

# 水田地帯における流出解析について(2)

豊 国 永 次

## RUNOFF ANALYSIS IN PADDY FIELD BASIN

By *Eiji* TOYOKUNI

### Synopsis

The linearity of runoff phenomena in the drainage basin of a paddy field which is extended only with a rectangular network system consisting of lateral, branch and main drainage channels has been discussed.

In such a system, the flow is apt to change from uniform flow to non-uniform flow with pondage action, and this tendency is rapidly accelerated when the flow exceeds the capacity of drainage channel.

Considering the above phenomenon, a fundamental equation for flood routing in the system has been derived. When the flow has pondage action, the fundamental equation approaches the linear differential equation, and the equation for the unit-graph is derived by using the technique of convolution in the Laplace transformation. In this paper, the limit for application of the unit-graph has been also discussed.

### 1. ま え が き

水田地帯における雨水は、貯留機能の大きい水田区画より末端、支線、幹線へと続く排水路組織を通して流出する。こうした流出過程を物理的に説明しようとする試みについては、任田<sup>1)</sup>やわれわれ<sup>2)</sup>の研究があるが、このような地域に広く適応性をもつと目されている単位図法との関連について、論及したものはほとんど見当たらない。

本報では、まずこうした水田地帯における雨水の流出現象を巨視的に扱う方法、すなわち、流出過程に応じた雨水追跡の実用的方法を考察し、雨水流下量が水路の通水能力を越えてはんらんを伴う段階では、みかけ上追跡基礎式が線型化する傾向をもつことを指摘するとともに、従来水田地帯によく適合するといわれてきた単位図法の適応性についても理論的に考察し、その範囲を明らかにしようとするものである。

### 2. 各流出過程における雨水流の特性とその追跡法

#### 2. 1. 流域モデル

水田地帯における雨水の流出過程は、いうまでもなく、水田区画に降った雨が末端排水路へ流出する段階、末端流下段階、支線流下段階およびこれらを集めて下流排水地点に至る幹線段階よりなっている。

一般に水田流域は緩こう配の平坦低平地に多く、したがってこうした排水路網もまた緩こう配かつ疎通能力の小さいものが大部分を占めていることが多い。さてこのような排水路内の流れは複雑であって、水理学的には不完全乱流状態にあり<sup>3)</sup>、みかけ上抵抗係数はかなり大きく変化すること<sup>4)5)</sup>などがいわれている。またこのような水路網に対する水理計算としては Escoffier の図解法を用いて解く試み<sup>6)</sup>などもなされているが、いまなお未解明な問題が多い。こうしたことはこのような排水路網内の流れはかなりの貯留効果を含む

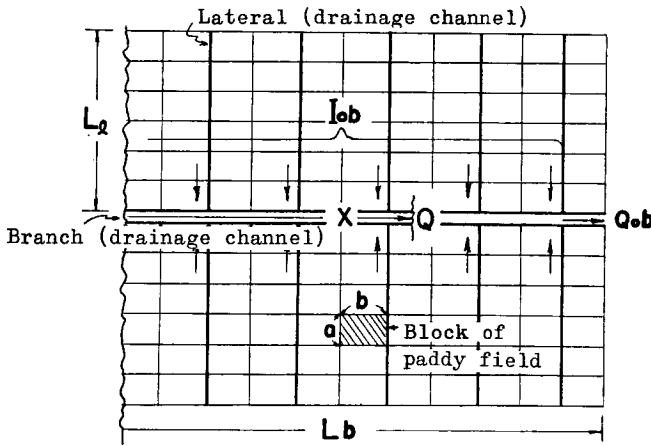
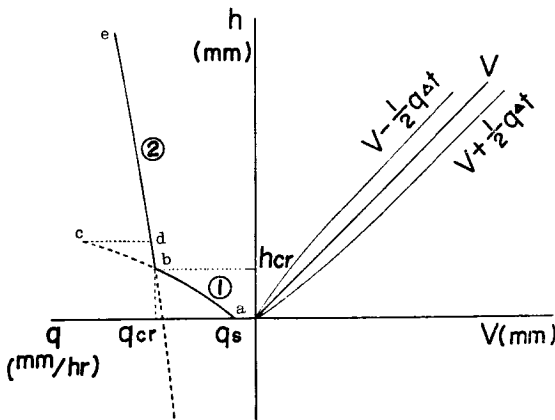
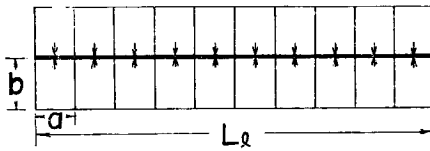


Fig. 1 Model of drainage channel system.



h ; Water level on sill of notch  
 q ; Discharge from the unit area  
 V ; Storage volume

Fig. 2 Relation between runoff capacity and storage in the paddy field.

である。このことを念頭におきながら、完全越流、不完全越流の領域についていさ少し詳細に考察してみよう。

**a) 完全越流領域** この領域では、雨水の流出能は直接欠口の大きさによって異なるが、概略その越流水深の $\frac{1}{2}$ 乗に比例する形となり、その追跡基礎式は次式のようなになる。

不等流ないし不定流状態にあることを物語っており、雨水流出現象を微視的な立場からにわかには統一的に説明することの困難性を示しているものといえる。

そこでここではこうした複雑な問題を簡明化するため、まず流域は、各支線排水路の支配する流域を一単位流域と考え、そこでは Fig. 1 に示すように、整然とした排水路網が構成されているものとする。

### 2. 2. 水田区画から末端排水路への流出

水田地帯を構成している各水田区画の降雨流出関係は一種の容量一抵抗系とみることができる。水田区画から末端排水路への流出は、多くの実例によると末端排水路水位が低い間は巾 20cm 前後の欠口を通して行なわれる。任田<sup>1)</sup>はその強度を流出能と名付けたが、これは Fig. 2 の①、②の曲線で示される。①は欠口流出が完全越流の領域、②は末端排水路水位の影響のため、流出能がその通水能力に規制される領域（ここでは一応不完全越流領域と呼ぶ）を示す。この場合各時刻の流出能は、降雨量を流入量、流出能を流出量とする通常の図解法<sup>1)</sup>によって算定することができる。ここで留意すべきことは、不完全越流領域ではたとえば本来ならば水田からの流出量が c 点にあるべきものが d 点に止まり、c~d 間の流量差がその時間に逆に水田区画内にはんらん貯留されることを示している、あるいは逆にいえば、排水路内水位の変動が極度に微小化していることが了解されること

$$\frac{M}{(r_0 - q_s)^{1/3}} \frac{dr_0}{dt} + r_0 = r_e \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 $M = \frac{2}{3} \left( \frac{F}{\gamma N C b'} \right)^{2/3}$

