際の負債価値よりも低い水準に設定しているとされる。

一方，近時の企業倒産を分析すると，業績が低迷している企業を再建する手段として，企業再生が重要な役割を担ってきている。法制面で見ると，2000年3月以前は，再建型手続[2]として会社更正法，商法による会社整理，および和議法があったが，2000年4月に和議法に代わり民事再生法が施行された。民事再生法施行以前は，会社更生法が本邦で最も整備された再建型手続であったが，適用が株式会社に限定されており，これに対して，民事再生法は，全ての法人・個人に適用範囲が拡大された。現在の再建型手続の中心である民事再生法と会社更生法には，それ以外の相違点もあるものの，共通する特徴は，財務的破綻に至る前の早い段階で手続の申し立てが可能であること，また，再生計画

2) 対比される倒産手続として清算型があり，法人・個人ともに適用可能な「破産法」と株式会社のみに適用可能な「商法による特別清算」がある。

が作成・実行され，債権の種類に応じて債務免除が実施される点である。

手続の申し立て状況を見ると，帝国データバンク [2003] によると，民事再生法施行後2003年3月までの3年間に民事再生手続を申し立てした全企業数は2,771件に達する。また，別途筆者が調査[3]したところによると，公開企業に限定すれば，2004年2月までの申し立て件数は52件に達し，同じ期間の公開企業の倒産件数71件に占める割合は約73％に達することがわかる。71件の残りの内訳は，会社更生法が15社，破産が4社となっており，民事再生法と会社更生法を合わせた比率は，公開企業の倒産の実に約94％に達することがわかる。

本邦企業，特に公開企業の倒産形態が再建型に移行しつつある現在，企業の倒産確率を推定する上で，企業再生のメカニズムを予めモデルに考慮することで，より精度の高い推定が可能になると考えられる。倒産確率の推定は，それを内包する社債価格やクレジット・デリバティブなど金融商品の価格評価の精度向上にも繋がる。

本論では，現在，再建型手続の中心である民事再生手続および会社更正手続の特徴を整理して，また，実際の倒産データを整理して実証分析を行い，数理モデルをセットアップする。両手続に共通の特徴として，財務的破綻に至る前の早い段階で手続申し立てが可能であり，また，再生計画が作成され，債務再交渉（debt renegotiation）により債権の種類に応じて債務免除が実施される点がある。一方，Merton [1974] や Black and Cox [1976] でデフォルトと清算という2つのイベントを同じに扱っている点を明確化し，デフォルト閾値，すなわち確率的な手続申し立ての閾値と清算閾値の2種類の企業倒産に関連した閾値を考慮した倒産確率の推定式を提示する。

本論の構成は，以下の通りである。第Ⅱ章では，モデルのセットアップを行い，企業再生のメカニズムが倒産確率に与える効果について考察する。また，モデルに内包される回収率の特徴について考察する。第Ⅲ章では，本モデルの利用が特に期待されるダブルB格以下の信用格付の累積倒産確率の推定精度に

3)　企業信用情報会社数社が公表する倒産情報を集計・分析した。

ついて，モデルのパラメーター推定を行った上で，実証分析する。第Ⅳ章では，本論で得られた結果について総括する。

II　モ　デ　ル

1　セットアップ

本章では，企業再生のプロセスを考慮した倒産確率推定モデルをセットアップする。最初に，倒産のメカニズムを以下のように仮定する。

仮定（倒産メカニズム）：

(1)　全ての企業[4]は，ディストレスな状況において企業再生を指向する。

(2)　企業は財務が悪化し，時刻 t における資産価値 $V(t)$ が閾値 V_B に初めて到達した時点 τ_0[5] で，企業再生手続を申し立てし，資産配当 $\delta V(t)$ （$r\in\mathbf{R}_+$：リスク・フリーレート，$\delta(\leqq r)\in\mathbf{R}_+$：資産の配当率）の支払は停止する。

(3)　債権者や株主がデフォルト閾値を観測することは不可能である。

(4)　企業再生手続の申し立て時点（デフォルト時点）τ_0 から再生計画の認可迄の期間[6] は考慮しない。

(5)　再生計画は確率 α で認可される。

(6)　再生計画が認可されると，裁判所の監督の下[7]，企業経営者は再生計画を遂行し，債務再交渉を実施し，債権者より債務免除を受ける。

本仮定の下，デフォルト閾値 V_B と清算閾値 V_L を外生的に設定する。まず，デフォルト閾値 V_B は，負債額面 L_1 に対数正規分布する確率変数として，

---

4)　前章で述べたように，企業再生の手続を申し立てする割合が大きい公開企業を対象とする。

5)　民事再生手続や会社更正手続といった法的整理ではデフォルト（倒産）時点に該当し，それ以降，再生計画が不認可の場合や認可になっても失敗した場合に企業を清算する時点を清算（破産）時点として区別する。

