

# 肘形架構の構面外座屈に関する実験的研究

若 林 実・野中泰二郎  
小 橋 徹 治・岡 本 晴 仁

## AN EXPERIMENTAL STUDY ON OUT-OF-PLANE BUCKLING OF AN ELBOW-TYPE FRAME

By *Minoru WAKABAYASHI, Taijiro NONAKA,*  
*Tetsuji KOBASHI and Haruhito OKAMOTO*

### Synopsis

An experimental study is made of the out-of-plane buckling of a symmetrical elbow-type rigid frame. The frame is composed of two straight members of aluminium alloy wide-flange section. The end supports are made so that the members can rotate freely in the plane perpendicular to the plane of the frame; warping is constrained at all member ends. A load is symmetrically applied at the joint in such a way that each member is primarily subjected to axial force before buckling. The deflection of the joint is measured by a traveling telescope.

A theoretical assessment is based on the slope-deflection method which is developed for thin-walled cross-sections and takes account of the axial forces existing in members. The effect of warping is also taken into account in the theory. An excellent agreement is seen between the experiment and theory. A considerable effect of warping is observed in the both.

### 1. 序

単材の曲げ捩れ座屈に関する研究は多いが、捩れ剛性の低い薄肉開断面材で構成されている骨組について、骨組全体としての安定問題を扱った論文は数少ない<sup>1)~4)</sup>。特に、その実験的研究は Renton<sup>4)</sup> によるものの以外、見当たらないようである。Renton は、反り抵抗を無視して、薄肉開断面材から成る骨組の安定問題をマトリックスによって一般的に解く方法を示し、等辺山型鋼から成る 1 スパン 2 層立体骨組の弾性座屈に関する実験を行ない、ほぼ理論値と等しい座屈荷重を得た。

本研究は、反り抵抗を有し 2 軸対称の H 型断面材を用いて、立体骨組の一部を取り出した肘形剛節骨組を作製し、その構面外への変形に対する剛性ならびに構面外座屈荷重を実験的に求め、立体座屈たわみ角法<sup>3)</sup>による理論値と比較検討するものである。

### 2. 解 析

**Fig. 1** に示すような肘形剛節骨組の構面外座屈について考える。図の部材  $AC$  および  $BC$  は全く同一で、H 型の断面を有するものとし、端  $A$  および  $B$  においては面内の曲げに対して固定、面外への曲げに対してピン、かつ、回転および反り変形が拘束されているものとする。節点  $C$  では、反り変形も完全に拘束されているとする。また、比較のため、 $A, B$  端および節点  $C$  で反りが全く自由の場合をも考える。

今、この肘形骨組の部材軸の方向に外力  $P$  が作用している場合を考え、その安定限界荷重  $P_{cr}$  を求める。軸力による部材軸方向の伸縮を無視すれば、 $P_{cr}$  は、弾塑性域にわたって、先に示した座屈撓角法によ

