

## 負債契約の再編成が資本構成に与える影響（1）

川 上 高 志

### I は じ め に

ファイナンスの分野では、MM 理論以降、企業の資本構成について多くの研究が行われてきた。多様な側面から研究が進み、資本構成は様々な要因に依存することが明らかにされている。例えば、負債金融による税効果利益、倒産コスト、負債の満期や発行量、ステイクホルダー間のエージェンシーコスト、財務制限条項などが挙げられる。これらの要因に焦点を当てた研究が、各方面で報告されている。

近年、株主と負債の債権者間の負債契約の再編成の存在が、企業の負債価値に大きな影響を与える要因のひとつとして注目されている。典型的な負債契約では、債務者が契約された負債債務を履行できなくなった時点で、債権者は、企業を清算させて債務者の財産に対して請求する権利を得る。しかし、企業を解散させて負債を回収するよりも、企業を継続させたほうが両者にとって有益なことがある。このように、企業側があらかじめ定められた負債債務を履行できない状況に陥った時、企業を流動化させるか、あるいは、元の負債契約を再編成して企業の継続を図るかについて再交渉が行われることが少なくない。再交渉により、将来の成長機会や独自の人的資本などを含めた企業の継続価値の維持と債権者の利益の保護という相反する側面を調整する。この場合、どちらが有利に再交渉を進めることができるかは、両者の交渉力の大小に依存する。より強い交渉力を有するほうが、再交渉によってもたらされる価値の余剰をより多く受け取れる。したがって、負債の再交渉の在り方は両者の価値配分に影

響を与えるため、企業の資本構成の重要な決定要因であると言える。

本稿では、資産価格付けに用いられる条件付請求権のフレームワークを適用する<sup>1)</sup>。条件付請求権のアプローチを利用した最適資本構成の研究における代表的なものに Leland [1994] がある。Leland のモデルでは、原資産として企業が保有する事業資産を想定している。最適な負債水準は、節税による税効果利益と企業の倒産に伴って発生する倒産コストのトレードオフの関係で決定されるとするバランス理論を背景に、税効果利益の価値と倒産コストの価値を事業資産上の派生証券として評価し、企業価値に反映させる。このモデルでは、企業の所有者である株主の利益を最大にする観点から、株主自らが倒産の引き金となる事業資産の価値水準を決定するという意味で最適な資本構成が実現される。しかし、原資産として事業資産を用いると、企業の経営活動の成果が全て事業資産という1つの変数に集約して表現されるため、経営活動による収入や生産コストといった生産性を表す変数が直接的には反映されず、企業の生産性と資本構成との関係を詳細に把握することは難しい。本稿では、経済全体の状態を表すファンダメンタルズを原資産とするが、同時に、企業の収入の一部は、経済のファンダメンタルズの動向に応じて変動すると仮定する。具体的には、企業の収益性は、景気の動向により、各企業に対してシステムティックな影響を受ける部分と企業独自の経営活動にのみ左右される部分に分けられるとする。これにより、景気の状態や企業の経営パフォーマンスと負債契約の再編成の関係を把握し、より明確に企業の経営活動と関連づけて、最適資本構成の分析や負債の評価について考察できる。

先の Leland [1994] や Leland and Toft [1996] では、企業に倒産事由が生じた場合でも、債権者との再交渉が行われることなく、即座に解散してステイクホルダーに倒産時の企業財産を分配するとしている。しかし、負債債務が履行されないからといって、即座に企業が流動化されるとは限らず、企業側と債権者側の協議により企業の存続が図られる場合も多い。この点に関して、

1) 条件付請求権アプローチの詳細に関しては、Merton [1974] などを参照されたい。

Mella-Barral and Perraudin [1997] らは条件付請求権アプローチを採用しつつ、企業が倒産した場合、負債の利払いに関する株主と債権者間の再交渉を組み込んだ状況をモデル化し、負債価値や企業価値を評価している。このモデルでは、株主は債権者から再交渉によって得られる余剰をできる限り引き出そうと戦略的に倒産する。また、Francois and Morellec [2004] は負債契約が再編される可能性が、株主による倒産についての意思決定や信用スプレッド、レバレッジに及ぼす影響を考察している。Paseka [2003] は、企業が倒産した後、裁判所の監視の下、株主と債権者が企業の再建条件について交渉を行うモデルを提示した。倒産期間中において株主と債権者との交渉ゲームが行われるという仮定の下で、資本価値や負債価値、スプレッドを評価し、さらには、平均的な倒産期間について考察している。いずれの研究でも、交渉力の在り方が資本構成の決定に重要な役割を果たしていることが示されている。