6)　帝国データバンク［2003］によると，民事再生手続の場合，平均8～9ヶ月程度かかるとされる。

7)　民事再生手続では，加えて，原則として監督委員が選任される。

$$V_B = V_B(z) := L_1 e^{\sigma_L z + \mu_L} \tag{1}$$

ここで，z は標準正規分布 $\Phi(0,1)$ に従う確率変数，μ_L, σ_L は
それぞれ対数比率 $\ln(V_B/L_1)$ の平均および標準偏差

と外生的に設定する[8]。

この設定により，債務超過や支払不能の“恐れがある”場合でも手続申し立てが可能となる。また，企業再生手続の申し立て時点（デフォルト時点）τ_0 は次式で定義される。

$$\tau_0 = \tau_0(z) := \inf\{t \geq 0 | V(t) \leq V_B(z)\} \tag{2}$$

次に，清算閾値 V_L は，破産（清算）時点の負債額面として外生的に設定する。なお，破産（清算）は，再生計画が確率 α で認可後，資産価値が債務免除後の負債額面 $L_2 = \beta L_1$, $\beta \in (0,1)$ に初めて到達した時点 τ_2 で，あるいは再生計画が確率 $1-\alpha$ で不認可に終わり，その後，資産価値が負債額面 L_1 に初めて到達した時点 τ_1 で発生する。

$$V_L := \begin{cases} L_1\text{；確率 }1-\alpha\text{ で再生計画不認可} \\ L_2\text{；確率 }\alpha\text{ で再生計画認可} \end{cases} \tag{3}$$

このとき，債務免除率は $1-\beta$ となり，清算時点 τ_L は以下のように定義される。

$$\tau_L := \begin{cases} \tau_1 := \inf\{t \geq 0 | V(t) \leq L_1\text{；確率 }1-\alpha\text{ で再生計画不認可} \\ \tau_2 := \inf\{t \geq 0 | V(t) \leq L_2\text{；確率 }\alpha\text{ で再生計画認可} \end{cases} \tag{4}$$

企業は負債と株式を発行し，株主あるいは債権者は資産価値に比例した配当支払を受けると仮定する。Black-Scholes タイプの完備市場を仮定し，実確率測度 P の下で企業資産価値過程 $V(t)$ が幾何ブラウン運動に従うとする。完備なフィルター付の確率空間 $(\Omega, \Im, (\Im_t)_{0 \leq t \leq T}, P)$ での企業資産価値 $V(t)$ の変動の確率過程を次式で与える。

$$\frac{dV(t)}{V(t)} = (\mu - \delta \mathbf{1}_{\{\tau_0(z) < t\}})dt + \sigma dW(t), \qquad 0 \leq t \leq T \tag{5}$$

---

8)　このモデル化のアイデアについては，菅野［2004］を参照されたい。

ここで，$\mu\in\mathbf{R}_+$：資産の期待収益率，$\delta(\leqq r)\in\mathbf{R}_+$：資産の配当率，$\sigma\in\mathbf{R}_+$：資産変動率のボラティリティ，$W(t)$：実確率測度 P の下での標準ブラウン運動，および $T\in\mathbf{R}_+$：負債満期である。また，確率変数 z は実確率測度 P の下で標準ブラウン運動 $W(t)$ と独立であると仮定する。なお，ドリフト項の中の $\delta\mathbf{1}_{\{\tau_0(z)<t\}}$ は，倒産メカニズムの仮定（2）を反映したものである。

この定式化により，資産の配当は，企業再生手続申し立て時点 $\tau_0(z)$ 以後，支払が凍結される。また，負債額面に関して $L_2\leqq L_1$, $0\leqq t\leqq T$ であるから，初期状態 $(t=0)$ における $V(0)$ を含めた大小関係は，資産超過の場合は $L_2\leqq L_1\leqq V(0)$，債務超過の場合は $L_2\leqq V(0)\leqq L_1$ となる。ここで，計算のために，

$$b_0=b_0(z):=\ln\frac{V_B(z)}{V(0)} \tag{6}$$

$$b_i:=\ln\frac{V_L}{V(0)}=\begin{cases}\ln\dfrac{L_1}{V(0)}\,; & i=1\\[2ex] \ln\dfrac{L_2}{V(0)}\,; & i=2\end{cases} \tag{7}$$

