

# 洪水処理計画に関する確率論的研究

長 尾 正 志

## APPLICATION OF PROBABILITY THEORY IN DESIGN OF FLOOD CONTROL WORKS IN A RIVER SYSTEM

By *Masashi* NAGAO

### Synopsis

Recently, in Japan, as one of the flood protection works, reservoirs have been constructed for the purpose of flood control as well as embankments and retarding pools, which have used before. It becomes more important to design a program of such a complicated flood protection work in harmony in a whole river system. This paper describes the availability of two-dimensional probability theory on determining the design and the computational example. First of all, the estimation of occurrence probability of flood patterns, in the case where a flood control reservoir exists upstreams and an embankment downstreams, is discussed. Next, the theoretical deduction and the useful diagram are presented to compute the exceeding probability of design flood pattern in a river system. Finally, an example of application of this approach to the Kizu River system is explained.

### 1. 目 的

近年、新河川法の制定に伴って、治水計画は水系の各部で分断して行なうのではなく、主要な河川についていえば上流から河口までというように、全体として一貫した有機的な計画を樹立し強力に実施することがますます強く要請されてきている。しかし現実には、一つの水系を採り上げてみても、その内部で堤防、貯水池、遊水池などとそれぞれ洪水処理の方策が異なり、それらを総合した共通の尺度で治水上の効果を評価し、計画全体における位置づけを行なうことはなかなか容易でなく、未だその方向さえ定まっていなように思える。

そこで、本研究はこうした問題の最も単純な場合として、水系内に洪水調節用貯水池を含み、かつ、最下流端に堤防で囲まれた防災対象地域があるモデル水系を対象とし、こうした場合の洪水処理計画について確率論的に考察したものである。

### 2. 洪水規模の確率的表示

さて、社会的要因を除外して考えれば、洪水処理計画の対象としては、自然現象としての洪水規模が問題となり、その発生の不確定性を考慮すれば確率的表示が有効であることはいうまでもない。しかも洪水規模の表現としては、洪水処理の手段に応じて洪水波型のもつ種々な性質の内から適当な波型要素を選択すべきで、それらの関係する諸要素を同時に勘案することによってはじめて総合的な確率評価が可能となるわけである。

ところでいまの場合、水系内には調節池と堤防を含むが、それら河川構造物が完全に計画施工されていて破壊がないとすれば、洪水処理能力の限界はその溢流に対する関係、すなわち、調節池では貯留水量と洪水調節容量との関係、堤防ではピーク流量（またはピーク水位）と天端高、巾員などの疎通容量との関係、によって定まるといえる。そこで確率論の立場からは、これら両方の関係を同時に考慮した2変数確率の理論を用いて計画基準を策定していくことが必要とされる。

さて、調節池がないとした場合に、堤防地点での洪水のピーク流量（またはピーク水位）を $Q$ 、調節池地点での洪水の総流量を $V$ とすれば既往の洪水資料より $(Q, V)$ の同時生起の確率分布を求めることができる。従来、われわれの行ってきた研究では、このような密度関数は二元正規分布、

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{-\frac{x^2-2\rho xy+y^2}{2(1-\rho^2)}\right\} \dots\dots\dots(1)$$

で近似できるように<sup>2), 8)</sup>、以下ではすべて(1)式を用いて説明したが分布型が異なっても全く同様な考えによればよいわけである。ここに $x, y$ は $Q, V$ を適当な変数変換をした量の規準正規変量、 $\rho$ は $x, y$ の母相関係数である。したがって、等確率密度線は、 $C$ を正の定数として、

$$x^2-2\rho xy+y^2=(1-\rho^2)C^2 \dots\dots\dots(2)$$

のような $y=\pm x$ を主軸とする Fig. 1 のような長円となる。以後これを確率長円と呼び、その $C$ の値を確率長円の大きさということにする。

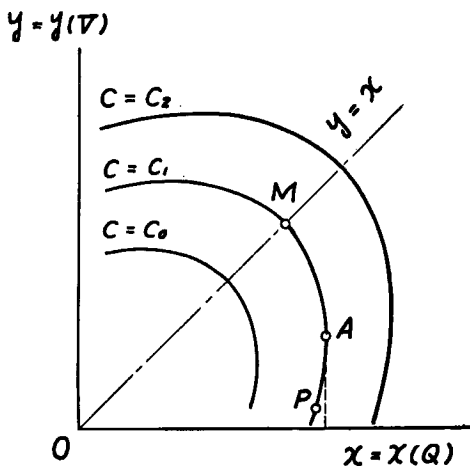


Fig. 1 Family of curves with equi-probability of the flood patterns in a river system.