$F$ ：末端排水路支配面積， $q_s$ ：けいはん浸透量， $b'$ ：水田欠口中， $N$ ：水田区画数， $\gamma$ ：換算係数  
 $3.6 \times 10^6$ ， $C$ ：欠口の流量係数，

この式は非線型であるから計算は、図解法もしくは数値計算による必要がある。この領域の上限水位  $h_{cr}$  は Fig. 2, Fig. 3 を参照して次のように与えられる。

$$h_{cr} = \left[ \left\{ \left( \frac{B_0^3}{27} + A_0 \right) + \sqrt{\frac{B_0^3 A_0}{27} + \frac{A_0^2}{4}} \right\}^{1/3} + \frac{B_0^2}{9 \left\{ \left( \frac{B_0^2}{27} + A_0 \right) + \sqrt{\frac{B_0^2 A_0}{27} + \frac{A_0^2}{4}} \right\}^{1/3}} + \frac{B_0}{3} \right]^2 \dots\dots\dots(2)$$

ここに、 $A_0 = \frac{1}{N C b'} \left( Q_0 - \frac{F}{\gamma} q_s \right)$ ， $B_0 = \frac{1}{p H_0} \frac{Q_0}{N C b'}$ ， $Q_0 = (A_0/k)^{1/\nu}$

$k, p$ ：末端排水路の特性を示す定数，

一般にこうした水田地帯における末端排水路の通水能力は 2~10mm/hr の程度であるから、 $h_{cr}$  は数 cm 程度にすぎない。こうした実状を考慮すると、①の領域でも水位と流出能の関係を直線近似できることが多い。

**b) 不完全越流領域** この領域においては、田面の貯留はんらんによって排水路の水位変動は、きわめて小さくなるから、実用上充分の精度をもつ次の近似式が得られる (Fig. 3)。

$$A = k Q^\nu \rightarrow A = \alpha Q + A_c \dots\dots\dots(3)$$

ここに、 $A'/A_0 \ll 1$ ， $\alpha = A_0 p / Q_0$ ， $A_c = (1-p)A_0$ ，

$A$ ；末端排水路の通水断面積， $Q$ ；末端排水路の流量， $k, p$ ；末端排水路の特性を示す定数。

このように運動方程式が 1 次の関係で表現しうる範囲は貯留はんらんの卓越する流出場ではじめて近似的に成立するのであって、このことは一般に貯留効果の大きい欧米の大河川あるいは低平地の開水路を対象として Horton 型の貯留方程式<sup>9)</sup>を仮定した解析法<sup>9), 10)</sup>、あるいはまた単位図法などにより算定した結果がかなり適合性が高いといわれていることに対する一つの論拠を与えるものと考えられる。

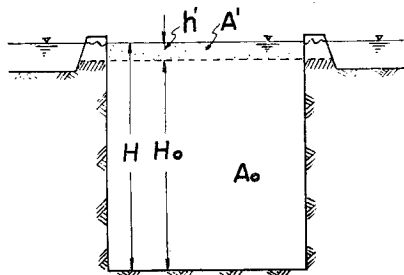


Fig. 3 Flow exceeding the capacity of drainage channel.

さて、(3)式が成立する範囲ではもはや a) で述べたような図解法的手法をとる必要はなく、末端排水路支配区域を対象とする連続式

$$r_e - r_0 = dh/dt \dots\dots\dots(4)$$

$r_e$ ；有効雨量 (mm/hr)， $h$ ；水田貯留量 (mm)，  
 $r_0$ ；水田区画からの流出量 (mm/hr)

とから、次のような線型の追跡基礎式をうる。

$$K \frac{dr_0}{dt} + r_0 = r_e \dots\dots\dots(5)$$

ここに  $K = p H_0 / q_0$ ， $q_0 = \frac{\alpha}{F} \left( \frac{A_0}{k} \right)^{1/\nu}$ 。

いま  $h = h_{cr}$  に達した時間を原点として、初期条件  $(r_0)_{t=0} = r_{0cr}$  とする (5) 式の像方程式は次式により表わされ

$$r_0(s) = \frac{1}{Ks+1} r_e(s) + \frac{1}{Ks+1} K r_{ocr} \dots\dots\dots(6)$$

そのブロックダイアグラムは Fig. 4 のようになる。

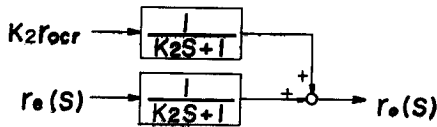


Fig. 4 Block diagram for a block of paddy field.

いま  $\frac{1}{Ks+1} = W_{r_0}(s)$  とおき、逆変換すると (6)

式は

$$\left. \begin{aligned} r_0(t) &= \int_0^t w_{r_0}(\tau) r_e(t-\tau) d\tau + r_{ocr} \exp(-t/K) \\ w_{r_0}(t) &= \frac{1}{K} \exp(-t/K) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7)$$

この式は明らかに  $w_{r_0}(t)$  を単位図として重ね合せの法則が適用できることを意味し、その単位図はさきに著者が水田区画からの流出に対して与えた結果<sup>11)</sup>あるいは Nash の linear reservoir model<sup>12)</sup>のそれと類同のものであるが、指数関数的に減衰してゆく初期値の効果が附加されていることに注意を要する。