$$\nu:=\mu-\delta\mathbf{1}_{\{\tau_0(z)<t\}}-\frac{\sigma^2}{2} \tag{8}$$

$$X(t):=\sigma W(t)+\nu t,\qquad 0\leq t\leq T \tag{9}$$

$$m(T):=\min_{0\leq t\leq T}(\sigma W(t)+\nu t) \tag{10}$$

とおくと，資産価値 $V(t)$ は，

$$V(t)=V(0)e^{X(t)},\qquad 0\leq t\leq T \tag{11}$$

となり，（2）式の手続申し立て時点，および（4）式の清算時点は，

$$\tau_i:=\inf\{t\geq 0|X(t)\leq b_i\},\qquad i=0,\,1,\,2 \tag{12}$$

と書き直すことができる。また，$b_i(i=0,\,1,\,2)$ の大小関係は，第1表の8通りとなる。

第1表のパターン1から4までは，初期時点 $(t=0)$ が資産超過のケース，

第１表：倒産パターンの分類

パターン	大小関係	パターン	大小関係
1	$b_2 \leqq b_1 \leqq 0 \leqq b_0(z)$	5	$b_2 \leqq 0 \leqq b_1 \leqq b_0(z)$
2	$b_2 \leqq b_1 \leqq b_0(z) \leqq 0$	6	$b_2 \leqq 0 \leqq b_0(z) \leqq b_1$
3	$b_2 \leqq b_0(z) \leqq b_1 \leqq 0$	7	$b_2 \leqq b_0(z) \leqq 0 \leqq b_1$
4	$b_0(z) \leqq b_2 \leqq b_1 \leqq 0$	8	$b_0(z) \leqq b_2 \leqq 0 \leqq b_1$

パターン５から８までは，初期時点が債務超過のケースである。また，パターン１から２までは，企業再生手続の申し立て時点（$t=\tau_0(z)$）が資産超過のケース，パターン３から８までは，債務超過のケースである。第１表の b_i ($i=0, 1, 2$) の大小関係により，倒産パターンは第１図を参考に次のように場合分けされる。

(1)　パターン１

$V(0)$ は時点 $t=0$ で既に $V_B(z)$ を下回っているため，即，申し立てする。

—確率 α で申し立ては認可され，その結果，債務免除を中心とした再生計画により，負債価値は L_1 から L_2 に低下し，その後，初めて資産価値 $V(t)$ が L_2 に到達した時点で企業は破産する。