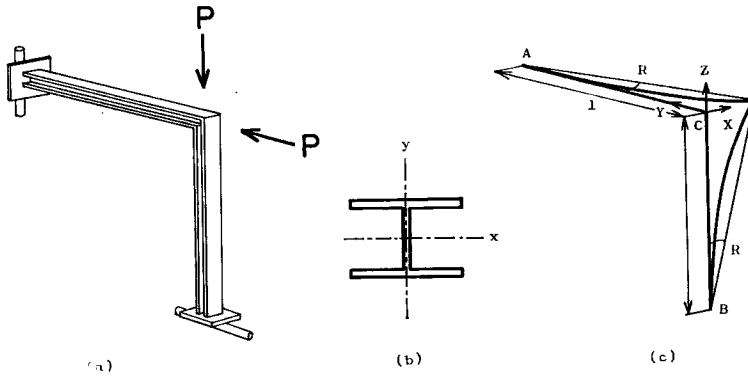


Fig. 1 Elbow-Type Frame with Wide Flange Section

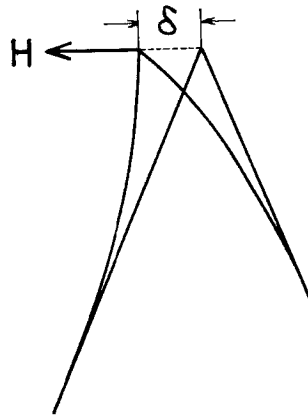


Fig. 2 Elbow-Type Frame under Horizontal Force

って求めることができる<sup>3)</sup>。

撓角法基礎式によって、部材 AC および BC の材端断面力が材端変形諸量で表されるから、Fig. 1 の肘形骨組の座屈荷重を求めるには、節点 C における X, Y, Z 軸まわりの微小回転角  $\theta_x, \theta_y, \theta_z$  および面外への部材回転角 R を未知数に選び、節点における 3 軸まわりのモーメントの釣合い条件をこれらの変形諸量で表した後、これらの変形諸量のすべてが零ではない条件を見出せば良い。今、問題の対称性に着目し、部材 AC のみに関する撓角法基礎式を下に記す。部材断面の主軸方向に、Fig. 1 (b) のように x, y 軸をとると、C 端における、x, y 軸まわりの曲げモーメント  $M_x^{CA}, M_y^{CA}$ 、ねじりモーメント  $M_t^{CA}$  および構面外方向への剪断力  $V_y$  は、上記境界条件に対して<sup>3)</sup>、

$$M_x^{CA} = \frac{\tau EI_x}{l} (\alpha_x \theta_x) \dots\dots\dots(1)$$

$$M_y^{CA} = \frac{\tau EI_y}{l} r_y (\theta_z - R) \dots\dots\dots(2)$$

$$M_t^{CA} = \frac{\tau EI_w}{l^2} \mu \frac{\theta_Y}{l} \dots\dots\dots(3)$$

$$V_y = -\frac{\tau EI_y}{l} \{\gamma_y \theta_Z - (\gamma_y - \zeta_y^2) R\} \dots\dots\dots(4)$$

ここに、

$$\alpha_x = \frac{\zeta_x \sin \zeta_x - \zeta_x^2 \cos \zeta_x}{2(1 - \cos \zeta_x) - \zeta_x \sin \zeta_x} \dots\dots\dots(5)$$

$$\beta_x = \frac{\zeta_x^2 - \zeta_x \sin \zeta_x}{2(1 - \cos \zeta_x) - \zeta_x \sin \zeta_x} \dots\dots\dots(6)$$

$$\gamma_y = \frac{\zeta_y^2 \sin \zeta_y}{\tan \zeta_y - \zeta_y} \dots\dots\dots(7)$$

$$\mu = \begin{cases} \frac{\zeta_t^3 \sin \zeta_t}{2(1 - \cos \zeta_t) - \zeta_t \sin \zeta_t} & (\text{反り拘束}) \\ \frac{\gamma_0^2 P - \tau GK}{\tau EI_w} & (\text{反り自由}) \end{cases} \dots\dots\dots(8)$$

$$\zeta_x = l\sqrt{P/\tau EI_x}, \quad \zeta_y = l\sqrt{P/\tau EI_y}, \quad \zeta_t = l\sqrt{\gamma_0^2 P - GK/\tau EI_w} \dots\dots\dots(9)$$

また、 $l$  は部材長、 $E$  は弾性係数、 $I_x$  は  $x$  軸まわりの断面 2 次モーメント、 $I_y$  は  $y$  軸まわりの断面 2 次モーメント、 $EI_w$  は反り剛性、 $GK$  はサンプソンの捩れ剛性、 $R$  は各部材に作用する軸圧縮力、 $A$  は断面積、 $\gamma_0^2 \equiv (I_x + I_y)/A$  であり、 $\tau$  は接線弾性係数とヤング係数との比であり、弾性域では  $\tau=1$  である。