いま、単位図の有用なパラメーターである時定数  $K$  および初期値の効果について概算してみると、末端排水路の通水能力  $q_0 = 5\text{mm/hr}$  を対象としても  $K$  は数10時間程度にもなり、貯留はんらん効果の卓越するきわめてのろまな系であることがわかる。このため初期値の効果も長時間にわたって持続し、それが60%にてい減するのに1日以上を要するいわゆる基底流量的な性格をもち、結局こうした状態での流出 hydrograph は、初期値のてい減曲線上に単位図によって求めた hydrograph をのせたものと考えることが出来る。一般に用排分離のできていない排水路では、通常欠口底に近いところまで貯水状態にあることが多い。このような地域ではいまでもなく初期値  $(r_0)_{t=0}$  は0と考えて差支えなく、水田区画からの流出は単位図のみで表現できることになる。

2. 3. 末端排水路における雨水流

排水路の流れを、水田区画からの流出量を横流入とする開水路の流れと考えると、周知のようにその基礎式は、慣用記号を用いて次式で示される。

$$A = kQ^n, \quad \partial A / \partial t + \partial Q / \partial x = \alpha'(2br_0) \dots\dots\dots(8)$$

実用上の計算では、この式の特性曲線を用いて排水路下流端の hydrograph を求めることができるが<sup>7), 2)</sup>、ここでは一貫して貯留効果を考慮した追跡を考えてみる。

いま、Fig. 5 のように末端排水路区間を 追跡単位 にとり、排水路の全長 ( $L_l$ ) に対する流入量を  $I_0 (= \alpha' F r_0)$ 、排水路下流端における流量を  $Q_0$ 、上流端から  $x$  の距離における流量を  $Q$  とし、 $(Q)_{x=L_l} = Q_0$ 、 $(dQ/dx)_{x=0} = I_0/L_l$  なる境界条件をみたす関数として、Tholin らの式<sup>12)</sup>をも参考にして、

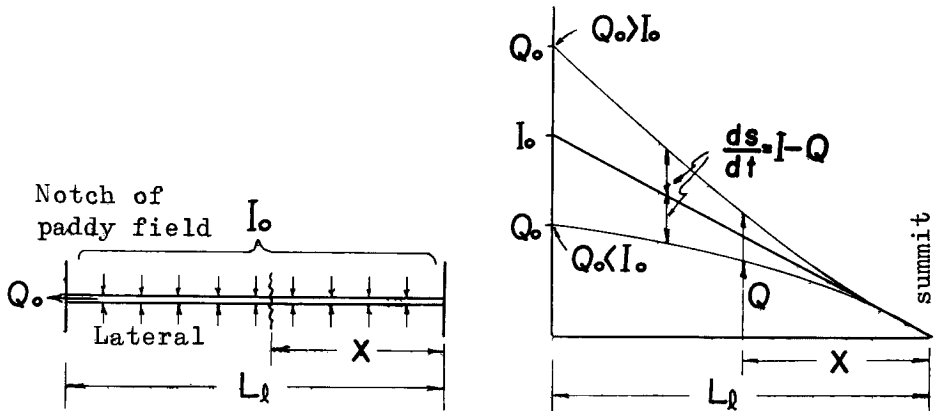


Fig. 5 Distribution of discharge along lateral drainage channel.<sup>12)</sup>

$$Q = \frac{x}{L_i} \left[ I_0 - \frac{x}{L_i} (I_0 - Q_0) \right] \dots\dots\dots (9)$$

あるいはこの近似関数として次式を考える。

$$Q = \frac{x}{L_i} I_0 \left[ 1 - \frac{x}{L_i} \left\{ 1 - \left( \frac{Q_0}{I_0} \right)^p \right\} \right]^{1/p} \dots\dots\dots (10)$$

(8) 式と (10) 式とから、貯留方程式は次のように表示される。

$$S = \int_0^{L_i} A dx = \frac{kL_i}{p+1} \left\{ \left( 1 - \frac{p+1}{p+2} \right) I_0^p + \frac{p+1}{p+2} Q_0^p \right\} \dots\dots\dots (11)$$

したがって、連続式 ( $I_0 - Q_0 = dS/dt$ ) と組合せて、追跡基礎式は次式で表わされる。

$$kL_i \frac{p}{p+2} Q_0^{p-1} \frac{dQ_0}{dt} + Q_0 = I_0 - \frac{kL_i}{p+1} \left( 1 - \frac{p+1}{p+2} \right) p I_0^{p-1} \frac{dI_0}{dt} \dots\dots\dots (12)$$

この追跡式は非線型であるから、実用上からは差分の型に直し、追跡単位時間を考慮して<sup>1), 2), 14)</sup> 計算を行なうことになる。

ところで、末端排水路の水位がその通水能力を越える状態にいたると、前項で述べたように、運動の式は (3) 式の関係が成立するようになる。したがって、貯留方程式は、

$$S = \frac{\alpha L_i}{2} \left\{ \frac{1}{3} I_0 + \frac{2}{3} Q_0 \right\} + A_c L_i \dots\dots\dots (13)$$

となり、追跡基礎式は次のような線型表示となる。

$$\frac{\alpha}{3} L_i \frac{dQ_0}{dt} + Q_0 = I_0 - \frac{\alpha}{6} L_i \frac{dI_0}{dt} \dots\dots\dots (14)$$

したがって、初期条件を ( $Q_0$ )<sub>t=0</sub> =  $Q_c$ 、( $I_0$ )<sub>t=0</sub> =  $I_c$  とする (14) 式の像方程式は、 $-\frac{\alpha}{3} L_i = T$  とおいて

$$Q_0(s) = \frac{1 - \frac{1}{2} Ts}{Ts + 1} I_0(s) + \frac{1}{Ts + 1} \left\{ \frac{1}{2} T I_c + T Q_c \right\} \dots\dots\dots (15)$$

となり、そのブロックダイアグラムは Fig. 6 のように表わされる。

$\frac{1 - \frac{1}{2} Ts}{Ts + 1} = W_i(s)$  とおくと、末端排水路下流端における流出量は次式により表示される。

$$Q_0(t) = \int_0^t w_i(\tau) I_0(t - \tau) d\tau + \left\{ \frac{1}{2} I_c + Q_c \right\} \exp(-t/T) \dots\dots\dots (16)$$

Fig. 6 Block diagram for lateral drainage channel.