これまでの再交渉を扱った先行研究で見られるように、負債契約の再編には、さまざまな手段がある<sup>2)</sup>。また、私的整理<sup>3)</sup>の下では、経営陣は交代を要求されることもあるが、経営再建に必要があると判断されれば引き続き経営を続投する。本稿では、再交渉可能な負債契約のみを締結し、債務者が債務不履行になると、債権者と債務者の間で負債返済額の免責に関する協議がなされ、倒産後も経営権の移転はなく、現在の経営者が企業経営を実行すると想定する。多くの先行研究では、債権者、あるいは、債務者のどちらか一方が100%の交渉力を持つことが前提とされており、両者が相対的な交渉力を持つ場合については、あまり考慮されていない<sup>4)</sup>。本稿では、契約上の負債返済額のうち、どれ

2) 例として、債務者が倒産した場合、利払いや元本の一部あるいは全額を免除する、負債満期の延長を認める、デッドエクイティスワップを実行するなどが挙げられる。

3) 日本における倒産時の企業再建の方法には、裁判所の許可を得て行われる法的整理と債権者と債務者間の協議で再建を進める私的整理に分類される。さらに、法的整理には、民事再生法と会社更生法がある。

4) Fan and Sundaresan [2000] では、負債契約の再編成がもたらす余剰価値を分配する際に、債権者と債務者が、相対的な交渉力を持つモデルを提示している。ただし、数値例では、債権者、または、債務者が一方的な交渉力を持つ状況か、両者の交渉力が均衡している状況のみ示されている。

ほど債務が免責されるかという観点から、債権者と債務者の相対的な交渉力を考察する。つまり、より強い交渉力を持つほうが、負債返済の免責に関して有利に事を運べると考える。

次節では、経済のファンダメンタルズに依存して企業の操業状態と負債の契約内容が修正される状況の下に、ファンダメンタルズの派生証券として負債価値と企業価値を評価する。第Ⅲ節で、債権者と債務者にとって最も利益をもたらす負債契約の再交渉を定め、企業にとっての最適な資本構成を導出する。また、数値例および比較静学に関しては、紙幅の制約のため、次稿にゆずる。

## II 企業価値と負債価値の評価

### 1 モデルの設定

負債契約の可能性を考慮した資本構成をモデル化するにあたって、摩擦のない完全な市場を想定する。無リスク債券の存在を前提とし、その期間構造はフラットと考える。無リスク債券の利子率を定数  $r$  とおく。企業は、年率の利払い額が定数  $d$ 、満期  $M$  の負債を発行する。ここでは、負債の発行と償還を繰り返す、定常的な負債構成を想定する。ただし、負債の拡張や縮小などは行われない。企業の操業活動に関して株主と経営者の利害は完全に一致し、経営者は株主の利益のために行動する。

企業価値や負債価値の原資産となる経済のファンダメンタルズを  $X$  と定義する。確率空間  $(\Omega, F, Q)$  を固定し、生成されるフィルトレーション  $\{F_t\}_{t \geq 0}$  は通常条件を満たす。このファンダメンタルズは確率的に変動し、以下の幾何ブラウン運動に従うとする。

$$\frac{dX_t}{X_t} = (\mu - \delta) dt + \sigma dz_t \quad (1)$$

$\mu$  はファンダメンタルズの成長率であり、 $\delta$  は外部へ流出する価値、 $\sigma$  は拡散係数で経済の不安定性の度合いを表す。いずれも時間を通じて一定とする。 $z_t$  は確率測度  $Q$  の下で、標準ブラウン運動に従う（詳細は、Kijima [2002]）。

企業が得る収入の一部はこのファンダメンタルズに依存する。財を生産するのに必要な年率の生産コストを定数  $c$  と表す。この生産コストには、財を生産する場合に生じる原材料費や人件費を含むが、負債の利払いや元本の返済など財務費用は含まない。また、企業の収益に課せられる実効税率を定数  $t$  とする。

(1)に従うファンダメンタルズを原資産とし、その上に書かれた派生証券として企業価値、負債価値を導出する。ファンダメンタルズの水準によって、企業の操業状態と負債契約の内容が変更される。つまり、ある一定の水準  $X_R$  があり、ファンダメンタルズが  $X_I > X_R$  を満たす場合、企業は健全な経営状態であり、負債の債権者に対して契約に定められた負債義務を履行する。しかし、ファンダメンタルズの水準が低下し  $X_I \leq X_R$  となる場合には、企業の収益性が低下し、契約上の負債債務を返済することが困難になる。

ここで、企業側が契約上の負債債務を返済できない場合、債権者は法的な行動に訴え、企業が保有する物的財産を確保することもできる。しかし、債権者にとって、企業を清算させて残余財産を得ることよりも、将来的に企業の業績が回復することを期待して、現状の負債義務を一部ないし全てを免責することで企業の延命を図るほうが有益な場合がある。一方、債権者よりも企業側が強い立場にある時には、企業側は負債義務の返済を免除して流動化を回避することが債権者にとっても有益であることを提示して、負債債務の免責を実行できる。このように、契約上の負債義務の履行が難しい状況に陥っても、両者にとって有益であれば、新たに負債契約に関する再編を実施して企業の流動化を避けるのが合理的である。この水準  $X_R$  を、負債の再交渉水準と定義する。