これらを用いて、骨組が微小な変形を生じたときの釣合条件を書くと、

$$\sum M_x = 0 : \frac{\tau EI_x}{l} \alpha_x \theta_x = 0 \dots\dots\dots(10)$$

$$\sum M_y = 0 : \frac{\tau EI_w}{l^2} \mu \frac{\theta_Y}{l} + \frac{\tau EI_y l}{\gamma_y} (\theta_Y - R) = 0 \dots\dots\dots(11)$$

$$\sum M_z = 0 : \frac{\tau EI_y}{l} \gamma_y (\theta_Z - R) + \frac{\tau EI_w}{l^2} \mu \frac{\theta_Z}{l} = 0 \dots\dots\dots(12)$$

$$\sum V_x = 0 : -\frac{\tau EI_y}{l} \{\gamma_y \theta_Z - (\gamma_y - \zeta_y^2) R\} - \frac{\tau EI_y}{l} \{\gamma_y - \zeta_y^2\} R = 0 \dots\dots\dots(13)$$

となる。

面内の曲げは面外変形とは独立で、 $\theta_Y$ 、 $\theta_Z$ 、 $R$  のどれか一つは零でない条件より構面外座屈条件式は下のようになる。

$$\begin{vmatrix} \frac{\tau EI_y}{l} \gamma_y + \frac{\tau EI_w}{l^3} \mu & 0 & -\frac{\tau EI_y}{l} \gamma_y \\ 0 & \frac{\tau EI_y}{l} \gamma_y + \frac{\tau EI_w}{l^3} \mu & -\frac{\tau EI_y}{l} \gamma_y \\ -\frac{\tau EI_y}{l} \gamma_y & -\frac{\tau EI_y}{l} \gamma_y & -2(\gamma_y - \zeta_y^2) \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots(14)$$

上式を整理すると、

$$\frac{\tau EI_w}{l^2} \mu - \zeta_y \tan \zeta_y = 0 \dots\dots\dots(15)$$

となる。(15) 式を満足する  $P$  のうちで正の最小なるものが構面外座屈荷重  $P_{cr}$  である。

次に、この肘形骨組が Fig. 2 のように、節点 C において構面と垂直な水平力  $H$  を受けたとき、 $H$  とその方向の変位  $\delta$  との関係は、(11), (12), (13)の各式を用いて、

$$H = \frac{\frac{\tau EI_w \mu}{l^2}}{3\tau EI_y + \frac{\tau EI_w \mu}{l^2}} \frac{6\tau EI_y \delta}{l^2} \dots\dots\dots(16)$$

となる。

なお、本実験では弾性域のみ扱ったので、 $\tau=1$  となる。

### 3. 実験計画

本実験は「立体的座屈撓角法」を用いた理論値を実験的に確かめると同時に、構面外弾性座屈荷重に及ぼす部材端の反り抵抗の影響を調らべるために行なったものである。そのために反り抵抗の影響の最も大きいと考えられる構面外ピンの支持方法を採用した。このような支持点を持つ肘形ラーメンの構面外の安定性は部材の振れ抵抗のみによって保たれている。また、部材端の境界条件としては、両端で反り拘束とした\*。

ここでは試験体としてアルミニウム合金材を使用した。このアルミニウム合金は鋼材と比較すると、弾性係数は約1/3程度であり、一方弾性限界は鋼材と同程度の材質のもであり、弾性座屈を調べるのには適当であると考えられる。