この式は (7) 式と同様、流出量  $Q_0(t)$  が流入量  $I_0(t)$  をもとに単位図法的に求まる hydrograph

に、第 2 項で示される初期値の効果を加えて表示しうることを示している。ここに  $w_i(t)$  はこのときの単位図で、次の関係がある。

$$w_i(t) = \frac{3}{2T} \exp(-t/T) - \frac{1}{2} \delta(t) \dots\dots\dots (17)$$

ここに  $\delta(t)$  はデルタ関数である。この  $w_i(t)$  は、いわゆる System analysis における重み関数に相当するもので、これの Indicial response  $\varphi(t)$  から、 $w_i(t)$  の特性を調べると、

$$\varphi(t) = \int_0^t w_i(\tau) d\tau = 1 - \frac{3}{2} \exp(-t/T) \dots\dots\dots (18)$$

すなわち、 $\{\varphi(t)\}_{t=0} = -\frac{1}{2}$ 、 $\{\varphi(t)\}_{t=0.4055T} = 0$ 、 $\{\varphi(t)\}_{t=\infty} = 1$  なる値をとり、 $t=0 \sim 0.4055T$  までの

間は負値をとる関数であることがわかる。負値をとるのは初期値の影響であることは、 $Q_0(t)$  の解を与える (16) 式と対照して容易に了解できるであろう。

次にこの単位図の重要なパラメーターである時定数  $T$  を概算してみると、一般の末端排水路 ( $L_i=500\text{m}$ ,  $p=0.7$ ,  $Q_0/A_0=0.5\text{m/sec}$ ) において  $T=5$  分程度であり、前述の水田区画と比べると、きわめて即応性の系であることがわかる。したがって、初期値の効果は時間の経過とともに急速に減衰し、25分もすると1%以下となり、事実上消滅する特性をもっている。このため、これ以後の追跡計算では単位図法のみで取扱えることがわかる。

#### 2. 4. 支線排水路における雨水流

支線排水路においては末端排水路より横流入を受ける流れとみられ、実用計算では Fig. 1 より了察されるように、その横流入量は距離的に一様であるとしてよい。したがって支線排水路区間を追跡単位にとり、末端排水路におけると同様な考え方で追跡すればよいが、上流端からの流入がある場合は取り扱いが若干異なる。

1) 上流端より流入がない場合 Fig. 1 に示すように、支線排水路を追跡単位区間として、流入量を  $I_{0b}$ 、貯留量を  $S_b$ 、下流端流出量を  $Q_{0b}$ 、とすると、貯留方程式および追跡基礎式はそれぞれ次式で表示される。

$$S_b = \frac{k_b L_b}{p'+1} \left\{ \left( 1 - \frac{p'+1}{p'+2} \right) I_{0b}^{p'} + \frac{p'+1}{p'+2} Q_{0b}^{p'} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

$$\frac{k_b L_b p'}{p'+2} Q_{0b}^{p'-1} \frac{dQ_{0b}}{dt} + Q_{0b} = I_{0b} - \frac{k_b L_b}{p'+1} \left( 1 - \frac{p'+1}{p'+2} \right) p' I_{0b}^{p'-1} \frac{dI_{0b}}{dt} \dots\dots\dots (20)$$

(20) 式は非線型であり、実用上からは前節同様差分に直して追跡を行なうことになる。しかしながら、次の状態になると、支線排水路においても運動方程式が近似的に1次関係で表示できるようになる。

i) 支線排水路通水能力 > 末端排水路通水能力なる場合；末端排水路において通水能力を越えると、前節で述べたように水田区画でははんらん貯留がきわめて大きく、こうした効果のために末端排水路水位はもちろん、支線排水路水位の変動も緩慢となる。

ii) 支線排水路通水能力 < 末端排水路通水能力なる場合；この場合は支線排水路沿いの田面すなわち末端排水路下流部の田面より貯留はんらんが進行し、こうした効果によって支線排水路水位は次第に緩慢な変動となる。また末端排水路の水面形はせき上げ背水となり、たん水前線は徐々に上流へと進む。

さて、こうした貯留はんらんによって支線排水路の水位変動が緩慢となると、微小変動の取扱いができるようになり、(19)、(20) 式は次のような線型表示ができる。

$$S_b = \frac{\alpha_b L_b}{2} \left\{ \frac{1}{3} I_{0b} + \frac{2}{3} Q_{0b} \right\} + A_{0b} L_b \dots\dots\dots (21)$$

ここに  $A_{0b} = (1-p')A_0$ ,  $\alpha_b = A_0 p' / Q_0$ ,  $Q_e = \left( \frac{A_0}{k_b} \right)^{1/p'}$

$$\frac{\alpha_b L_b}{3} \frac{dQ_{0b}}{dt} + Q_{0b} = I_{0b} - \frac{\alpha_b L_b}{6} \frac{dI_{0b}}{dt} \dots\dots\dots (22)$$

初期条件を  $(Q_{0b})_{t=0} = Q_0'$  ( $I_{0b})_{t=0} = I_0'$  としたときのブロックダイアグラムは末端排水路におけるものと同様に Fig. 7 のようになり、(22) 式の解は次式で表示され、末端排水路と同様な関係がえられる。

$$Q_{0b}(t) = \int_0^t w_b(\tau) I_{0b}(t-\tau) d\tau + \left( \frac{1}{2} I_0' + Q_0' \right) \exp(-t/T') \dots\dots\dots (23)$$

ここに  $T' = \alpha_b L_b / 3$ ,

$$w_b(t) = \frac{3}{2T'} \exp(t/T') - \frac{1}{2} \delta(t) \dots\dots\dots (24)$$

また、 $\varphi_b(t) = \int_0^t w_b(\tau) d\tau = 1 - \frac{3}{2T'} \exp(-t/T') \dots\dots\dots (25)$

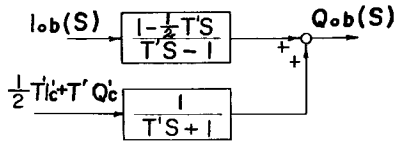


Fig. 7 Block diagram for branch drainage channel (without inflow from the summit)

$I_0$  と  $I_{0b}$  を組合せて、次のように表示する。

いま、時定数  $T'$ 、初期値の効果について検討してみると、一般に流下距離が末端排水路のそれより大きいため  $T'=10$  分前後の値となり、初期値の効果は45分程度経つと1%以下となり、事実上消滅する特性をもつことがわかる。したがってこれ以後の追跡計算では単位関法のみにより取扱える。