また、負債の再編成と同時に、収益性の改善のために、不採算な事業を整理して現状の生産規模の縮小が実行されるとする。その結果、生産コストとともに、収入の一部が減少することになる。再交渉後においては、負債返済額の圧縮と同時に、経営の効率化を図ることで企業の再建が実行される。このような状況で経済のファンダメンタルズが上昇して、再度  $X_R$  の水準を上回り、企業の業績が改善したときには、再交渉により定められた負債免除の措置はなくな

り、当初の契約内容に戻される。また、倒産期間中に縮小されていた企業の生産規模も、再交渉が行われる以前の正常な操業状態にまで回復する。

再交渉により負債債務の免責がなされても、経済のファンダメンタルズがより一層低下し、 $X_B$ という水準にまで落ち込むと、企業業績の回復の見込みがないと判断される。この場合、企業は流動化され、ステイクホルダーへの残余財産の分配が行われて解散する。この水準を流動化水準  $X_B$  と定義する。流動化の手続きにおいて、清算時の残余財産の一部が企業外に流出するとし、そのコストを倒産コスト  $a$  で表す。残余財産の分配に関して、完全に絶対優先ルールが遵守される<sup>5)</sup>ことを想定し、債権者が、負債の元本を回収した後に財産が残っていれば、残りは全て株主に分配される。本稿では、後述するように、総企業価値が負債の額面価格を下回った時に流動化すると考えるので、債権者が清算時の全ての残余財産を引き取り、株主は何も受け取ることはできない。さらに、再交渉水準と流動化水準には、 $X_B = lX_R$  という関係があるとする。よって、一方の水準が定めれば、他方の水準も決定され、仮定により  $0 \leq l \leq 1$  であるとするのが自然である。

上記のような経済のファンダメンタルズの水準に応じて、企業の経営状態と負債契約の内容が異なるという仮定の下で、企業の最適な資本構成を評価する。最初に、再交渉水準  $X_R$  と流動化水準  $X_B$  を所与として、再交渉前と再交渉後の総企業価値や負債価値をそれぞれ求める。次に、再交渉水準  $X_R$  に関して、株主と債権者の価値が最大化されるように、初期時点での総企業価値を最大化するような再交渉水準  $X_R$  を求める。先に述べた関係から、最適な再交渉水準が定まると、最適な流動化水準も決定される。これら2つの最適な水準の下で決定される資本構成が再交渉を考慮した場合の最適な資本構成である。

5) 負債の再交渉を実行するか否かを判断する場合、債権者が流動化時に得られる価値が重要になる。したがって、絶対優先ルールから逸脱し、残余財産の分配ルールに変更があれば、再交渉の過程にも影響が生じ、問題は複雑になる。

## 2 負債価値の評価

初期時点  $t=0$  で発行される負債の額面を  $G$  とし、任意の時点  $t>0$  における負債の価値を  $G(t)$  とする。企業は有限の満期を持つ負債を発行するが、任意の負債が満期を迎えて償還された時、それと同時に、同一の額面価格、利払い、優先順位を持つ負債が発行される。ただし、負債の発行と償還などにかかるコストは合わせて  $k$  だけ必要とする。その結果、負債全体としては、どの時点においても定常的であり、時間と独立となる。以下では、負債構成が、一定の価値を維持することを示す。まず、定数  $m$  を額面で償還される負債の割合と考える。初期時点  $t=0$  で発行した元本  $G$ 、利払い  $d$  の負債は、時点  $t>0$  では、その内の  $e^{-mt}$  が未だ償還されず発行済みのままであり、元本  $e^{-mt}G$ 、利払い  $e^{-mt}d$  の負債が残存していることになる。

負債の特定の満期を知ることはできないが、平均的な満期を求めることはできる (Leland [1998])。負債の平均的な満期が  $M$  である時、 $G(t) = e^{-mt}G$  という関係式から、

$$M = \int_{t=0}^{\infty} t \frac{mG(t)}{G} dt = \int_{t=0}^{\infty} t \frac{me^{-m}G}{G} dt = \frac{1}{m} \quad (2)$$

が得られる。このように、平均的な満期は償還率  $m$  によって表すことができる。この関係式は償還率が小さいほど、負債の平均的な満期は長くなることを意味する。

個別に発行された負債の総計として、負債全体の価値は表される。初期時点での負債価値を  $D^0(X, t)$  と定義する。時点  $t$  で企業の経営状態が健全であり、再交渉が行われる前  $X_t > X_R$  では、負債の債権者は時点  $t$  での償還額  $e^{-mt}mG$  とその利払い  $e^{-mt}d$  の合計を受け取ることができる。したがって、初期時点の負債に対する条件付請求権の価値は、企業はリスク中立であるとする、

$$\frac{1}{2} \sigma^2 X^2 D_{xx}^0 + (\mu - \delta) X D_x^0 - r D^0 + D_t^0 + e^{-mt}(d + mG) = 0$$

if  $X > X_R$  (3)