なお、载荷には重錘荷重を用いた。

### 4. 試験体

本実験に使用したアルミニウム合金材は 74 S-T<sub>5</sub> であり\*\*、比較的弾性限界が高い。また、縦弾性係数は

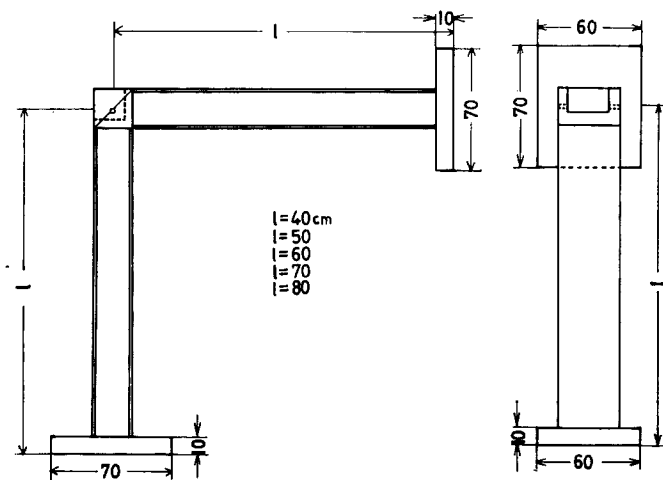


Fig. 3 Test Specimen (unit: mm)

\* 反り自由の場合も計画したが、節点で剛接とすることが困難なのでここでは反り拘束の場合についてのみ実験した。

\*\* これは日本軽合金材 K.K. 製品名で J.I.S. 規格にはないものである。成分は Zn : 4.3%, Mg : 1.7%, Mn : 0.7%, Al : 93.3% である。

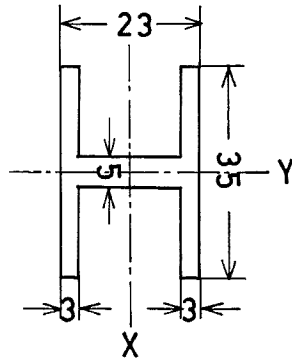


Fig. 4 Section of Members. (unit: mm)

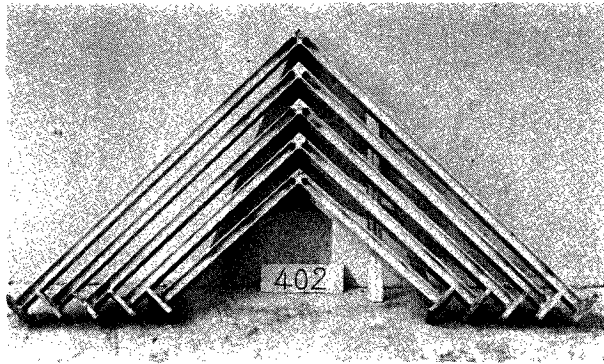


Photo 1 Test Specimens

短柱の圧縮試験の結果より  $709 \text{ t/cm}^2$  であった。圧縮試験は本実験に用いた H 形アルミニウム合金押し出し形材より材長 10 cm の短柱を切り取り一端固定，他端ピンの状態で行なった。その際，短柱の中央フランジ面 2ヶ所にワイヤーストレインゲージを貼付して歪を測定した。

理論計算に用いる場合のせん断弾性係数はポアソン比  $\nu=0.33$  として求めると  $266 \text{ t/cm}^2$  である。試験体の形状寸法は Fig. 3, Fig. 4, Photo 1 に示す。図に示すように二本の同一 H ( $23 \times 35 \times 5 \times 3$ ) 形アルミニウム合金押し出し形材を節点，柱脚部で反りを拘束するため，節点では同質のアルミニウム合金ブロックに，他端柱脚部では厚さ 1 cm の同質アルミニウム合金板にガス溶接した。この場合部材両端はほぼ完全に反り拘束の状態であると考えられる。このような試験体を部材長  $l$  が 40, 50, 60, 70, 80 cm (細長比  $\lambda=47 \sim 94$ ) のものを各々 2 体づつ計 10 体用意した。

## 5. 実験装置

実験装置の概略を Photo 2 に示す。試験体は溶接によって生じる残留歪により剛節点および柱脚部分で多少の寸法誤差が生じることは避けられない。このような試験体を鉛直にかつ余分な拘束力がはたらないよう取りつけるために次のような工夫をした。