—確率 $1-\alpha$ で申し立ては不認可になり，その後，初めて資産価値 $V(t)$ が負債価値 L_1 に到達した時点で企業は破産する。

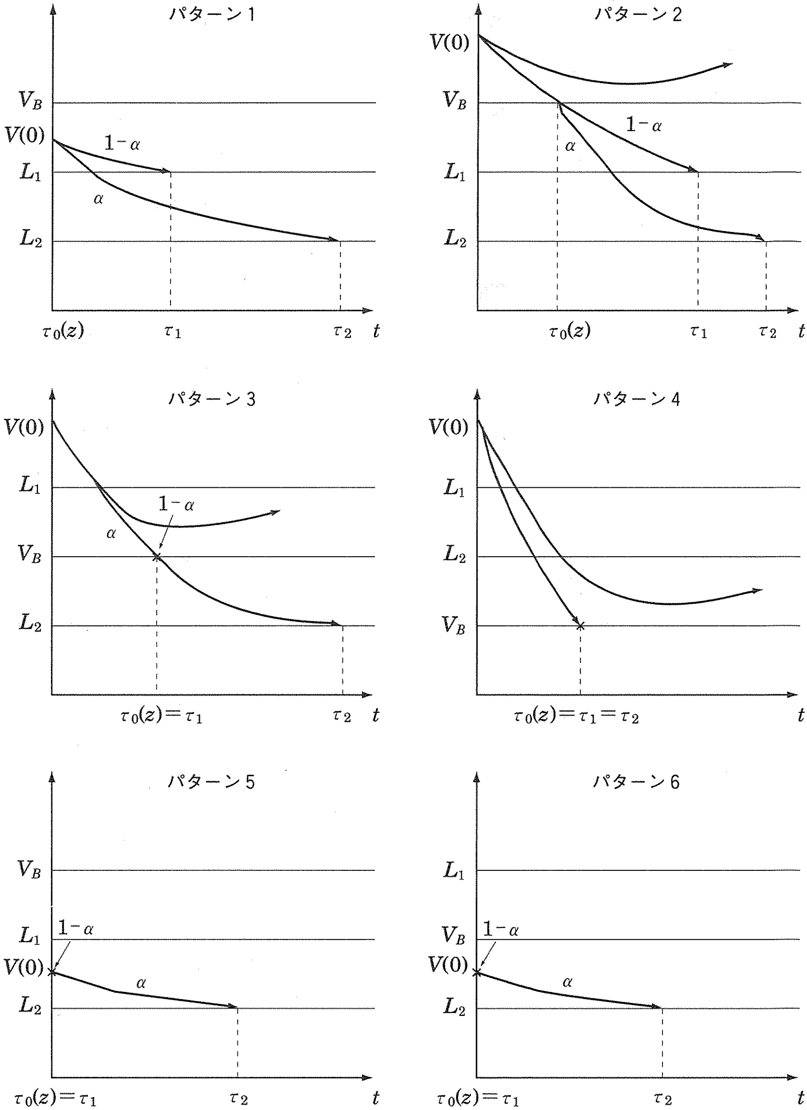
(2)　パターン２

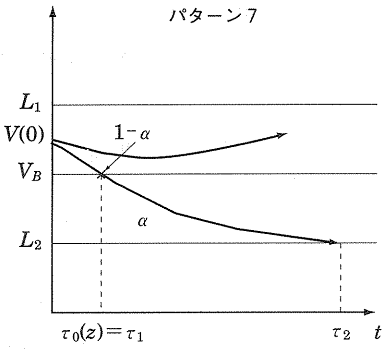
$V(t)$ が初めて $V_B(z)$ に到達したとき，

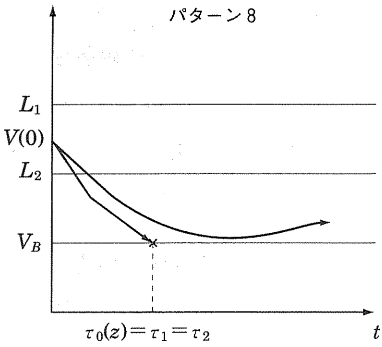
—確率 α で申し立ては認可され，その結果，債務免除を中心とした再生計画により，負債価値は L_1 から L_2 に低下し，その後，初めて資産価値 $V(t)$ が L_2 に到達した時点で企業は破産する。

—確率 $1-\alpha$ で申し立ては不認可になり，その後，初めて資産価値 $V(t)$ が負債価値 L_1 に到達した時点で企業は破産する。

第1図 倒産パターンの分類







(3)　パターン3

$V(t)$ が初めて $V_B(z)$ に到達したとき，

—確率 α で申し立ては認可され，その結果，債務免除を中心とした再生計画により，負債価値は L_1 から L_2 に低下し，その後，初めて資産価値 $V(t)$ が L_2 に到達した時点で企業は破産する。

—確率 $1-\alpha$ で申し立ては不認可になり，その時点で企業は破産する。

(4)　パターン4

$V(t)$ が初めて $V_B(z)$ に到達した時点で，$V(t)$ は閾値 L_1, L_2 のいずれも下回っているため，即，企業は破産する。

(5)　パターン5

$V(0)$ は時点 $t=0$ で既に $V_B(z)$ を下回っているため，即，申し立てする。

—確率 α で申し立ては認可され，その結果，債務免除を中心とした再生計画により，負債価値は L_1 から L_2 に低下し，その後，初めて資産価値 $V(t)$ が L_2 に到達した時点で企業は破産する。

—確率 $1-\alpha$ で申し立ては不認可になり，その時点で企業は破産する。

(6)　パターン6

$V(0)$ は時点 $t=0$ で既に $V_B(z)$ を下回っているため，即，申し立てする。

—確率 α で申し立ては認可され，その結果，債務免除を中心とした再生計画により，負債価値は L_1 から L_2 に低下し，その後，初めて資産価値 $V(t)$ が L_2 に到達した時点で企業は破産する。

—確率 $1-\alpha$ で申し立ては不認可になり，その時点で企業は破産する。

(7)　パターン7

$V(0)$ が初めて $V_B(z)$ に到達した時点で，

—確率 α で申し立ては認可され，その結果，債務免除を中心とした再生計画により，負債価値は L_1 から L_2 に低下し，その後，初めて資産価値 $V(t)$ が L_2 に到達した時点で企業は破産する。

—確率 $1-\alpha$ で申し立ては不認可になり，その時点で企業は破産する。

(8)　パターン8

$V(0)$ が初めて閾値 $V_B(z)$ に到達した時点で，$V(0)$ は閾値 L_1, L_2 のいずれも下回っているため，即，企業は破産する。

以上のセットアップにより，企業の清算確率（実確率）は以下の命題としてまとめることができる。

命題1　企業再生手続を考慮した企業の清算確率は次式で与えられる。

$$P(\tau_L < T) = 1 - \sum_{i=0}^{2} Pr_i \tag{13}$$

ここで，第2表に各記号と Merton [1974] および Black-Cox タイプ[9] の倒産確率（＝清算確率）を纏めた。なお，第2表で $\Phi(\cdot)$ は累積標準正規分布関数である。

9)　Black and Cox [1976] では，閾値が時間の確定関数として表現されているが，本モデル及び Merton [1974] との比較のため，閾値を一定としたモデルを以降こう呼ぶことにする。