を満たす。ただし、 $D_x^0$  と  $D_{xx}^0$  はそれぞれ  $X$  に関する一階微分と 2 階微分であ

り、 $D_t^0$ は時間 $t$ に関する1階微分を表す。(3)は偏微分方程式であり、時間と独立ではない。しかし、企業は同じ性質を持つ負債の発行と償還を繰り返すという仮定から、負債価値全体としては、一定の価値を保持している。時間価値を考慮すると、時点 $t$ での発行済み負債の総価値 $D(X)$ は、初期時点の負債価値 $D^0(X, t)$ により、 $D(X) = e^{mt} D^0(X, t)$ と表せる。これにより、時点 $t$ では発行済み負債の総価値は時間に依存しなくなり、負債 $D(X)$ への請求者は再交渉が実行されない限り、償還額と利払いを合わせた $d+mG$ を得ることができる。したがって、企業が発行する負債に対する条件付請求権の価値は、

$$\frac{1}{2} \sigma^2 X^2 D_{xx} + (\mu - \delta) X D_x - (r + m) D + (d + mG) = 0$$

if  $X > X_R$  (4)

というように、時間に関する偏微分の項が消えて、2階の常微分方程式になる。

企業の業績が悪化し、契約上の利払いと元本を支払うことができなくなると、倒産事由が生じる。倒産が起こっても、本稿のような再交渉が行われた場合、当初の契約上の負債返済の一部、または、全額が免責され、企業は存続する。なぜなら、債権者によって現在得られる収入フローよりも、負債に対する請求権の価値のほうが重要であり、一時的に負債返済のフローが減っても、再交渉を行うことが将来の請求権の価値を高めるのであれば、負債の免責を受け入れるからである。ここでは、どの程度の負債が免責されるかは、負債契約時の株主側と債権者側の協議により取り決められると仮定する。株主の交渉力が債権者と比較して相対的に強い時、より多くの負債返済額の減額を要求できると考えられる。逆に、債権者の交渉力が強い場合には、多くの負債返済額の減額は期待できない。

再交渉時の負債返済額の減額の割合を示すパラメータとして、 $\varepsilon$ を定義する。ただし、 $\varepsilon$ は、 $0 \leq \varepsilon \leq 1$ の定数である。この $\varepsilon$ は、株主と債権者の交渉力の相対的な強さを表すと解釈できる。例えば、 $\varepsilon$ が0に近いほど、より多くの負債返済額が減免されるので、株主の交渉力が大きいと言える。再交渉前の負債返



済額が  $d+mG$  であれば、再交渉後の負債返済額は  $\varepsilon(d+mG)$  と減額される。この時、免責の対象が元本にも及ぶため、債権者への元本返済は  $\varepsilon mG$  に減少する。再交渉後においても、負債価値を一定に保つためには、償還された元本  $\varepsilon mG$  と同質の負債により資金が調達されると仮定しなければならない。この仮定の下では倒産後も負債全体の価値が一定となるので、先ほどの議論と同様に、再交渉後の負債価値は以下の式を満たす。

$$\frac{1}{2}\sigma^2 X^2 D_{xx} + (r-\delta)XD_x - rD + \varepsilon(d+mG) = 0$$

if  $X_B \leq X_t \leq X_R$  (5)

ここで、あらためて再交渉前の負債価値を  $D^H(X)$ 、再交渉後の負債価値を  $D^L(X)$  と定義すると、(4)と(5)の一般解はそれぞれ次のようになる。

$$D^H(X) = \frac{d+mG}{r+m} + b_{1H}X^{\lambda_1} + b_{2H}X^{\lambda_2} \quad \text{if } X > X_R \quad (6)$$

$$D^L(X) = \frac{\varepsilon(d+mG)}{r+m} + b_{1L}X^{\lambda_1} + b_{2L}X^{\lambda_2} \quad \text{if } X_B \leq X_t \leq X_R \quad (7)$$

$\lambda_1$  と  $\lambda_2$  は特性方程式  $0.5\sigma^2\lambda^2 + (r-\delta-0.5\sigma^2)\lambda - (r+m) = 0$  の2つの実数解であり、

$$\lambda_1 = \frac{-(r-\delta-\sigma^2/2) + \sqrt{(r-\delta-\sigma^2/2)^2 + 2\sigma^2(r+m)}}{\sigma^2} > 0 \quad (8)$$

$$\lambda_2 = \frac{-(r-\delta-\sigma^2/2) - \sqrt{(r-\delta-\sigma^2/2)^2 + 2\sigma^2(r+m)}}{\sigma^2} < 0 \quad (9)$$

である。

負債価値を具体的に求めるため、次の境界条件を与える。負債価値が常に一定であるために、負債価値は  $X=X_R$  で連続であると仮定する。まず、再交渉水準  $X_R$  での再交渉前の負債価値  $D^H(X)$  と再交渉後の負債価値  $D^L(X)$  の連続性を保証するバリュエマッピング条件  $D^H(X_R) = D^L(X_R)$  が満たされるとする。さらに、再交渉水準  $X_R$  における負債価値の関数の滑らかさを保証するスムーズペースティング条件  $D_x^H(X_R) = D_x^L(X_R)$  を満たす必要がある。また、負債価