2) 上流端から流入のある場合 Fig. 8 に示すように、支線排水路上流端よりの流入量を  $I_0$ 、横流入量を  $I_{0b}$ 、下流端における流出量を  $Q_{0b}$  として、上流端より  $x$  の距離の流量  $Q$  を、

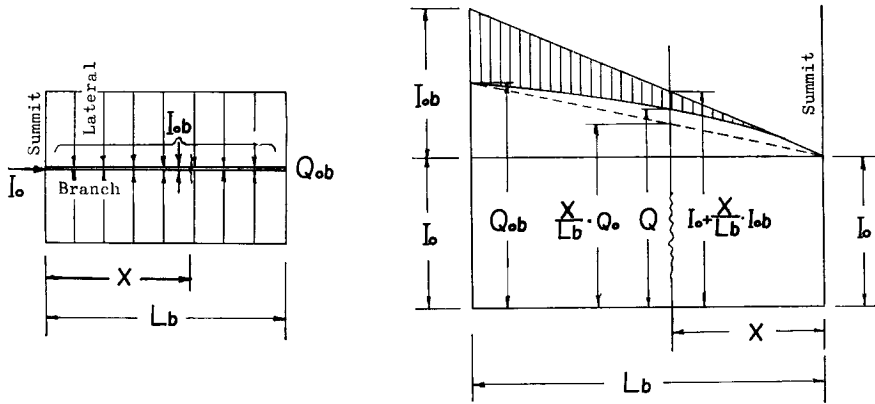


Fig. 8 Distribution of discharge along branch drainage channel.

$$Q = \left( I_0 + \frac{x}{L_b} I_{0b} \right) \left( 1 - \frac{x}{L_b} \left( 1 - \frac{1}{I_0 + \frac{x}{L_b} I_{0b}} \frac{x}{L_b} Q_{0b} \right) \right) \dots \dots \dots (26)$$

また近似関数として、

$$Q = \left( I_0 + \frac{x}{L_b} I_{0b} \right) \left[ 1 - \frac{x}{L_b} \left\{ 1 - \left( \frac{1}{I_0 + \frac{x}{L_b} I_{0b}} \frac{x}{L_b} Q_{0b} \right)^p \right\} \right]^{1/p} \dots \dots \dots (27)$$

したがって貯留方程式は

$$S = k_b L_b \left[ \frac{1}{(p'+1)I_{0b}} \left\{ (I_0 + I_{0b})^{p'+1} - I_0^{p'} \right\} - \frac{(I_0 + I_{0b})^{p'+1}}{(p+1)I_{0b}} + \frac{(I_0 + I_{0b})^{p'+2} - I_0^{p'+2}}{(p'+1)(p'+2)I_{0b}^2} + \frac{Q_{0b}^{p'}}{p'+2} \right] \dots \dots \dots (28)$$

のようになり、これと連続式  $(I_0 + I_{0b} - Q_{0b} = dS/dt)$  とから追跡基礎式がえられるが、非線型となるので差分の型に直して追跡することになる。

しかし、前項同様貯留はんらんの卓越する範囲では、貯留方程式、追跡基礎式はそれぞれ次の線型表示となる。

$$S = \alpha L_b \left\{ \frac{I_0}{2} + \frac{I_{0b}}{6} + \frac{Q_{0b}}{3} \right\} + A_c L_b \dots \dots \dots (29)$$

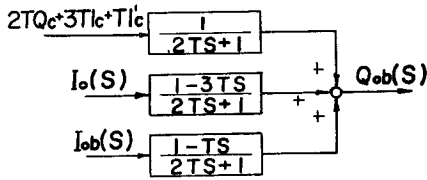
ここに  $\alpha = A_0 p' / Q_c$ ,  $Q_c = (A_0 / k_b)^{1/p'}$ ,  $A_c = (1 - p') A_0$ .

$$2T \frac{dQ_{0b}}{dt} + Q_{0b} = I_0 - 3T \frac{dI_0}{dt} + I_{0b} - T \frac{dI_{0b}}{dt} \dots \dots \dots (30)$$

ここに  $\alpha L_b / 6 = T$ .

初期条件を  $(Q_{0b})_{t=0} = Q_c$ ,  $(I_0)_{t=0} = I_c$ ,  $(I_{0b})_{t=0} = I'_c$  とする (30) 式のブロックダイアグラムは Fig. 9 に示すようになり, 下流端における流出量  $Q_{0b}(t)$  は次式で表示される。

$$Q_{0b}(t) = \int_0^t w_{I_0}(\tau) I_0(t - \tau) d\tau + \int_0^t w_{I_{0b}}(\tau) I_{0b}(t - \tau) d\tau + \frac{1}{2} \left\{ 2Q_c + 3I_c + I'_c \right\} \exp(-t/2T) \dots \dots \dots (31)$$



$$\left. \begin{aligned} \text{ここに, } w_{I_0}(t) &= \frac{5}{4T} \exp(-t/2T) - \frac{3}{2} \delta(t) \\ w_{I_{0b}}(t) &= \frac{3}{4T} \exp(-t/2T) - \frac{1}{2} \delta(t) \end{aligned} \right\} (32)$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{I_0}(t) &= 1 - \frac{5}{2} \exp(-t/2T) \\ \varphi_{I_{0b}}(t) &= 1 - \frac{3}{2} \exp(-t/2T) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (33)$$

Fig. 9 Block diagram for branch drainage channel (inflow from the summit).