- a) 実験装置全体を支持点が上下に移動できる 4 点で支持していること。
- b) Photo 3 に示すように試験体柱脚板と支持ピン装置のプレートの間に片面が勾配 1/25 の傾斜面であ

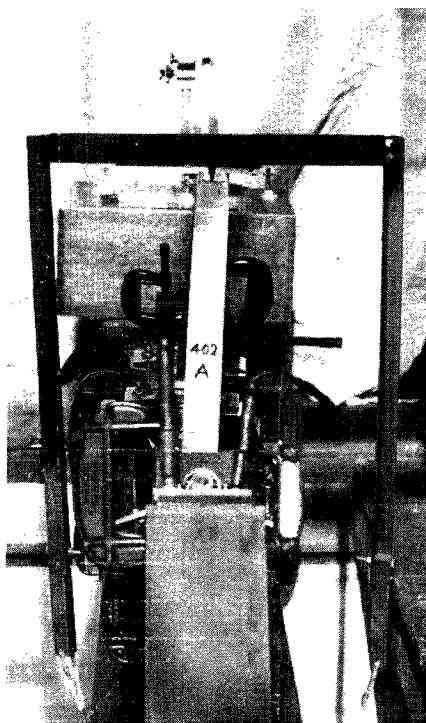


Photo 2 Experimental Apparatus

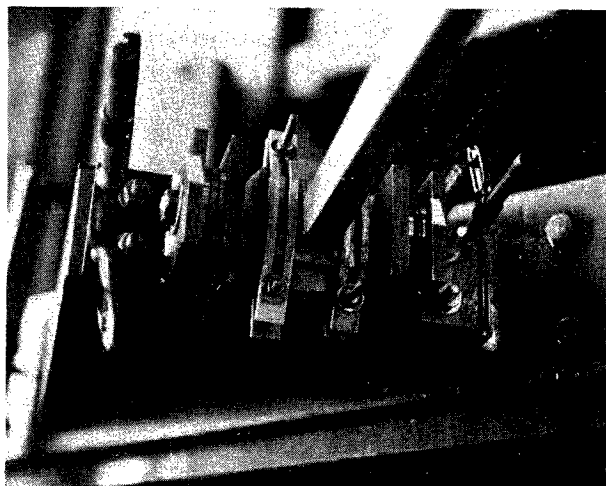


Photo 3 Pin Support

る円板を2枚入れて、それらの円板を回転することにより、柱脚の微小な傾きが調節できるようにしている。

c) 試験体を取りつける際に、試験体に余分な拘束力が働かないように、一方の支持台 (Photo 2) の下にボールベアリングを置いている。

これらの装置により、試験体をほぼ鉛直にし、しかも余分の拘束力が働かないように取りつけた後、次の二つの実験を行なった。

## 6. 構面外剛性実験

既に述べた通り、この実験に採用した構面外ピン支持の肘形ラーメンの場合、構面外方向の安定性は捩れ抵抗のみによって保たれている。そこで座屈荷重を調べるとともに、構面外方向の剛性を調べてみた。この剛性実験は座屈実験の前後で構面外 2 方向について調べた。Photo 4 に示すように重錘荷重を用いて、面外水平力  $H(g)$  を加え、節点の構面外方向の変位  $\delta$  (mm) を読みとり望遠鏡で測定した。