値は価格が無限に大きくなっても発散しないと仮定する。このとき、再交渉前の負債価値  $D^H(X)$  について、 $X \rightarrow \infty$  の時、 $D^H(X) \rightarrow (d+mG)/(r+m)$  であるが、 $\lambda_1$  が正であるので負債価値が発散しないためには、 $b_{1H}=0$  でなければならない。企業の流動化の条件として、総企業価値が負債の元本価格を下回った時、企業は清算される。ここでは、流動化の際、債権者が全ての残余価値を受けられる絶対優先ルールを適用するが、流動化の過程で、企業の残余財産の一部が倒産コスト  $\alpha G$  として流出するため、債権者が確保できる財産価値は  $(1-\alpha)G$  である。流動化水準  $X_B$  におけるバリュエマッキング条件として、 $D^L(X_B) = (1-\alpha)G$  を満たす。 $X_B = lX_R$  という関係を用い、これらの境界条件をまとめると、

$$\begin{pmatrix} X_R^{\lambda_2} & -X_R^{\lambda_1} & -X_R^{\lambda_2} \\ \lambda_2 X_R^{\lambda_2-1} & -\lambda_1 X_R^{\lambda_1-1} & -\lambda_2 X_R^{\lambda_2-1} \\ 0 & k^{\lambda_1} X_R^{\lambda_1} & k^{\lambda_2} X_R^{\lambda_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{2H} \\ b_{1L} \\ b_{2L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{(1-\varepsilon)(d+mG)}{r+m} \\ 0 \\ (1-\alpha)G - \frac{\varepsilon(d+mG)}{r+m} \end{pmatrix}$$

となる。 $b_{2H}$ ,  $b_{1L}$ ,  $b_{2L}$  に対して解くと、再交渉前の負債価値と再交渉後の負債価値を導出することができる。

再交渉前の負債価値は、

$$D^H(X) = \frac{d+mG}{r+m} + \left[ -\frac{\lambda_1 l^{\lambda_2} - \lambda_2 l^{\lambda_1}}{\lambda_1 l^{\lambda_2} - \lambda_2 l^{\lambda_1}} \frac{(1-\varepsilon)(d+mG)}{r+m} + \frac{1}{l^{\lambda_2}} \left( (1-\alpha)G - \frac{\varepsilon(d+mG)}{r+m} \right) \right] \left( \frac{X}{X_R} \right)^{\lambda_2} \quad (10)$$

再交渉後の負債価値は、

$$D^L(X) = \frac{\varepsilon(d+mG)}{r+m} - \left[ \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \frac{(1-\varepsilon)(d+mG)}{r+m} \right] \left( \frac{X}{X_R} \right)^{\lambda_2} \quad (11)$$

(10)と(11)で表される負債価値は最適な価値とは限らず、後述する方法により最適な再交渉水準  $X_R$  を定める必要がある。

### 3 企業価値の評価

企業の収入は、経済のファンダメンタルズの変動に影響される部分と影響されない部分から成り  $aX_t + b$  とする。 $aX_t$  は、ファンダメンタルズの変化に影響される収入で、 $a$  は経済状況の動向に対する企業特有の感応度を示す定数である。一方、 $b$  はブランド力や人的資本といった無形資産によってもたらされる収入を表し、経済状況に影響されずに固定的に得られる収入である。したがって、 $b$  の値が大きい企業ほど、景気の動向に関係なく、安定した収入を獲得できる。

企業が正常に操業している時、操業活動から得られる収益は生産財を生産し売却することによる収入から、生産するのに要するコストを差し引いた  $aX_t + b - c$  である。一方、財務関連費用に関しては、満期を迎えた負債についてその利払いを支払い、元本を償還すると同時に、同額、同量、同じ優先性の負債を発行すると考えているので、負債の返済額の合計  $d + mG$  を支払うとともに、負債を  $mG$  発行して資金を調達する。また、負債の発行と償還に関する諸費用として一定のコスト  $k$  が発生する。さらに、税金  $\text{Max}[\tau(aX + b - c - d - k), 0]$  が控除される。簡略化のため、税引前の収益は正であるとする、再交渉前の企業が獲得するキャッシュフローは、 $(1 - \tau)aX - (1 - \tau)(-b + c + d + k)$  である。企業価値の場合は、負債価値と異なり、キャッシュフローや境界条件が時間の関数ではないので時間と独立となる。したがって、再交渉前の企業価値は、

$$\frac{1}{2}\sigma^2 X^2 v_{xx}^H + (r - \delta)Xv_x^H - rv^H + (1 - \tau)aX - (1 - \tau)(-b + c + d + k) = 0 \quad \text{if } X > X_R \quad (12)$$

で表される。

景気の後退や競争他社の参入など企業を取り囲む経済環境が変化することで、企業の収入が大幅に低下した時、企業の生産性に非効率性が生じる。この場合、現状の生産水準を維持することは、企業の収益を圧迫し非効率的となる。こ