すなわち, 上流端流入量  $I_0(t)$ , 横流入量  $I_{0b}(t)$  に対して, それぞれの単位図によって算定される hydrograph と, さらに初期値に対する補正値を加えさせて下流端の流出量  $Q_{0b}(t)$  が求められることを示している。なお, この場合の時定数, 初期値の効果は上流端よりの流入のない場合とほぼ同程度の規模と考えてよい。

さて, 上述のように上流端からの流入がある場合,  $w_{I_0}(t)$ ,  $w_{I_{0b}}(t)$  なる2つの単位図によって合成されることになるが, 一般に支線排水路の時定数は10分前後で, 即応性の系であるから, 末端排水路の長さがほぼ等しいとみなしうる場合, 近似的に  $I_{0b} = \beta I_0$  ( $\beta$ ; 面積比) なる関係が成立するはずである。したがって, 追跡基礎式ならびにその解は次式

$$2T \frac{dQ_{0b}}{dt} + Q_{0b} = (1 + \beta) I_0 - (3T + T\beta) \frac{dI_0}{dt} \dots \dots \dots (34)$$

$$Q_{0b}(t) = \int_0^t w_{I_0}(\tau) I_0(t - \tau) d\tau + B(I_c, Q_c, t) \dots \dots \dots (35)$$

ここに  $B(I_c, Q_c, t)$  は初期値の効果を示す項。

のようになり, 1つの単位図  $w_{I_0}(t)$  と初期値に対する補正項の和として表示できることになる。

2. 5. 幹線排水路における雨水流

幹線排水路に対しては, 一般に各支線排水路の長さが異なるので, もはや均一な横流入があるとする取り扱いはいできない。したがって幹線排水路における追跡は支線排水路が合流する区間を追跡単位として取り扱う必要がある。この場合流入は上流端のみで一層簡単であり, Fig. 10 に示す記号を用いて貯留方程式, 追跡基礎式は次のようになる。

$$S = \frac{K L_m}{2} (I_0^p + Q_0^p) \dots \dots \dots (36)$$

$$\frac{K L_m P}{2} Q_0^{p-1} \frac{dQ_0}{dt} + Q_0 = I_0 - \frac{K L_m P}{2} I_0^{p-1} \frac{dI_0}{dt} \dots \dots \dots (37)$$



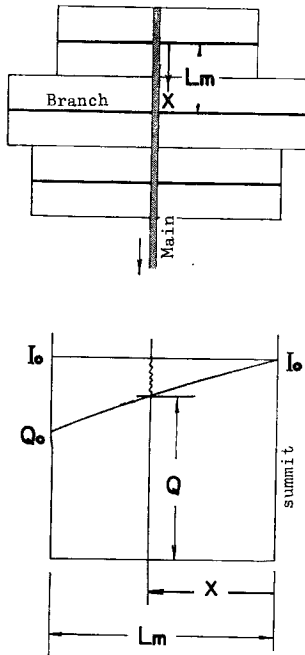


Fig. 10 Distribution of discharge along main drainage channel.

この追跡は前節同様、差分に直して行なうことになる。さて、幹線排水路においても、支線排水路の節で考察したと同様に、末端、支線、幹線排水路においてそのいずれかが通水能力を越えると、はんらん貯留効果が卓越して急速に水位変化が緩慢になるから、微小変動の取り扱いができるようになる。したがって、こうした状態の貯留方程式、追跡基礎式は次式となる。

$$S = T_m(I_0 - Q_0) + A_c L_m \dots\dots\dots(38)$$

$$\text{ここに } T_m = \alpha L_m / 2, \alpha = A_0 P / Q_c, A_c = (1 - P) A_0, \\ Q_c = (A_0 / K)^{1/P}$$

$$T_m \frac{dQ_0}{dt} + Q_0 = I_0 - T_m \frac{dI_0}{dt} \dots\dots\dots(39)$$

初期条件を  $(Q_0)_{t=0} = Q_c, (I_0)_{t=0} = I_c$  とする (39) 式のブロックダイアグラムは Fig. 11 のようで、追跡下流端における流出量は次式で表わされる。

$$Q_0(t) = \int_0^t w_m(\tau) I_0(t - \tau) d\tau + (Q_c + I_c) \exp(-t/T_m) \dots\dots\dots(40)$$

$$w_m(t) = \frac{2}{T_m} \exp(-t/T_m) - \delta(t) \dots\dots\dots(41)$$

$$\phi_m(t) = 1 - 2\exp(-t/T_m) \dots\dots\dots(42)$$

これは前同様に単位図による項と初期値の効果を示す項の和として表示されている。このときの時定数の値はむろん排水路の規模、追跡区間長によってきまるが、一般に支線排水路のそれより若干大きく、10分～20分程度のものが多い。したがって、初期値の効果も1時間程度でほとんど消滅するものと考えられる。

### 3. 水田地帯における単位図法の適応性

前節においては、流出過程を追って各プロセスごとにその流出特性ならびに追跡の方法を詳述してきたが、本節ではこうしたプロセスの結合体とみなしうる水田流域雨水流出系の合成について吟味し、System analysis の立場から単位図法の適応性について考察を進めてみたい。

#### 3. 1. 水田地帯の雨水流出形態

この雨水流出系は、ある容量までは非線型、これを越えると線型に遷移する特性をもったプロセスの結合系と考えることができ、次の3つの型。1) 系全体が非線型系、2) 線型、非線型のプロセスが混在した系、3) 系全体が線型系、に大別される。次にこれらの系を実際の流出現象と対比して吟味しよう。

(1) 系全体が非線型系 このケースは各プロセスとも非線型、すなわち排水路の通水能力以下で流出する系であって、一般に出水の初期および終期にはいずれの流域においても現われるが、とくに一連の降雨に対して十分な排水能力をもつ場合には、出水の全期間にわたって現われる。こうした系に対する合成は、水田区画から、幹線排水路下流端まで前節の非線型プロセスに対する追跡計算の手順を追って合成してゆくことになる。

(2) 線型、非線型プロセスが混在した系 このケースは、一部のプロセスでは線型すなわち通水能力を

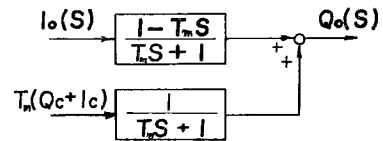


Fig. 11 Block diagram for main drainage channel.