第２表：倒産確率（清算確率）

Kanno	$1-\sum_{i=0}^{2} Pr_i$
Black-Cox タイプ	$1-P(m_T>b_1)$
Merton	$1-P(X_T>b_1)$
$P(X_T>b_1)$	$\Phi\left(\frac{-b_1+\nu T}{\sigma\sqrt{T}}\right)$
$P(m_T>b_i)$	$\Phi\left(\frac{-b_i+\nu T}{\sigma\sqrt{T}}\right)-\exp\left(\frac{2\nu b_i}{\sigma^2}\right)\Phi\left(\frac{b_i+\nu T}{\sigma\sqrt{T}}\right),\qquad (i=0,\ 1,\ 2)$
z_i	$z_1=\frac{b_2-b_1-\mu_L}{\sigma_L},\ z_1=-\frac{\mu_L}{\sigma_L}$
Pr_0	$\int_{-\infty}^{z_1} P(m_T>b_0(z))\phi(z)\,dz+(1-\alpha)\int_{z_1}^{z_2} P(m_T>b_0(z))\phi(z)\,dz$
Pr_1	$\mathbf{1}_{\{b_2\leq b_1\leq 0\}}(1-\alpha)\Phi(-z_2)P(m_T>b_1)$
Pr_2	$\alpha\Phi(-z_1)P(m_T>b_2)$

2　企業再生効果

本節では，企業再生のメカニズムが倒産確率に与える効果，すなわち企業再生効果について考察する。まず，本モデルと Black-Cox タイプを比較すると，両者とも満期途中のデフォルトを考慮している点では共通であるが，本モデルでは企業再生効果を考慮している分だけ，本モデルの清算確率は Black-Cox タイプの倒産（＝清算）確率より小さく評価される。すなわち，PB_k を (13) 式の本モデルの清算確率，PB_{BC} を Black-Cox タイプの倒産（＝清算）確率として，

$$PB_{BC}+PB_K=Pr_0+Pr_2+[1-\mathbf{1}_{\{b_2<b_1<0\}}(1-\alpha)\Phi(-z_2)] \times P(m_T>b_1)\geqq 0 \qquad (14)$$

と常に両者の差分は 0 以上になることがわかる。ここで，本モデルが Black-Cox タイプに一致する条件は，

$$\mu_L=0,\ \sigma_L\to 0,\ L_2=L_1(\leqq V(0)) \qquad (15)$$

で，このとき，デフォルト閾値 $V_B(z)$ が L_1 の初期到達時間の問題になること

がわかる。

一方，Merton [1974] との比較では，PB_M を Merton [1974] の倒産（＝清算）確率として，

$$PB_K - PB_M = -Pr_0 - Pr_2 + [-\mathbf{1}_{\{b_2<b_1<0\}}(1-\alpha)\Phi(-z_2) \times P(m_T > b_1) + P(X_T > b_1)] \tag{16}$$

となる。$P(m_T > b_1) \leqq P(X_T > b_1)$ であるから，(16)式の右辺の大括弧内は0以上となり，初期到達時間効果による倒産（＝清算）確率の増加分と企業再生効果による減少分とにより，恒等的な大小関係は存在しない。

3　回　収　率

本節では，各モデルの回収率について考察する。Altman et al. [2003] によると，信用リスク評価モデルにおける回収率の取り扱いは2種類あり，内生的に（endogenous）与えられるタイプと，企業資産価値とは独立に外生的に（exogenous）与えられるタイプがある。前者に該当するものが，Merton [1974] や Black and Cox [1976] であり，本モデルもこのタイプに該当する。後者に該当するものが，Longstaff and Schwartz [1995] などである。既存のモデルでは，いずれも回収率はデフォルト（＝清算）時点における負債価値に対する資産価値の残存率として定義される。

まず，本モデルの回収率について考察する。企業負債が割引社債のみで構成されると仮定した場合，清算時点の負債価値の理論価格式 $D(\tau_L, T)$ は菅野 [2004] で提示されており，正規過程 $X(\cdot)$ とは独立な正の有限な値をとる関数である。このとき，本モデルにおける清算時点 τ_L の回収率を $\delta(\tau_L, X(\tau_L))_K$ とすると，

$$\delta(\tau_L, X(\tau_L))_K := \frac{V(\tau_L)}{D(\tau_L, T)} = \frac{V(0)e^{X(\tau_L)}}{D(\tau_L, T)} \tag{17}$$

となる。$e^{X(\tau_L)} \in \mathbf{R}_+$ と第2図の倒産パターンを参考にすると，清算時点の回収率は1以下の値を取る。これに対して，Black-Cox タイプは，デフォルト時