ところで、前述のように、洪水波型の関係要素を総合して同一の基準によって水系の洪水処理計画を策定するには、水系内に被害をもたらす洪水群のうちから計画対象として幾つかを選び、その相互間で治水に与える影響の比較を行なう必要がある。洪水波型の生起確率からみて、2変数確率の立場からは、確率密度の等しい一つの確率長円、たとえば、 $C=C_1$ 上に位置するすべての洪水群を対象として計画選定を行なうのが合理的であると考えられる。こうした考えにたてば、たとえば、Fig. 1のように既往最大の洪水が確率長円 $C=C_1$ 上の点Pで与えられた場合、その波型をもって計画が樹てられれば、これと等しい生起確率密度 $(1/2\pi\sqrt{1-\rho^2})\exp(-C_1/2)$ をもちこの水系に対してより危険な洪水（たとえば Fig. 1のA, Mなど）が起り得ることが諒解されよう。なお、点A, Mはそれぞれ $y$ 軸に平行に引いた直線の $C_1$ への接点、対称軸 $y=x$ との交点である。

### 3. 洪水処理による洪水波の変形と計画のあり方

#### (1) 一般的考察

さて、Fig. 2に示すように等確率密度線 $C=C$ がわかった場合に、 $C$ 上で点P( $x, y$ )で表わされる洪水が調節池における処理によってP'( $x', y'$ )に移ったとする。これを記号的に次式で表わしておく。

$$\left. \begin{matrix} x' = g(x, y) \\ y' = h(x, y) \end{matrix} \right\} \text{あるいは} \left. \begin{matrix} x = g^{-1}(x', y') \\ y = h^{-1}(x', y') \end{matrix} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

いまの場合 $x'$ は堤防地点でのピーク流量、 $y'$ は調節池での最大貯留量であり、一般に調節が可能な範囲では $x' < x, y' < y$ である。

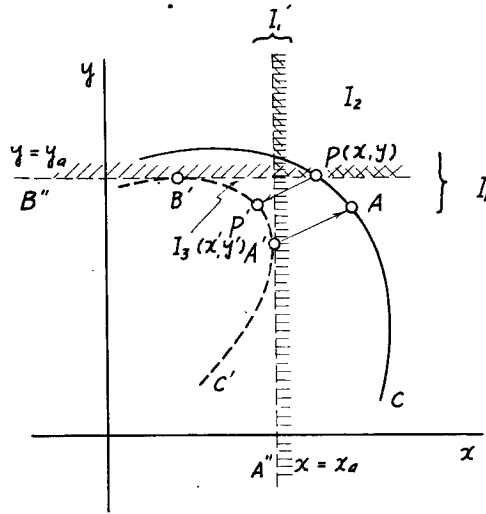


Fig. 2 Estimation of probability after the change of flood patterns through flood control by means of a reservoir.

この変換を曲線Cの全体に行なって曲線C'が得られれば、洪水処理後の曲線C'の全体が計画の制約条件を満足しなければならない。いまの場合には、C'上の任意の点(x', y')が堤防の無害流量 x=xa, 調節池の洪水調節用容量 y=ya を越えてはならない。すなわち

$$x' \leq x_a, y' \leq y_a \dots \dots \dots (4)$$

与えられねばならない。

いま、こうした検討の結果、C'が制約条件を満足していて、制約条件との接触点がたとえば A'(x1', y1')であったとすれば、逆に A'に対応する曲線C上の点Aに相応する洪水波をこの水系に対する計画洪水と考えねばならないわけである。ところで一般に曲線CからC'への変換は単なる平行移動だけでは表わせないから、計画洪水を洪水処理前の曲線Cと制約条件 x=const との接点として求めたものとは必ずしも一致しないことに注意しなければならない。

さらに計画を曲線C'の全体にわたって考えるいまの場合には上式はつぎのようになる。(Fig. 2参照)

$$1 - F(C) \int \int_{x', y' \geq A''A'P'B'B''} f'(x', y') dx' dy' = I_1 + I_1' - I_2 + I_3 \dots \dots \dots (5)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \int_{x_a}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f' dx' dy', & I_1' &= \int_{y_a}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f' dx' dy' \\ I_2 &= \int_{x_a}^{\infty} \int_{y_a}^{\infty} f' dx' dy', & I_3 &= \int \int_{A'P'B' \leq x', y' \leq x_a, y_a} f' dx' dy' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