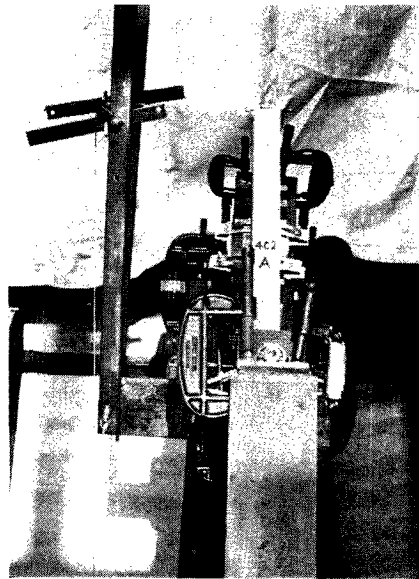


Photo 4 Experimental Apparatus

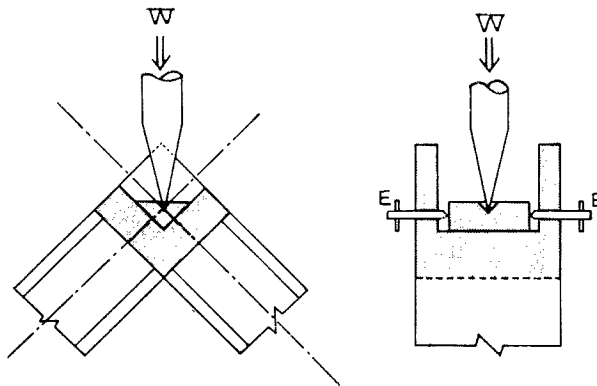


Fig. 5 Joint

## 7. 構面外座屈実験

**Photo 2** に示すように重錘荷重を用いて、節点に一点集中荷重を載荷する。節点における詳細を **Fig. 5** に示す。この図に示すように載荷点は微動ネジ  $E$  によって構面外方向に移動できるようになっている。

測定は剛性実験と同様に荷重  $W$  (kg) に対する構面外方向の節点の変位  $\delta$  (mm) を読み取り望遠鏡で測定した。この実験では、まず予想座屈荷重の80%の予備載荷を行ない、載荷点の構面外方向への微小移動と、全装置の4支持点の上下移動によってほぼ完全に中心圧縮となるように予備載荷をくりかえす。しかる後に本座屈実験を行なった。

座屈実験は各試験体について柱脚部を入れかえて2度づつ行なった。

## 8. 結果ならびに考察

**Photo 1** に構面外座屈後の状態を示す。

**Fig. 8** (a), (b) に座屈実験の前後に行なった構面外方向への剛性実験の実験値と理論値を示す。これらの図において、実線は部材両端で反り拘束の場合の理論値であり、破線は部材両端で反り自由の場合の理論値を示している。◎, △印は構面外二方向への変位に対する実験値を示している。これらの図は  $l=50$  cm の◎ときの結果を示しているが、他の部材長に対する試験体の場合もほぼ同様の結果が得られた。

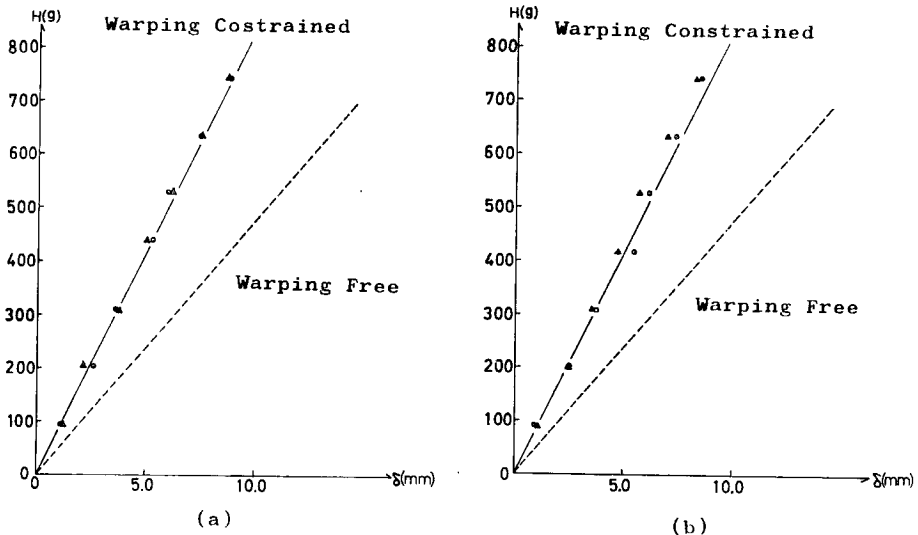


Fig. 6 Horizontal Force vs out-of lane Displacement

これらの結果より、実験値は両端反り拘束の場合の理論値に非常によく一致しており、また座屈実験前後における実験値もほぼ同様の結果を示しており、試験体は一度座屈してもほとんど座屈前と同じ状態にもどっているものと考えられる。