では、企業に収益性の悪化によって契約上の負債返済額を支払うことが困難な状況になると、債権者への負債債務が免責されるとしている。同時に、事業の効率性の向上や負債の圧縮のため、不採算部門の事業から撤退して、生産コストの削減を図るといった手段が講じられる。このような生産規模の縮小により、順調に操業している場合と比較して、収入と生産コストは低下する。つまり、ファンダメンタルズの水準が  $X_R$  を下回ると、企業の生産コストはリストラ前の生産コスト  $c$  から  $\gamma_2 c$  へと削減され、それに対応して、収入は  $aX_t + b$  から  $\gamma_1(aX_t + b)$  へと低下する。ただし、定数  $\gamma_1$  と  $\gamma_2$  は  $0 \leq \gamma_1, \gamma_2 \leq 1$  を満たす。 $\gamma_1$  と  $\gamma_2$  の大小はリストラの効果に依存する。

企業の収益性が低下すると、負債の債権者に対して契約上の負債義務を支払うことは難しくなる。そのため、企業と債権者の協議により、契約上の負債返済額  $d + mG$  は  $\varepsilon(d + mG)$  へと減額される。負債の償還と同時に発行されるが、負債契約の再編後にも、減額された元本と同じ額の負債  $\varepsilon mG$  が発行可能と考え、発行・償還に関係する費用もその発行量に比例するとして、 $\varepsilon k$  がかかるとする。したがって、再交渉後の企業のキャッシュフローは、生産活動から得たキャッシュフローから負債の利払いと税金を控除した  $(1 - \tau)\gamma_1 aX - (1 - \tau)(-\gamma_1 b + \gamma_2 c + \varepsilon(d + k))$  である。ここでも、税引前の収益は正としている。このとき、再交渉後の企業価値は、

$$\frac{1}{2}\sigma^2 X^2 v_{xx}^L + (r - \delta)Xv_x^L - rv^L + (1 - \tau)\gamma_1 a_x - (1 - \tau)(-\gamma_1 b + \gamma_2 c + \varepsilon(d + k)) = 0 \quad \text{if } X_B \leq X \leq X_R \quad (13)$$

を満たす。

2 階の常微分方程式 (12) と (13) の一般解は、それぞれ

$$v^H(X) = \frac{(1 - \tau)a}{\delta} X - \frac{(1 - \tau)(-b + c + d + k)}{r} + c_{1H}X^{\lambda_1} + c_{2H}X^{\lambda_2} \quad \text{if } X > X_R \quad (14)$$

$$v^L(X) = \frac{(1 - \tau)\gamma_1 a}{\delta} X - \frac{(1 - \tau)(-\gamma_1 b + \gamma_2 c + \varepsilon(d + k))}{r}$$

$$+c_{1L}X^{\lambda_1}+c_{2L}X^{\lambda_2} \quad \text{if } X_B \leq X \leq X_R \quad (15)$$

$v^H(X)$  は再交渉前の企業価値,  $v^L(X)$  は再交渉後の企業価値である。 $\eta_1$  と  $\eta_2$  は特性方程式  $0.5\sigma^2\eta^2+(r-\delta-0.5\sigma^2)\eta-r=0$  の2つの実数解で,

$$\eta_1 = \frac{-(r-\delta-\sigma^2/2)+\sqrt{(r-\delta-\sigma^2/2)^2+2\sigma^2r}}{\sigma^2} > 0 \quad (16)$$

$$\eta_2 = \frac{-(r-\delta-\sigma^2/2)-\sqrt{(r-\delta-\sigma^2/2)^2+2\sigma^2r}}{\sigma^2} < 0 \quad (17)$$

で与えられる。

負債価値と同様に, 境界条件を与え具体的な企業価値の解を導出する。 $X=X_R$  での企業価値の関数の連続性となめらかさを保証するバリュースペース条件とスムーズペースティング条件から,  $v^H(X_R)=v^L(X_R)$  および  $v_x^H(X_R)$  を得る。また, 企業価値が負債の額面価格を下回った場合に, 企業は流動化するとしているので,  $X=X_B$  でのバリュースペース条件から  $v^L(X_B)=G$  となる。最後に,  $X=X_B$  でのスムーズペースティング条件として,  $v_x^L(X_B)=0$  を満たす必要がある。また, 負債価値とは異なり, 経済のファンダメンタルズが無限に上昇すると, 企業価値も発散することを認める。これらの4つの境界条件と  $X_B=lX_R$  から,  $c_{1H}, c_{2H}, c_{1L}, c_{2L}$  について解くと, 再交渉前の企業価値と再交渉後の企業価値を具体的に得ることができる。すなわち, 再交渉前の企業価値  $v^H(X)$  は,