また、従来よく行なわれてきたように、たとえばAで示す1つの洪水波型で計画する場合には、その計画で (x1', y1') のいずれかを超過する確率、1-F は次式で与えられる。

$$1 - F(x_1', y_1') = \int_{x_1'}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f'(x', y) dx' dy' + \int_{y_1'}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f'(x', y) dx' dy' - \int_{x_1'}^{\infty} \int_{y_1'}^{\infty} f'(x', y) dx', dy' \dots \dots \dots (7)$$

ここに、(x1', y1') に対して次式が成立する。

$$\{g^{-1}(x_1', y_1')\}^2 - 2\rho\{g^{-1}(x_1', y_1')\}\{h^{-1}(x_1', y_1')\} + \{h^{-1}(x_1', y_1')\}^2 = C^2(1-\rho^2) \dots (8)$$

この(5)または(7)式で与えられる超過確率が計画を確率的に評価する場合の重要な指標と考えることができよう。

(2) 線型変換

さて、(3)で示される変換の形は洪水処理の方法によって一般に種々異なるであろうが、ここではその最も基礎的なものとして次式に示すような線型変換の場合の超過確率の性質を調べてみよう。

$$x = a_0 + a_1x' + a_2y', \quad y = b_0 + b_1x' + b_2y' \quad (a_i, b_i, i=0,1,2: \text{定数}) \dots (9)$$

いま、座標  $(x', y')$  を、Fig. 3 に示すように平行移動したつぎのような座標  $(X, Y)$  に変換する。すなわち、

$$X = x' - a_0', \quad Y = y' - b_0' \dots (10)$$

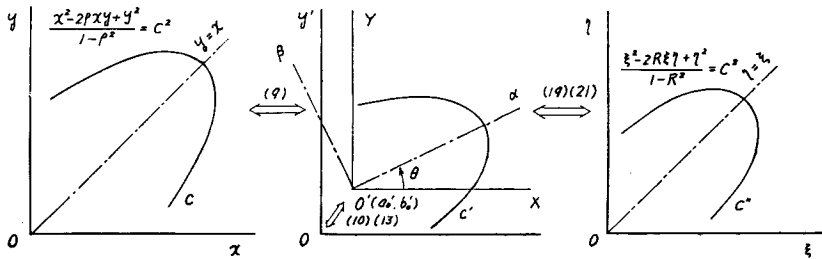


Fig. 3 Transformation of co-ordinates and the change of the curve of equ-probability in a river system. Number in parenthesis is accordance with equation's number.

ここに、

$$a_0' = (a_2b_0 - a_0b_2)/\Delta, \quad b_0' = (a_0b_1 - a_1b_0)/\Delta, \quad \Delta = (a_1b_2 - a_2b_1) \dots (11)$$

とおけば、結局

$$x = a_1X + a_2Y, \quad y = b_1X + b_2Y \dots (12)$$

の変換を行なったことになる。さらに、座標軸を  $\theta$  だけ回転した座標を  $(\alpha, \beta)$  と書けば、この変換は

$$X = \alpha \cos \theta - \beta \sin \theta, \quad Y = \alpha \sin \theta + \beta \cos \theta \dots (13)$$

となる (Fig. 3 参照)。変換 (12), (13) を等確率密度線の (2) 式に用いることによって、

$$C^2(1-\rho^2) = M\alpha^2 - 2L\alpha\beta + N\beta^2 \dots (14)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} M &= A \cos^2 \theta - 2H \cos \theta \sin \theta + B \sin^2 \theta \\ L &= (A - B) \cos \theta \sin \theta + H (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \\ N &= A \sin^2 \theta + 2H \sin \theta \cos \theta + B \cos^2 \theta \end{aligned} \right\} \dots (15)$$

および、

$$A = a_1^2 - 2\rho a_1 b_1 + b_1^2, \quad B = a_2^2 - 2\rho a_2 b_2 + b_2^2, \quad H = (a_1 b_2 + a_2 b_1) \rho - (a_1 a_2 + b_1 b_2) \dots (16)$$

となる。 $\alpha, \beta$  に関する2次形式 (14) の性質を見るためにはその判別式の符号を調べればよい。それは

$$\delta = MN - L^2 = AB - H^2 = \Delta^2(1-\rho^2) \dots (17)$$

で、一般に  $\rho^2 < 1$  であるから  $\delta > 0$  が得られる。いま軸の方向  $\theta$  を  $L=0$ , すなわち、

$$\tan 2\theta = -\frac{2H}{A-B} \dots (18)$$

のように選べば、 $M, N$  は同符号となり、このような変換が実在すれば、変換後の等確率密度線はやはり

長円であり、その主軸は(18)式で示された角度だけもとの座標軸を回転したものであることが分る。

つぎに(5)式または(7)式で示される超過確率  $1-F$  を計算するに当って、変換後の密度関数  $f'$  が問題となるが、 $f'$  が座標軸および相関係数の適当な変換によって  $f$  と全く同じ表現になることが以下のようして証明される。以下このような変換を  $f'$  が  $f$  の規準正規変換であるということにする。