**Fig. 7** に構面外座屈実験時の荷重-変形曲線の一例を示す。たて軸の  $W$  (kg) が荷重で、各部材の軸力  $P$  の  $\sqrt{2}$  倍に等しい。荷重が座屈荷重近くなると変形量が急に増加し、明確な座屈現象を示している。

**Fig. 8** に座屈荷重  $W_{cr}$  と材長  $l$  との関係を示している。この図において実線は部材両端で反り拘束の場合の理論値であり、破線は両端反り自由の場合の理論値を示している。実験値は◎, ×印で示されており、両端反り拘束の理論値によく一致している。



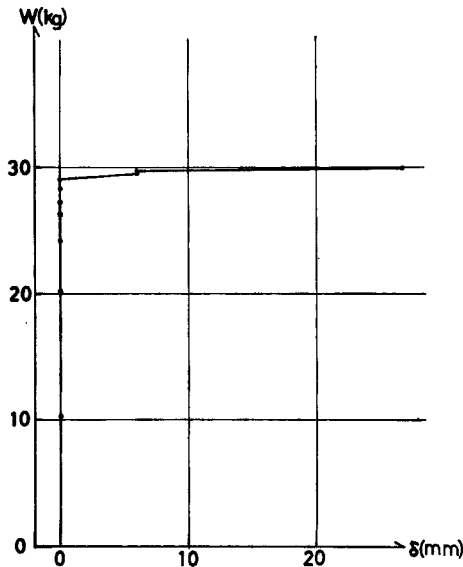


Fig. 7 Load vs out-of Plane Displacement

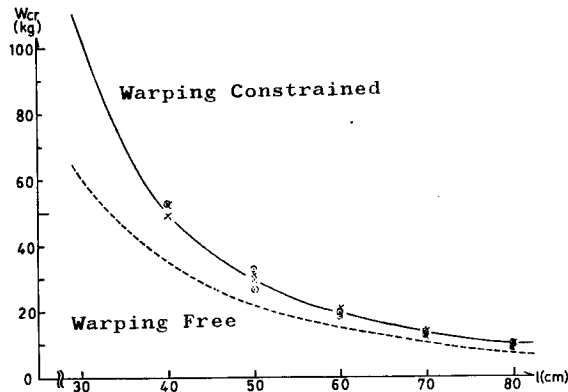


Fig. 8 Buckling Load vs Member Length

参 考 文 献

- 1) Bleich, F. and Breich, H.: "Die Stabilität räumlicher Stabverbindungen," Zeitschrift des Österr Ingenieur und Architekten Vereines, Heft 37/38, 1928, S. 345.
- 2) E. Chwalla: "Über des Auskippen zweistabiger Rahmen," Der Stahlbau, Heft 21/22, 1938, S. 161.
- 3) 横尾義貫・若林 実・野中泰二郎：曲げ捩れの影響を考慮した立体ラーメンの座屈撓角法，日本建築学会論文報告集，第69号，1961，281—284頁，；  
 若林 実・野中泰二郎：“薄肉開断面材よりなる骨組の立体座屈撓角法—その1，基礎式，”日本建築学会近畿支部研究報告集，構造・材料・施工，1966，129—132頁；  
 若林 実・野中泰二郎・岡本晴仁：“薄肉開断面材よりなる骨組の立体座屈撓角法—その2，例題，”日本建築学会論文報告集，号外，1967，438頁。
- 4) J.D. Renton: "Stability of Space Frames by Computer Analysis," Journal of the Structural Division, Proc. ASCE, Vol. 88, No. ST4, 1962, pp. 81-103.