越えてはらん貯留がおり、他のプロセスでは非線型すなわち通水能力以下の流れとの組み合わせ系で、とくに排水路網の通水能力がバランスしていない地域によく現われる。こうした系における合成は、線型プロセスに対しては単位図の取扱いができることは前節で述べたとおりであるが、統一した実用解析の面からは(1)同様の追跡計算を進める方が好ましい。

(3) **系全体が線型系** すべてのプロセスが線型となる系は、前節の考察からも明らかのように、末端排水路、あるいは支線排水路の通水能力を越えるはらんにより、流域の広範囲にわたって貯留効果が卓越するとき現われる。したがって、末端、支線、幹線の各排水路の通水能力をそれぞれ  $C_i, C_b, C_m$  とすると、一般に  $C_i < C_b < C_m, C_i < C_m < C_b$  および  $C_i = C_b = C_m$  なる関係が成立する流域で発生しやすいと考えられる。なお、 $C_i > C_b > C_m$  なる関係の成立する流域では、流域下部から上流に向かって発達するたん水現象が現われるが、こうした場合は非カスケード的特性をもつ系で、別の機構をもっており、ここでは触れないことにする。

さて、このようにプロセス全体が線型系となっている場合には、水田区画、末端排水路、支線排水路、幹線排水路の伝達関数をそれぞれ  $W_{r0}(s), W_i(s), W_b(s), W_m(s)$  とし、いま、初期値の効果を一応考慮外とすると、この系のブロックダイアグラムは Fig. 12 のようになる。ここで各プロセスがカスケードに結合されているとすると、系全体に対する伝達関数は個々の伝達関数の積に等しいから、結局線型系の像方程式および流出量を与える式は次のように表示されることになる。

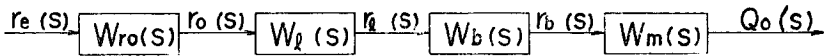


Fig. 12 Block diagram for the linear runoff system.

$$Q_0(s) = W(s)r_e(s) \dots\dots\dots(43)$$

ここに  $W(s)$  は系全体に対する伝達関数で、

$$W(s) = W_{r0}(s) \cdot W_i(s) \cdot W_b(s) \cdot W_m(s) \dots\dots\dots(44)$$

$$Q_0(t) = \int_0^t w(\tau)r_e(t-\tau)d\tau \dots\dots\dots(45)$$

(45) 式は、こうした線型系では系全体に対する単位図が存在することを意味し、単位図法の適用が可能であることを示している。

以上3つの型に大別される雨水流出系は、一般に、その流域がもつ排水組織の能力と出水の規模との関係によって出水期間中に系の変換が起ることはいうまでもない。

3. 2. 単位図法の適応性

上述の考察から明らかのように、単位図法が適用できるのは、出水期間を通じて線型系が発現している場合で、実際には出水の初期、終期に一部非線型系が現われるとしても殆んど出水期間を通じて線型系が卓越する出水に対してである。

このような観点より、現実の水田地帯における出水に注目すると、一般に通水能力のきわめて小さい排水不良地域、また用排兼用の水路網からなっている地域などにおいては出水初期よりはらん貯留が起り線型系の出水特性を示しやすく、こうした出水に対しては単位図法の適用が理論的にも可能である。従来より水田地帯においてはよく単位図法が適用されてきたが、実は線型系の発現する出水に対してのみ可能であって、非線型系が主体となる出水に対しては、あまりよい適合性はみられないはずである。

3. 3. 実流域に対する検討

上述の考え方の妥当性を検討するため、滋賀県益田川流域における出水資料をもとにして考察した結果について述べる。

この流域は前報<sup>2)</sup>で述べたように、余呉川と高時川にはさまれた典型的な低平水田地帯であって、この流域の排水河川である益田川は多数の小排水路を集め、丁野木川に合流する小河川で、流域面積は 397ha、流路こう配は 1/600~1/1100 であるが、その断面は狭小かつ不整であって流路の蛇行も多い。また、これに接続する支線排水路、末端排水路は断面が小さいうえに水路内の各所に取水のための障害物があって、通水能力をきわめて小さくしている。このような現状より、従来 30mm 前後の降雨ですでに流域の一部にはんらんが発生をみる地域で、上述の検討を行なうに好適な流域と考えられる。

さて、このような流域の出水性状を上述の考え方にもとずいて推論すると、

(1) 総降雨量が 30mm 程度以下で、出水期間を通じて全くはんらんが発生しない状態では非線型系でむろん途中での系変換はない。したがって、こうした範囲の出水に対してはユニークな単位図は存在せず、個々の出水に対してそれぞれみかけ上の単位図が描かれることになる。なおこの単位図は、降雨の規模が大きくなるにつれ、プロセス内の貯留効果が少しずつ増大するはずであるから、ピークが次第に扁平化する性状をもつことになる。

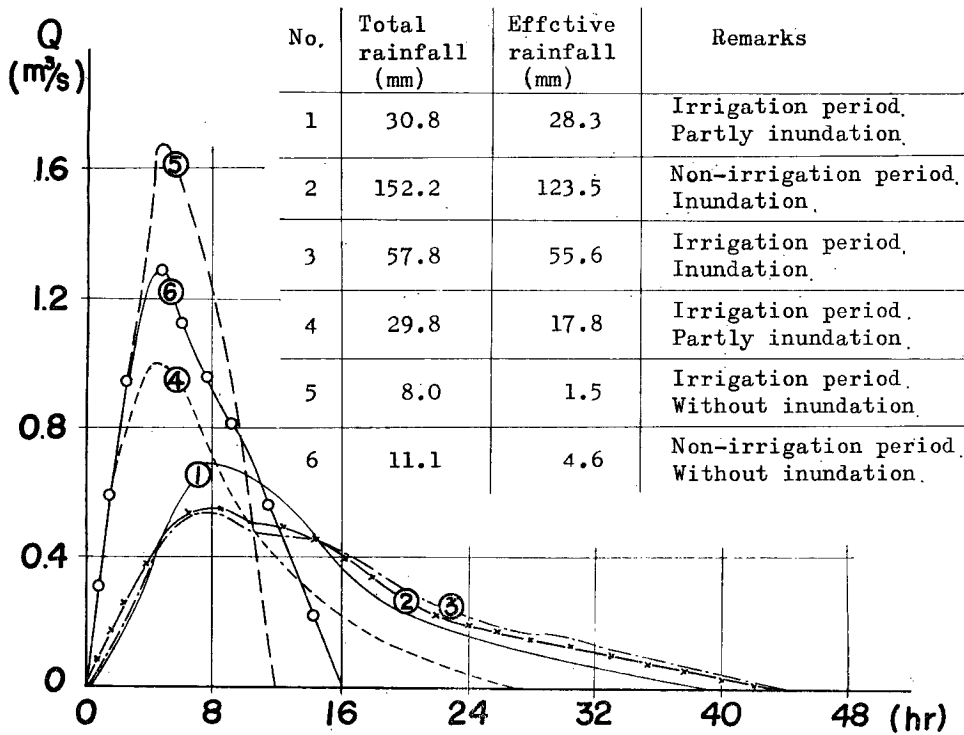


Fig. 13 Unit-graphs for the runoff in the Masuda river basin.