(10)式に示した  $(X, Y)$  を、さらに、

$$X = \gamma\xi, Y = \delta\eta \quad (\gamma, \delta: \text{正な定数}) \dots\dots\dots(19)$$

によって変換し、この変換式中の定数  $\gamma, \delta$  を適当に選べば規準正規変換が可能であることを示そう。まず、(12)、(19)式より

$$x^2 - 2\rho xy + y^2 = \gamma^2 A \xi^2 - 2\gamma\delta H \xi\eta + \delta^2 B \eta^2 \dots\dots\dots(20)$$

が得られる。ただし、式中の  $A, B, H$  は(16)式で与えられる定数である。さて、規準正規変換であるためには、(20)式の満足すべき条件としては、 $\rho$  に対応して  $R$  と記すと、次式で与えられる。

$$\gamma^2 A = \delta^2 B, \gamma^2 AR = \gamma\delta H, \gamma^2 A(1-R) = 1 - \rho^2 \dots\dots\dots(21)$$

これを解いて、

$$\gamma = \sqrt{B/|A|}, \delta = \sqrt{A/|A|}, R = H/\sqrt{AB} \dots\dots\dots(22)$$

が得られる。したがって、このような変換によって  $f'$  は次式のように変形できる。

$$\begin{aligned} f'(\xi, \eta) &= f(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta)) \left| \frac{\partial(x, y)}{\partial(\xi, \eta)} \right| \\ &= \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{-\frac{\gamma^2 A}{2(1-\rho^2)}(\xi^2 - 2R\xi\eta + \eta^2)\right\} \gamma\delta |A| \\ &= \frac{\sqrt{AB}}{2\pi|A|\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{-\frac{AB}{2A^2(1-\rho^2)}(\xi^2 - 2R\xi\eta + \eta^2)\right\} \end{aligned}$$

上式中の  $AB/A^2(1-\rho^2)$  は(17)式、さらに(22)式によって、

$$AB/A^2(1-\rho^2) = AB/(AB-H^2) = 1/(1-R^2) \dots\dots\dots(23)$$

となるから、結局  $f'$  は次式で与えられる。

$$f'(\xi, \eta) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-R^2}} \exp\left\{-\frac{\xi^2 - 2R\xi\eta + \eta^2}{2(1-R^2)}\right\} \dots\dots\dots(24)$$

いま、(1)式で表わされるもとの密度関数を  $f(x, y; \rho)$  と記せば、

$$f(\xi, \eta) = f(\xi, \eta; R) \dots\dots\dots(25)$$

と表記でき、(19)および(22)式で示される座標および相関係数の変換によって、 $f'$  は形式的には  $f$  と全く同様に扱えることが示されたわけである。

このことより  $(x, y)$  面上での確率長円たとえば  $C=C_1$  の大きさとそれに対応する  $(\xi, \eta)$  面上での確率長円  $C_1''$  の大きさが相い等しいことも(23)式の成立から明らかである。

(3) 超過確率

以上得られた結果を用いると、線型変換の場合の超過確率は容易に求められる。すなわち、Fig. 3に示したように、計画対象の洪水群を面で大きさ  $C$ 、相関係数  $\rho$  の確率長円にとれば、 $(\xi, \eta)$  面での対応曲線  $C''$  はやはり長円でその大きさは  $C$  と等しい。しかし、相関係数が  $R$  と変わるから形は異なることは前述した通りである。したがって、制約条件  $\xi = (x_a - a_0)/\gamma, \eta = (y_a - b_0)/\delta$  を曲線  $C''$  にちょうど接するようにとった場合に、(5)式の超過確率はつぎのように表現できる。

$$1-F(C) = 2I_1 - 2I_2 + I_3 \dots\dots\dots(26)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_c^\infty \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) d\xi \\ I_2 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{1-R^2}} \int_c^\infty \int_c^\infty \exp\left\{-\frac{\xi^2 - 2R\xi\eta + \eta^2}{2(1-R^2)}\right\} \dots\dots\dots(27) \end{aligned} \right\}$$

$$I_3 = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-R^2}} \int_{Rc}^c \int_{R\xi + \sqrt{1-R^2}\sqrt{c^2-\xi^2}}^c \exp\left\{-\frac{\xi^2 - 2R\xi\eta + \eta^2}{2(1-R^2)}\right\} d\eta d\xi$$