残存率が常に1，すなわち，債務超過に陥る瞬間でしかデフォルト（＝清算）事象を捉えることができない点が欠点として指摘されている。また，

$$\mu_L=0,\ \sigma_L\to 0,\ L_2=L_1(\leqq V(0)),\ \tau\to T \tag{18}$$

とおくと，Merton [1974] の回収率 $\delta(T,\ X(T))_M$ が求まり，$X(T)\leqq b_1$ から，

$$\delta(T,\ X(T))_M=e^{X(T)-b1}\leqq 1 \tag{19}$$

となる。Black-Cox タイプと違い，満期 T における残存率は本モデル同様の傾向を示し，1以下の値をとる。

III 実 証 分 析

1 累積倒産確率の推定

本節では，累積倒産確率の推定について，実証分析を行う。本モデルは，企業再生のメカニズムをモデル化していることから，特に格付機関格付がダブルB格以下のいわゆる「投機的格付債」を発行する企業の倒産確率の推定に適合性があると想定される[10)]。

したがって，実証分析として，格付機関格付がダブルB格以下の累積倒産確率の実績値に対して，3つのモデル[11)]の推定値の適合性について分析する。なお，本邦企業に対する格付別累積倒産確率の実績値として，投資格付情報センター（以下，R & I）[12)]が R & I [2004] で公表する「広義デフォルト率」[13)]の BB 格以下のデータ（該当企業は27社）を使用した。この「広義デフォルト率」は，R & I が1978年度から2003年度当初までに格付を付与したことのある1250社を調査対象としており，社債のデフォルト（支払不履行）や債務超過と

10)　トリプルB格以上の企業の倒産確率の推定については，対象企業が多数存在し，計算に多くの時間を要することから，今後の課題としたい。

11)　Merton [1974] では，モデルの構造上，累積確率を算定することは不可能であるため，満期における倒産確率を使用した。

12)　ムーディーズ社及びスタンダード・アンド・プアーズ社からは公表されていない。

13)　デフォルトの定義は，1.社債のデフォルト，2.法的整理，3.任意整理，4.国有化，5.自主廃業，6.私的整理（債権放棄・債務の株式化），7.救済合併あるいは主たる営業資産の譲渡（資産価値がない場合），8.債務超過回避を目的とした資本注入，9.債務超過（その後倒産回避のために金融支援を要請した場合）となっており，文字通り「広義」の定義となっている。

第3表：パラメーター設定値

パラメーター	説明	データソース	設定値
α	所与	帝国データバンク調査資料	76.80%
μ_L	ln（公表負債総額／申し立て直前の負債総額）の分布を正規分布で近似した分布の平均	財務諸表＋公表負債総額	4.85%
σ_L	ln（公表負債総額／申し立て直前の負債総額）の分布を正規分布で近似した分布の標準偏差	財務諸表＋公表負債総額	20.58%
Lv	BB 格以下企業平均の負債元本／資産元本	財務諸表	71.77%
$V(0)$	所与	—	100%
L_1	$lv \times V(0)$	—	71.766%
β	BB 格以下企業平均の L_2/L_1	公社債店頭売買参考統計値	91.57%
μ	BB 格以下企業平均の資産期待収益率	財務諸表＋株式市場価値	11.50%
σ	BB 格以下企業平均の資産変動率のボラティリティ	東京証券取引所	19.90%
δ	BB 格以下企業平均の配当利回り	財務諸表	0.19%

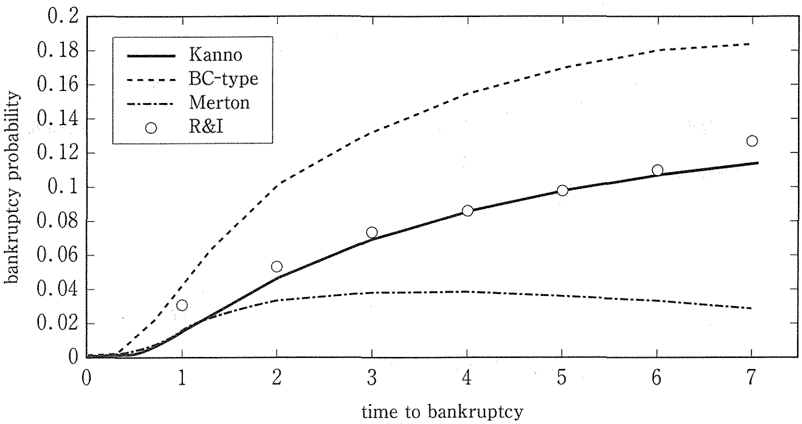
いった限定的な定義ではなく，想定されるあらゆる倒産事由を含めているため，その性格上，本モデルの清算確率や Merton [1974] や Black-Cox タイプの倒産（＝清算）確率に比べ，特に累積期間が長くなると高い数値を示す可能性があると推定される。

また，本邦企業の起債には，長年の間，一定の信用力を有する企業に起債を限定する「起債基準」が適用されており，1996年1月に完全にこの基準が撤廃されるまで，事実上社債のデフォルトが抑えられていたため，調査対象1250社に含まれる企業の信用力は本邦企業平均よりもかなり高いと推測される。

したがって，R＆Iの広義デフォルト率には，高低双方の要因があることを考慮して，モデル推定値との比較分析を行った。なお，モデルのパラメーターの設定は第3表の通りで，β の推定方法については，菅野 [2004] を参照されたい。