$$\begin{aligned} v^H(X) = & \frac{(1-\tau)a}{\delta} X - \frac{(1-\tau)(-b+c+d+k)}{r} \\ & + \left[ \left( \frac{\eta_2}{\eta_1-\eta_2} A - \frac{\eta_2}{(\eta_1-\eta_2)l^{\eta_1}} B \right) X_R^{-\eta_1} \right. \\ & + \left. \left( \frac{1-\eta_2}{\eta_1-\eta_2} C + \frac{l\eta_1-1}{(\eta_1-\eta_2)l^{\eta_2}} D \right) X_R^{1-\eta_1} \right] X^{\eta_1} \\ & - \left[ \left( \frac{\eta_1}{\eta_1-\eta_2} A - \frac{\eta_1}{(\eta_1-\eta_2)l^{\eta_2}} B \right) X_R^{-\eta_2} \right. \end{aligned}$$

$$+ \left( \frac{1-\eta_1}{\eta_1-\eta_2} C + \frac{l\eta_1-1}{(\eta_1-\eta_2)l^{\eta_2}} D \right) X_R^{1-\eta_2} X^{\eta_2} \quad (18)$$

再交渉後の企業価値  $v^L(X)$  は、

$$\begin{aligned} v^L(X) = & \frac{(1-\tau)\gamma_1 a}{\delta} X - \frac{(1-\tau)(-\gamma_1 b + \gamma_2 c + \varepsilon(d+k))}{r} \\ & - \left[ \frac{\eta_2}{(\eta_1-\eta_2)} l^{\eta_1} B X_R^{-\eta_1} - \frac{l\eta_2-1}{(\eta_1-\eta_2)l^{\eta_1}} D X_R^{1-\eta_1} \right] X \eta_1 \\ & + \left[ \frac{\eta_1}{(\eta_1-\eta_2)} l^{\eta_2} B X_R^{-\eta_2} - \frac{l\eta_1-1}{(\eta_1-\eta_2)l^{\eta_2}} D X_R^{1-\eta_2} \right] X \eta_2 \quad (19) \end{aligned}$$

ただし

$$\begin{aligned} A = & \frac{(1-\tau)(-(1-\gamma_1)b + (1-\gamma_2)c + (1-\varepsilon)(d+k))}{r} \\ B = & G + \frac{(1-\tau)(-\gamma_1 b + \gamma_2 c + \varepsilon(d+k))}{r} \\ C = & \frac{(1-\tau)(1-\gamma_1)a}{\delta} \quad D = \frac{(1-\tau)\gamma_1 a}{\delta} \end{aligned}$$

である。

企業価値(18)と(19)において、再交渉水準  $X_R$  は任意に固定されている。したがって、企業価値を最大にするような再交渉水準  $X_R$  を求めなければならないが、これに関しては、次節で議論する。

### III 最適資本構成

前節で導出した企業価値が最大になるような最適な再交渉水準を定める。本稿では、負債契約の締結の時点で、あらかじめ再交渉の起こり得る条件を想定し、株主と債権者の双方の利益を考慮して、資本価値と負債価値の合計である総企業価値が、最大になるように決定されると考える。したがって、株主と債権者間の協力的なゲームの下で、再交渉においてどれほどの債務放棄を認めるのか、また、負債契約の再編がどの時点で行われるのかという条件を、両者に

とって有益になるように負債契約に取り込むことになる。また、再交渉水準と流動化水準には、 $X_B = lX_R$  という関係を仮定しているので、最適な再交渉水準が特定されれば、同時に最適な流動化水準も決定される。したがって、負債契約の時点で、株主と債権者の利益が最善になるように、既に最適な流動化水準についても決定されていることになる<sup>6)</sup>。一度、負債放棄の条件や再交渉、流動化の時期などが負債契約に定められると、株主はこの条件を遵守して、それ以降の経営活動や資金調達を行っていく。

実際に、最適な再交渉水準を求めるには、総企業価値  $v^H(X, X_R)$  を最大化する  $X_R$  を算出することになる。つまり、(18)で得た  $v^H(X, X_R)$  について、 $X_R$  の一階の条件

$$\frac{\partial v^H(X, X_R)}{\partial X_R} = 0 \quad (20)$$

である。

(20)より最適な再交渉水準  $X_R^*$  が求まると、企業にとっての最善な企業価値と負債価値を導出することができる。

上記の過程で得たモデルを使って、企業が発行する債券価値の評価や企業の資本構成について分析することが可能となる。考察の際に、分析の指標となり得るものを幾つか挙げることにする。まず、最適な負債価値に対するクーポンレートはその時点の負債価値に対する利払いの比率として、

$$\begin{aligned} R(X; X_R^*) &= \frac{d}{D^H(X; X_R^*)} & X > X_R^* \\ &= \frac{\varepsilon d}{D^L(X; X_R^*)} & X_B^* \leq X \leq X_R^* \end{aligned} \quad (21)$$

と定義される。 $X_B^*$  は、最適な流動化水準である。無リスク金利レートをベン

6) 企業の流動化水準に関しては、企業の所有者である株主が決定することが多い。その根拠は、倒産を企業の資産ストックで定義した場合、企業が流動化される時点では、既にフローの支払能力を喪失している。しかし、株主は資金が不足した場合、必要であれば新株を発行して企業に追加資金を投入することも可能なので、株主が追加資金の投入を停止する意思決定が流動化の引き金になる。