(27)式中の積分値はCおよびRを与えれば数値計算で求められる。

それには (27) 式をつぎの総和の形に書き換える。

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= 1 - E(C) \\ I_2 &= \sum_{\eta=0}^{\infty} \varphi(\eta) \left[ 1 - E\left(\frac{C-R\eta}{\sqrt{1-R^2}}\right) \right] d\eta \\ I_3 &= \sum_{\xi=Rc}^c \varphi(\xi) \left[ E\left(\frac{C-R\eta}{\sqrt{1-R^2}}\right) - E(\sqrt{C^2-\xi^2}) \right] d\xi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(28)$$

ここに

$$E(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx, \quad \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \dots\dots\dots(29)$$

この  $E(x)$ ,  $\varphi(x)$  は数表になっているから、数値積分が可能である。

なお、 $I_2$  の計算の際には、かなり大きな  $\eta = \eta_n$  まで積分すれば残差はつぎのように評価できる。すなわち、 $\eta_n$  がかなり大きければ  $\eta$  の増加とともに  $\varphi(\eta)$  は単調減少、かつ  $((C-R\eta)/\sqrt{1-R^2})$  は単調増加かつ有界で上限値は1である。したがって

$$\left[ 1 - E\left(\frac{C-R\eta_n}{\sqrt{1-R^2}}\right) \right] \int_{\eta_n}^{\infty} \varphi(\eta) d\eta = \left[ 1 - E\left(\frac{c-R\eta_n}{\sqrt{1-R^2}}\right) \right] [1 - E(\eta_n)]$$

$$< \sum_{\eta_n}^{\infty} \varphi(\eta) \left[ 1 - E\left(\frac{C-R\eta}{\sqrt{1-R^2}}\right) \right] < \int_{\eta_n}^{\infty} \varphi(\eta) d\eta = 1 - E(\eta_n) \dots\dots\dots(30)$$

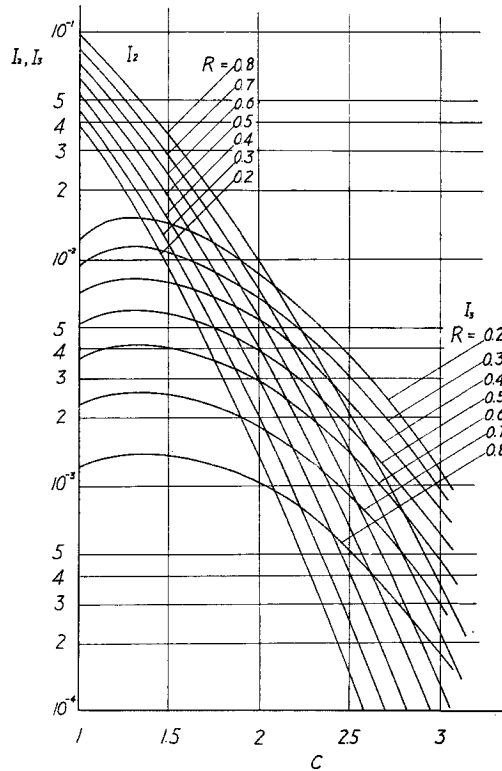


Fig. 4 Relation between  $I_2$ ,  $I_3$  and  $R, C$ .

となり、有限項の計算で結果の推定ができることになる。

以上の方法で計算されたいろいろの  $R, C$  の値に対する  $I_2, I_3$  の値を示したものが Fig. 4 であり、超過確率  $1-F=2I_1-I_2+I_3$  を示したものが Fig. 5 である。これによれば、 $1-F$  は  $C$  が増すにつれてほぼ指数的に減少し、また同一の  $C$  に対しては  $R$  が増すと急速に減少してくることがわかる。ところで、 $I_3$  に対する洪水被害は、これらの施設によって防げるから、実際の超過確率は  $2I_1-I_2$  で、これを比較のために Fig. 5 に併記してある。両者の違いは  $R$  が小さくなるか、または  $C$  が大きくなるにつれて著しくなることが図より明らかになる。