R＆Iの1年から7年までの7個の広義デフォルト率に対する各モデルの平

第2図　累積倒産（清算）確率の期間構造（R & I BB 格以下，レバレッジ＝0.71766）



方根平均二乗誤差（RMSE）は，本モデル：0.88%，Merton：5.68%，及びBlack-Cox タイプ：5.64%という結果となり，また，第2図を見ても本モデルの適合性が最も良いことが分かる。特に，負債満期途中のデフォルトを考慮しない Merton モデルの場合，負債満期が3年を超えると，（累積）デフォルト確率が減少しており，一方，R & I の実績値は単調増加であるため，過小評価する割合が増加し，予測はほぼ困難であると考えられる。

2　Moody's KMV モデル

本節では，Moody's KMV モデルについて考察する。Crosbie and Bohn [2003] によると，Moody's KMV モデルとは，Merton [1974] のアプローチを公開企業向けに商用化したものであり，時点 t における資産価値変動の期待収益率 $\ln V(0)+\left(\mu-\delta-\frac{1}{2}\sigma^2\right)t$ とデフォルト閾値 V_B^{KMV} の対数間の差を資産価値変動の標準偏差 $\sigma\sqrt{t}$ で規準化した値として，次式のような DD: Distance-to-Default を定義しており，この DD はデフォルトのし易さを表す尺度と見ることができる。

$$DD(t):=\frac{\ln\frac{V(0)}{V_B^{KMV}}+\left(\mu-\delta-\frac{1}{2}\sigma^2\right)t}{\sigma\sqrt{t}} \tag{20}$$

また，Crouhy et al. [2000] によると，彼らの米国企業を対象としたデフォルトの実証研究から，デフォルト閾値 V_B^{KMV} は，負債価値より低く，負債価値と短期負債価値の間にあるとし，具体的に，

$$V_B^{KMV}=L_{ST}+\frac{1}{2}L_{LT} \tag{21}$$

ここで，L_{ST}：短期負債元本，L_{LT}：長期負債元本

と設定している。すなわち，Moody's KMV モデルでは，短期負債を時点 t までに支払期限を迎える債務とみなしていると考えることができる。更に，Leland and Toft [1996] と同様に，各時点 $t(t=1, \ldots, T)$ に負債元本 $L_1=L_{ST}+L_{LT}$ と金利 L/T を調達する資本構造を考えると，(21)式は次式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} V_B^{KMV}(t, T)&=\frac{\min(t, T)}{T}L_1+\frac{1}{2}\left(L_1-\frac{\min(t, T)}{T}L_1\right) \\ &=\frac{1}{2}\left(1+\frac{\min(t, T)}{T}\right)L_1 \end{aligned} \tag{22}$$

Moody's KMV モデルでは，DD を次式のような非線形な関数 f により，実確率測度としての累積デフォルト確率 EDF: Expected Default Frequency にマッピングされる[14)]。

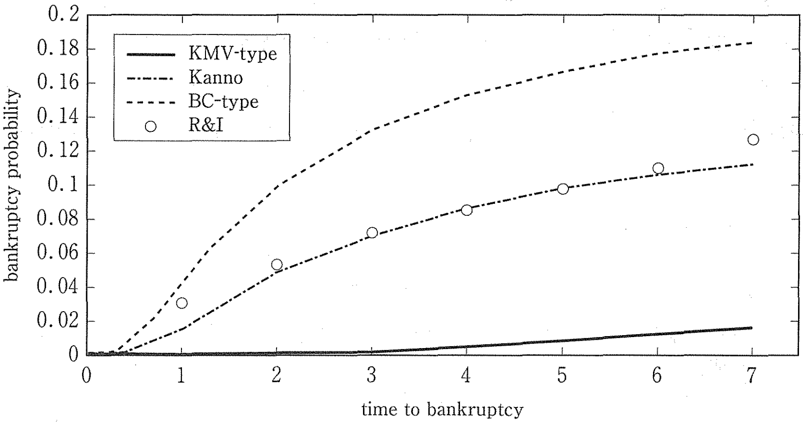
$$EDF(t)=f(DD(t), t) \tag{23}$$

ここで，Moody's KMV モデルでは企業資産価値が本モデルと同じ(5)式の対数正規過程に従うと仮定すると，時点 t におけるデフォルト確率は，

$$PB_{KMV}(t)=\Phi(-DD(t)) \tag{24}$$

14)　マッピングには，彼らが20年以上に亘り蓄積したヒストリカル・データベースが活用されており，このデータベースは非公開となっている。

第3図　(24)式（KMV-type と表示）による累積倒産（清算）確率の期間構造（R & I BB 格以下，レバレッジ＝0.71766）



となる。これを前節と同様のパラメーター設定で図示したものが第3図である。なお，本モデルと Black-Cox タイプの累積倒産確率も併せて図示した。Moody's KMV モデルでは，実際には *DD* と累積デフォルト確率 *EDF* とは非線形の対応関係があるとしても，Leland [2004] が指摘するように，(23)式のように *EDF* が *DD* の関数となっていること自体強い制約となっており，また，デフォルト閾値を単純に負債元本とする Merton モデルよりも，累積倒産確率の期間構造のレベルが低いために，R & I の実績値との乖離が，Merton モデルより大きくなっているのが分かる。したがって，米国企業の実証研究に基づくデフォルト閾値の設定方法を本邦企業に適用しても有効な結果が得られないといえるだろう。

