

氏名	チョウ 趙	リョウ 亮
学位(専攻分野)	博士(情報学)	
学位記番号	情博第48号	
学位授与の日付	平成14年3月25日	
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当	
研究科・専攻	情報学研究科数理工学専攻	
学位論文題目	Approximation Algorithms for Partition and Design Problems in Networks (ネットワーク分割と設計問題に対する近似アルゴリズム)	
論文調査委員	(主査) 教授 茨木俊秀 教授 福島雅夫 教授 岩間一雄	

論文内容の要旨

本論文は、ネットワーク信頼性に関する分割問題及び設計問題に対し、汎用的な定式化を与えたのち、効率よく近似解を求めるアルゴリズムを設計し、それらの性能評価の理論的解析を行なった結果をまとめたものである。論文は6章からなっている。

第1章は序論であり、問題の定式化および応用について述べている。ネットワークの信頼性を評価するのに、最小 k 分割問題が用いられる。すなわち、与えられたネットワークの連結成分の数が k 以上になるように、重みの総和が最小であるような辺集合を除去する問題であって、そのような集合はネットワークの信頼度を規定すると考えられる。本論文では、これらの問題を一般化して、劣モジュラシステムにおける多重分割問題MPP (Multiway Partition Problem) として定式化する。これは、劣モジュラ関数 f が与えられたとき、頂点集合 V をそれぞれの f 値の和が最小になるように k 個の部分集合に分割する問題である。MPPは、特別な場合として、頂点除去やハイパーグラフ分割問題も含み、極めて汎用的である。

次に、高信頼ネットワーク設計問題SNDP (Survivable Network Design Problem) は、指定された信頼性条件を満たす経済的なネットワークを設計する問題であって、頂点集合 V と U をもつ2部グラフにおいて、 V 内の任意の2節点間の U -素な路の本数に関する制約を満たしつつ、重み和最小の U の部分集合を見出す問題として定式化される。なお、路の集合が U -素であるとは、どの二本の路も U の頂点を共有しないことである。

二つの問題MPPとSNDPは共にNP困難であるため、本論文ではそれらに対する近似アルゴリズムの設計と理論的解析を試みている。

第2章はMPPを扱い、次のような近似アルゴリズムを設計している。すなわち、全集合 V を初期解とし、分割の結果得られた一つの部分集合 W を $f(S)+f(W-S)-f(W)$ を最小にするように二つに分割するという手順を、 k 個の部分集合に分割されるまで反復するものである。 $k=2$ のMPPは多項式時間で解けることが知られているので、このアルゴリズムは多項式時間で動作する。第2章ではこのアルゴリズムの簡単かつ汎用的な解析を用い、従来結果に対し証明を簡略化するとともに、近似比を改良するなど、いくつかの新しい結果を得ている。

第3章は、第2章の近似アルゴリズムを拡張して、各反復で一つの部分集合を3個に分解するという方法を提案し解析している。一般に、 $k=3$ の場合のMPPはNP困難なので、このアルゴリズムは多項式時間ではないが、いくつかの重要な問題のクラスでは多項式時間となることを示している。さらに、この近似アルゴリズムの近似比を汎用的なアプローチを用いて導出し、 $k=2$ の場合に比べ改良が得られることを証明している。

なお、上記の方法を拡張した、部分集合を4個以上に分割していく方法についても検討を加え、本論文の解析法を適用することはできないことを示し、このアプローチの限界を明らかにしている。

第4章と第5章はSNDPを扱っている。従来の研究では、2部グラフの頂点集合 U における最大次数が2である場合が主に扱われてきたが、ここでは最大次数の制約を課さずに動作するアルゴリズムを提案し、解析を加えている。すなわち、

第4章では、最大次数2の場合について提案された主・双対法を拡張した近似アルゴリズムを述べ、その近似度を導出している。これに対し第5章では、SNDPを従来の方法で扱えるよう、グラフを一旦最大次数2の問題例に変換し、それに対して近似アルゴリズムによって得られた解を元問題の実行可能解に戻すという方法を提案している。これに対しても近似比の解析を行ない、従来の研究を拡張した結果を示している。

第6章は結論であって、論文のまとめと今後の課題を述べている。

論文審査の結果の要旨

近年、コンピュータネットワークの著しい進展に伴い、その解析手段としてグラフ・ネットワーク理論を利用する試みが活発に行なわれるようになった。しかし現実の通信ネットワークを表現するには、頂点が一種類のみの従来のグラフモデルでは十分ではなく、本論文では、ハイパーグラフとそれと等価な2部グラフに基づくモデルを提案することで、2種類のタイプの頂点を扱うことを可能にした。さらに、コスト関数を劣モジュラシステムに拡張することで、グラフの辺に基づく従来の評価法を一般化している。

本論文では、上記の一般的なモデルに基づいて、多重分割問題(MPP)と高信頼ネットワーク設計問題(SNDP)という2種類の問題を考察している。どちらもNP困難な問題であり、効率よい(すなわち多項式時間)の厳密アルゴリズムは存在しないと考えられるため、本論文では、効率よくかつ理論的に最適解に近い解を発見できる近似アルゴリズムの設計に専念している。

まず、MPPに対しては、局所的に最適な2分割あるいは3分割が可能であることを利用した簡単かつ汎用的な反復増加の近似アルゴリズムの枠組みを提案し、それらの性能解析を理論的に行っている。その結果、様々な問題クラスについてよい近似解が得られることを証明し、過去に研究がなされているいくつかのクラスにおいては、現時点で最良の結果であることを示している。

つぎに、SNDPに関しては、主・双対法に基づく近似アルゴリズムを拡張して、近似比と計算時間とのトレードオフを可能にしている。さらに、2部グラフの頂点の次数に制限がある場合の性能解析に関する従来の結果の完全な証明を与えると共に、より一般的な場合に解析を拡張することに成功している。また、複雑なSNDPをより簡単なSNDPに変換し、その解を元問題の解に戻すという近似アルゴリズムも提案し、よい近似解が得られることを示している。これらの結果は、いずれも一般的なSNDPに対しては、最初の結果である。

以上、本論文は、ネットワーク信頼性に関する最適化問題に対して新しいアルゴリズムの提案と解析法の開発を行ったものであり、博士(情報学)の学位論文として価値あるものと認める。また、平成14年1月22日実施した論文内容とそれに関連した試問の結果合格と認めた。