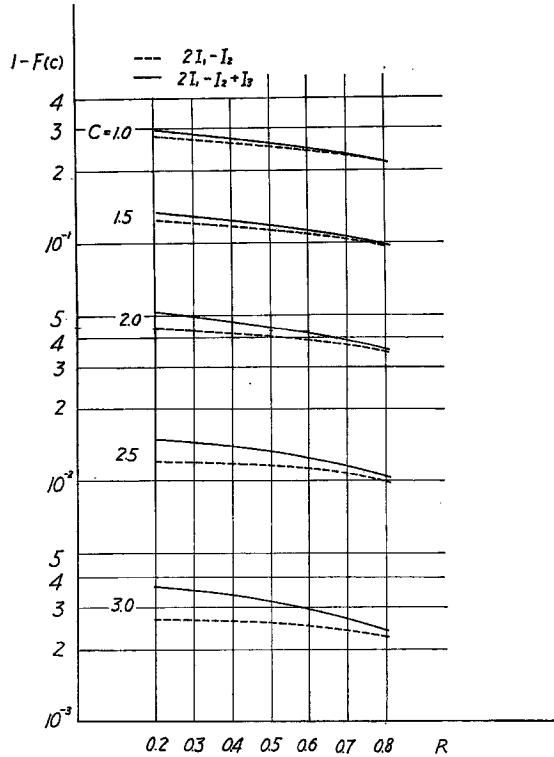


Fig. 5 Relation between  $2I_1-I_2+I_3, 2I_1-I_2$  and  $R, C$ .

以上は、計画を等確率密度線  $C'$  の全体において考えた場合であるが、つぎにそれが何らかの事情で実行が難しく1つの洪水波型で計画しなければならぬ場合について考えてみよう。これは前述の(5)式による超過確率が問題となるときであるが、計画洪水波型としては、Fig. 2における確率長円  $C'$  で洪水被害に対しては危険側である弧  $A'B'$  の間で考えれば十分であろう。 $A', B'$  の座標はそれぞれ  $(C/\gamma, CR/\delta), (CR/\gamma, C/\delta)$  であるから  $R$  が大きくなり1に近づけば(これは(23)式によって  $\rho$  が増し1に近づくことに相当するが)、波型選定の範囲は狭くなり  $R$  が小さくなれば逆になる。ところが、一般に  $\rho=0$  と  $R=0$  とは一致しないが(9)式が直交変換である場合には一致することがわかる。線型変換の場合、(7)式に対応する超過確率は次式で与えられる。なお  $(\xi_1, \eta_1)$  は  $(x_1', y_1')$  に対応している。

$$1-F(\xi_1, \eta_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\xi_1}^{\infty} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) d\xi + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{R\xi_1 + \sqrt{1-R^2}\sqrt{C^2-\xi_1^2}}^{\infty} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2}\right) d\eta - \frac{1}{2\pi\sqrt{1-R^2}} \int_{\xi_1}^{\infty} \int_{R\xi_1 + \sqrt{1-R^2}\sqrt{C^2-\xi_1^2}}^{\infty} \exp\left\{-\frac{\xi^2 - 2R\xi\eta + \eta^2}{2(1-R^2)}\right\} d\eta d\xi \dots\dots(31)$$

したがって超過確率  $1-F$  の値は  $\xi_1, C$  および  $R$  を与えれば計算が可能である。ここではその性質を見るために  $\partial(1-F)/\partial\xi_1$  の符号を調べてみよう。さて密度関数  $f(\xi, \eta; R)$  が  $(\xi, \eta)$  に関して対称であるから、 $(x', y')$  面における弧  $A'B'$  に対応する  $(\xi, \eta)$  面における曲線  $\xi^2 - 2R\xi\eta + \eta^2 = C^2(1-R^2)$  の対称軸  $\eta = \xi$  の上側、

$$CR \leq \xi_1 \leq C\sqrt{\frac{1+R}{2}} \dots\dots\dots (32)$$

について調べればよい。その結果

$$\left[ \frac{\partial(1-F)}{\partial\xi_1} \right]_{CR \leq \xi_1 < C\sqrt{\frac{1+R}{2}}} < 0, \left[ \frac{\partial(1-F)}{\partial\xi_1} \right]_{\xi_1 = C\sqrt{\frac{1+R}{2}}} = 0 \dots\dots\dots (33)$$

が成立し、等確率密度線上において超過確率は対称軸に近づくとともに減少し、軸上で最小となることがわかる。よって軸上における計画波型が確率的には最も有利であるといえよう。

#### 4. 適用例

以上の考えに基づいて具体的に計算を行なった例を示そう。対象流域として淀川支川の木津川筋をとり、中流部の加茂地点 (1,456km<sup>2</sup>) に洪水調節池下流の八幡地点 (1,596km<sup>2</sup>) に堤防を計画した場合を考えよう。資料は Table 1 に示したように昭和初年から37年までの水枚方位が約 4 m を越えた加茂地点における総流量  $V$ 、八幡地点のピーク水位  $H$  で示してある。

Table 1 Data on flood patterns, where  $V$  shows the volume of flood at Kamo Station, and  $H$  the peak stage at Yawata Station.