IV　終　わ　り　に

従来，企業の倒産確率の推定において，Merton [1974] ないしはその拡張版，あるいは Black-Cox タイプの初期到達時間モデルが利用されてきた。しかしながら，これらのモデルで表現される倒産のメカニズムは単純であるため，ダ

ブルB格以下の信用力の低い本邦企業の倒産のメカニズムを表現するのは困難であることが実証分析から判明した。一方，企業再生のプロセスを倒産のメカニズムに取り入れた本モデルの倒産確率推定の精度が他の2つのタイプのモデルに比較して高いことが実証された。今後の課題として，本モデルのより一層の推定精度の向上とトリプルB格以上の企業の倒産確率推定への利用可能性について考察したい。

参考文献

格付投資情報センター［2001］『格付Q＆A—決まり方から使い方まで—』日本経済新聞社。

———［2004］「NEWS RELEASE 格付けとデフォルトの関係 広義デフォルト率・格付推移行列」格付投資情報センター ホームページ。

菅野正泰［2004］「企業再生を考慮した負債価値の評価」ワーキングペーパー 京都大学。

木島正明・小守林克哉［1999］『信用リスク評価の数理モデル』朝倉書店。

鈴木輝好［2003］「金融工学とコーポレートファイナンス（2）」『経済論叢』第172巻第3号，2003年9月。

田作朋雄［2001］『図解 民事再生法』東洋経済新報社。

帝国データバンク［2003］「民事再生法施行3年間の申請動向調査」帝国データバンク調査資料。

———［2004］「第9回：債権放棄企業の実態調査」帝国データバンク調査資料。

Altman, E., Resti, A. and Sironi, A. [2003] "Default Recovery Rates in Credit Risk Modeling: A Review of the Literature and Empirical Evidence," *New York University, Bergamo University and Bocconi University, Working Paper.*

Black, F. and Cox, J. [1976] "Valuing Corporate Securities: Some Effects on Bond Indenture Provisions," *Journal of Finance*, Vol. 31, pp. 351-367.

Crosbie, J. P. and Bohn, J. R. [2003] "Modeling Default Risk," *Moody's KMV Company, Working Paper.*

Crouhy, M., Galai, D. and Mark, R. [2000] "A Comparative Analysis of Current Credit Risk Models," *Journal of Banking & Finance*, Vol. 24, pp. 59-117.

Duffie, D. and Singleton, K. [1999] "Modeling Term Structure of Defaultable Bonds," *Review of Financial Studies*, Vol. 12, pp. 687-720.

Eom, H. Y., Helwege, J. and Huang, J.-Z. [2003] "Structural Models of Corporate Bond Pricing : An Empirical Analysis," *Yonsei University, Ohio State University and Penn State University, Working Paper.*

Ericsson, J. and Reneby, J. [2002] "Estimating Structural Bond Pricing Models," *McGill University and Stockholm School of Economics, Working Paper.*

Kijima, M. and Suzuki, T. [2001] "A Jump-diffusion Model for Pricing Corporate Debt Securities in a Complex Capital Structure," *Quantitative Finance*, Vol. 1, pp. 612-620.

Leland, H. [1994] "Corporate Debt Value, Bond Covenants, and Optimal Capital Structure," *Journal of Finance*, Vol. 49, pp. 1213-1252.

——— [2004] "Predictions of Default Probabilities in Structural Models of Debt," *University of California, Berkeley, Working Paper.*

Leland, H. and Toft, K. [1996] "Optimal Capital Structure, Endogenous Bankruptcy, and the Term Structure of Credit Spreads," *Journal of Finance*, Vol. 51, pp. 987-1019.

Longstaff, F. and Schwartz, E. [1995] "Valuing Risky Debt : A New Approach," *Journal of Finance*, Vol. 50, pp. 789-820.

Mella-Barral, P. and Perraudin, W. [1997] "Strategic Debt Service," *Journal of Finance*, Vol. 52, pp. 531-556.

Merton, R. C. [1974] "On the Pricing of Corporate Debt : The Risk Structure of Interest Rates," *Journal of Finance*, Vol. 29, pp. 449-469.