チマークとする信用スプレッドは最適なクーポンレートと無リスクレートの差として、

$$\text{Spread} = R(X; X_R^*) - r \quad (22)$$

とする。最適な企業価値に占める負債価値の比率として、最適なレバレッジは、

$$\begin{aligned} \text{Leverage} &= \frac{D^H(X; X_R^*)}{v^H(X; X_R^*)} & X > X_R^* \\ &= \frac{D^L(X; X_R^*)}{v^L(X; X_R^*)} & X_B^* \leq X \leq X_R^* \end{aligned} \quad (23)$$

と定める。最後に、Black [1976] に従えば、期間  $[0, s]$  の範囲で企業が倒産しない確率は、

$$\begin{aligned} P(X, X_B, s) &= N\left(-\ln\left(\frac{X}{X_B}\right) - (r - \delta - 0.5\sigma^2)s / \sigma\sqrt{s}\right) \\ &\quad + \left(\frac{X}{X_B}\right)^{\frac{-2(r - \delta - 0.5\sigma^2)}{\sigma^2}} N\left(-\ln\left(\frac{X}{X_B}\right) \right. \\ &\quad \left. + (r - \delta - 0.5\sigma^2)s / \sigma\sqrt{s}\right) \end{aligned} \quad (24)$$

のように得ることができる。ただし、 $N(\cdot)$  は標準正規分布関数を表している。(24)は、構造モデルを基礎とした信用リスク評価に用いられ、債券の格付け評価などの指標となる。

#### IV おわりに

本稿では、債務者と債権者間の負債契約の再編成の可能性が存在する場合の企業の資本構成に関するモデルを提示した。この再交渉では、企業の業績が悪化し収益性が低下した場合、生産規模の縮小を図るとともに、元本と利払いを含めた負債返済額の減額について協議されるとした。株主側の交渉力が強ければ、より多くの負債債務の免責を要求することが可能となる。景気の動向を表す経済のファンダメンタルズを原資産とし、負債の再交渉を考慮した企業価値



や負債価値に関して閉じた解を得た。さらに、無限の満期を持つ永久債ではなく、有限の満期を持つ負債構成を想定することで、負債契約の期限が資本構成に与える影響を取り込むことができた。

本稿では、紙面の都合上、数値計算を行い、企業の資本構成の分析結果について述べることができなかった。比較静学などの分析結果に関しては、次稿で議論する。

#### 参考文献

- 木島正明 [1994] 『ファイナンス工学入門 第Ⅱ部 派生証券の価格付け理論』日科技連。
- 鈴木輝好 [2003] 「金融工学とコーポレートファイナンス (1)」『経済論叢』第171巻第5・6号, 97-116ページ。
- Anderson, W. R. and S. M. Sundaresan [1996] “Design and Valuation of Debt Contracts,” *The Review of Financial Studies*, Vol. 9, No. 1, pp. 37-68.
- Black, F. and J. C. Cox [1976] “Valuing Corporate Securities: Some Effects of Bond Indenture Provisions,” *Journal of Finance*, 31, pp. 351-367.
- Francois, P. and E. Morellec [2004] “Capital Structure and Asset Prices: Some Effects of Bankruptcy Procedures,” *The Journal of Business*, 77 (2), pp. 387-411.
- Fan, H. and S. M. Sundaresan [2000] “Debt Valuation, Renegotiation, and Optimal Dividend Policy,” *The Review of Financial Studies*, Vol. 13, No. 4, pp. 1057-1099.
- Kijima, M. [2002] *Stochastic Processes with Applications to Finance*, Chapman & Hall/CRC.
- Leland, E. H. [1994] “Corporate Debt Value, Bond Covenants, and Optimal Capital Structure,” *The Journal of Finance*, 4, pp. 1213-1253.
- [1998] “Agency Costs, Risk Management, and Capital Structure,” *The Journal of Finance*, 4, pp. 1213-1243.
- Leland, E. H. and K. B. Toft [1996] “Optimal Capital Structure, Endogenous Bankruptcy, and the Term Structure of Credit Spreads,” *The Journal Finance*, 3, pp. 987-1019.
- Mella-Barral, P. [1999] “The Dynamics of Default and Debt Reorganization,” *The Review of Financial Studies*, Vol. 12, No. 3, pp. 535-578.
- Mella-Barral, P. and W. Perraudin [1997] “Strategic Debt Service,” *The Journal of Finance*, 2, pp. 531-556.

- Merton, R. [1974] "On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rate," *The Journal of Finance*, 29, pp. 419-439.
- Morau, F. [2002] "Valuing Corporate Liabilities when the Default Threshold is not an Absorbing Barrier," *Working Paper*.
- Paseka, A. [2003] "Debt Valuation with Endogenous Default and Chapter 11 Reorganization," *Working Paper University of Arizona*.