No.	Date	$V$ (10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> )	$H$ (m)
1	7.31.1930	22.4	4.59
2	7.28. 49	70.2	5.60
3	6.24. 52	2.0	3.92
4	8.14. 53	22.2	4.16
5	9.25. 53	127.4	6.68
6	9.16. 54	8.5	3.92
7	9.27. 56	53.7	5.26
8	8.24. 58	53.4	5.15
9	9.25. 58	54.8	4.80
10	8.15. 59	45.7	5.88
11	9.25. 59	129.6	6.74
12	6.27. 61	1.6	4.46
13	8.26. 62	16.9	4.40

つぎに、分布関数の型を求めるために、 $V, H$  の分布を対数正規分布と仮定し規準正規化を行なったが、曲線の適合に関する詳細な議論は後記文献<sup>3)</sup>に譲り、その結果のみを記すと、

$$\left. \begin{aligned} x &= 6.66 \log H - 3.96 & H : \text{m 単位} \\ y &= 3.24 \log(V+40) - 5.49 & V : 10^6 \text{m}^3 \text{ 単位} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (34)$$

となる。相関係数は  $\rho = 0.825$  でありかなり相関の強い場合である。

洪水調節の方式としてはある基準流量  $Q_0$  以上より調節を始め、ピークまでは一定率、以後は一定量を貯留するものとし、調節池から堤防に至る間は一定割合の河道で減を受けるものとした。 $Q_0$  として警戒水



位に近い  $Q_0=1,600\text{m}^3/\text{sec}$  に、河道で減率を7%とし、放流率  $p$  を種々変えて処理前後の洪水  $P(x, y)$  および  $P'(x', y')$  の対応を表わした例が Fig. 6, (a), (b) である。これはそれぞれ貯留率が  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{3}$  の場合でかつ数字は Table 1 中の資料番号であるが、ともに計画の対象となる第1象限では変位ベクトルの方向がほぼ等しく、大きさが  $x, y$  に応じてほぼ線型的であることから、前節の(2)で述べた線型変換を受けるものとして以後の計算を行なった。

まず、第1象限における洪水点  $(x, y)$ ,  $(x', y')$  の対応を使って(9)式の数定数  $a_i, b_i$  ( $i=0,1,2$ ) を最小二乗法により決定した。たとえば5割貯留の場合、変換式はつぎのようになる。

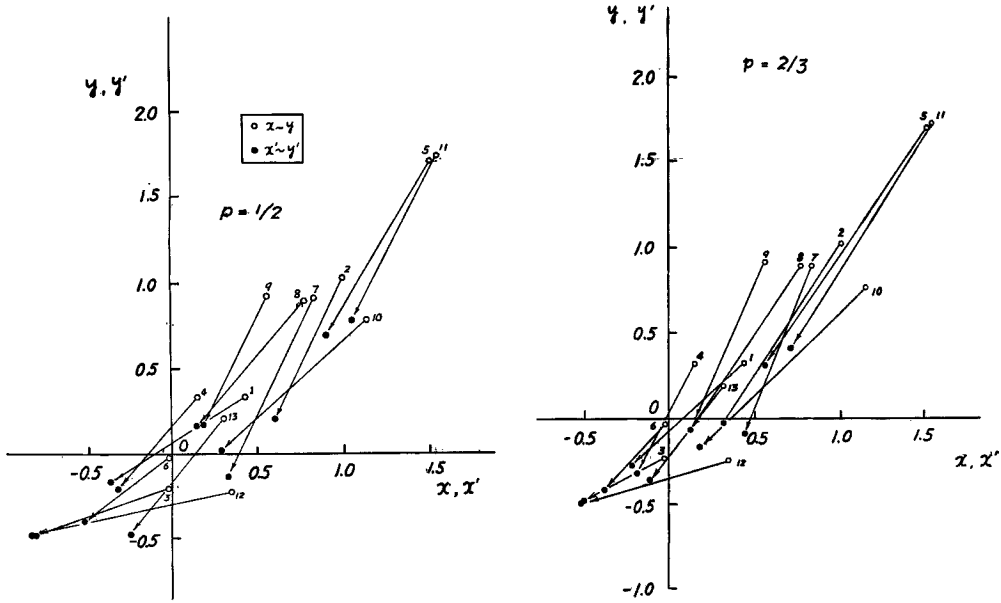


Fig. 6 (a), (b) Comparison of flood patterns before and after flood control by a reservoir, where additional figures show data number of floods in Table 1 and  $p$  the ratio of flood control.