(2) 総降雨量が 30mm 以上にわたる場合には、降雨量が 30mm 前後で非線型系から線型、非線型プロセスが混在した系に遷移し、さらに降雨が続くと次第に線型系へと系の変換が行なわれるわけであるが、出水の初期にすでに 30mm 以上の降雨量に達し、さらにひき続く降雨によってもたらされる出水では、線型系の卓越する出水性状を示し、単位図は近似的にユニークなものとして表示されうる特性をもってくる。なお 30mm をわずかに越える規模の降雨では線型、非線型プロセスが混在した系となり、その単位図は非線型系、線型系に対する単位図の中間に分布することとなる。

さて、実際の観測資料(昭36~40)をもとに、出水の規模別に単位図<sup>15)</sup>を求めた結果は Fig. 13 に示すとおりである。

この地域に対してこれまでに行なわれた浸水被害調査の結果を総合すると、総有効雨量が 20mm 程度で流域の一部にははんらんが発生し、40~50mm にもなるとほとんど流域全体にわたってははんらん貯留が顕著に現われることがわかっている。こうした事実<sup>16)</sup>に立脚して Fig. 13 を考察すると、

上述の(1)の推論に対応する出水の No.5, No.6, No.4 の単位図はそれぞれ異なり、しかも出水の規模(総有効雨量)別に変化し、規模が大きくなる程ピークがてい減する特性を示している。

また(2)の推論に対応する出水の単位図としては No.2, No.3, No.1 が得られるが、とくに出水の規模が大きく、ほとんど出水期間を通じ、流域全体にわたってははんらん貯留がおよぶと考えられる No.2, No.3 の出水に対しては、それらの単位図はほとんど一致し、出水期間中に一部はんらんが現われる No.1 に対する単位図は前者より若干ピークの大きい形となっている。このように Fig. 13 の示す単位図の性状は、これまで詳細に述べてきた理論的考察の妥当性を明白に裏付けるものである。

#### 4. 結 び

以上本報では、水田地帯に特有のはんらんを伴う雨水流出の解析法について、流出過程を巨視的にモデル化して取扱い立場から各プロセスにおける雨水追跡の基礎式を導き、はんらん貯留の卓越する流出場では基礎式が線型化し、こうした場合、初期値の効果を考慮して単位図法的に追跡しうることを明らかにした。

現実の水田地帯における雨水流出現象は、上述の各プロセスの結合された系とみることができ、出水期間を通じて系全体が線型系であるとみなしうるとき、始めて単位図法が理論的にも成立することになる。すなわち、出水解析に単位図法が適用できるのは出水期間を通じて流域全般にわたり貯留のきわめて卓越する流出場に対してのみ有効であるということである。こうした理論的考察結果を実流域の出水資料をもとに吟味検討し、その妥当性を明らかにすることができた。

本文では水田地帯の雨水流出現象を巨視的な立場からアプローチしようとして試みたもので、水路網において合流時にあらわれる各種の背水現象など解明を要する問題が少なくない。今後こうした水理特性を導入することにより、さらに精度の高い追跡が期待される。

本研究を遂行するに当り角屋陸教授の懇切なるご教示を賜わった。ここに厚く謝意を表する次第である。なお本研究は昭和41年度特定研究費による研究成果の一部であることを付記しておく。

#### 参 考 文 献

- 1) 任田新治：木曾三川下流地域の排水計画に関する研究，農林省名古屋農地事務局，昭37. 3.
- 2) 豊国永次，角屋 陸：水田地帯における流出解析について，京大防災研究所年報第9号，昭41. 3，pp. 631—636.
- 3) 沢田敏男，南 勲，田辺研市：緩勾配排水路の水理特性(I)，農業土木研究第27巻第8号，昭35. 4.
- 4) 角屋 陸，今尾昭夫：農地表面流の抵抗係数に関する一実験的研究，京大防災研究所年報第5号A，pp. 275—283. 昭37. 3.
- 5) 角屋 陸，今尾昭夫：緩こう配流れに関する研究(I)，京大防災研究所年報第6号，昭38. 7，pp. 200—208.
- 6) 荒木正夫：複雑な開水路網の一解法，土木学会論文集第67号，昭35. 3，pp. 35—41.
- 7) Sueishi, T.: Run-off estimation in storm sewer system using equivalent roughness, Trans. J.S.C.E. No.91, March. 1963. pp.41—54.
- 8) Horton, R.E.: Natural stream channel storage, Trans. A.G.U. 1936.
- 9) Zoch, R.T.: On the relation between rainfall and streamflow, Monthly weather Rev. Vol. 62. 1932.

- 10) Appleby, F.V.: Run-off dynamics. A heat conduction analogue of storage flow in channel networks, Intern. Assoc. of Sci. Hydrology, pub. 38, 1954. pp.338—348.
- 11) 豊国永次：水田よりの流出特性に関する一考察，農業土木学会講演会要旨，昭32. 5，農業土木研究第26巻第3号，昭33. 9，pp.1—8.
- 12) Nash, T.E.: The form of the instantaneous unit hydrograph, Intern. Assoc. Sci. Hydrology, Pub.45, Vol.3. 1957.
- 13) Tholin, A.L. and Keifer, C.J.: Hydrology of urban runoff, Proc. A.S.C.E. 1959. pp.47—106.
- 14) 石原安雄；河川流出の例題解説，水工学シリーズ65—04，土木学会水理委員会 昭40.5.
- 15) D. Johnstone, P. Cross: Elements of applied hydrology, 1949, p.143.