$$x = 3.85x' - 2.42y' + 0.138, \quad y = 0.955x' + 0.813y' + 0.366 \quad \dots\dots\dots (35)$$

したがって、この場合の変換後の長円の原点および主軸のかたむきは(11)および(18)式によって、

$$(a_0', b_0') = (-0.25, -0.33), \quad \theta = 45^\circ \quad \dots\dots\dots (36)$$

となる。

対象の洪水波型として既往最大の洪水と同じ生起頻度をもつ確率長円  $C=1.748$  を計画基準と考えよう。5割貯留の場合のこの曲線の  $C'$  への変換を示したのが Fig. 7 であり、図では、曲線  $C$  におけるが0.5以上となる実線が  $C'$  の実線に対応している。

したがって両軸に平行に引いた直線との接点  $x_a=0.735; y_a=0.646$  に対応した八幡水位 5.08m, 加茂総流量  $38.4 \times 10^6 \text{m}^3$  がこの処理計画の限界といえよう。また、この計画における超過確率を計算するために、まず(22)式より  $R$  を求めると  $R=0.945$  で、以上の  $C, R$  を用いて(28)式で各項  $I_1, I_2$  および  $I_3$  を求めると、

$$I_1=0.0403, \quad I_2=0.0274, \quad I_3=0.0002 \quad \dots\dots\dots (37)$$

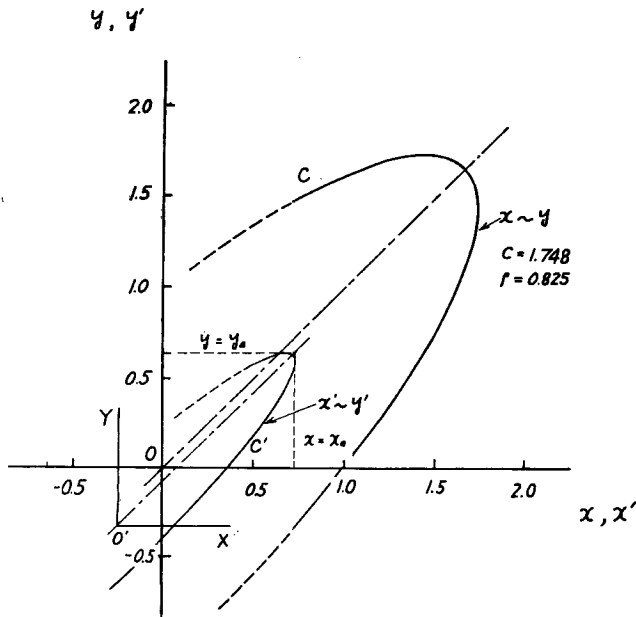


Fig. 7 Numerical example for the change of flood patterns by flood control in the Kizu River.

となる。したがってこの計画の超過確率は (26) 式より  $I_0=0$  において

$$1-F(C)=0.0534 \dots \dots \dots (39)$$

となる。これに対して、堤防および調節池をそれぞれ単独に取扱ったときの超過確率は  $I_1=0.403$  に相当しており、いまかりに、 $H$ と $V$ が互いに独立であるとすれば、水系での超過確率は (26), (27) 式で  $R=0$  とおくことより、 $1-F_{R=0}=2I_1-I_1^2=0.0810$  となり、相関を考慮した場合より大きな値を与える。また、 $1-F$ の値が計画規準のとり方に対して若干大きく感じられようが、この定義が水系内の堤防、調節池の少なくとも一方を超過する確率としている以上この程度の値になるのは当然であろう。

5. 結 語

以上、水系における洪水処理による洪水波型の変形に着目し、調節池および堤防を含むモデル水系を採り上げて二元正規分布および線型変換の性質を利用して洪水処理計画のあり方を考察したが、明らかとなった諸点を要約して列挙するとつぎの通りである。

1. 洪水処理計画の策定に当っては、水系内の処理手段に応じた洪水波型の関係する諸要素を総合した複合確率の評価によって、個々の処理方法の全体での位置づけが可能となる。
2. 処理計画の対象とすべき洪水波型としてはかかる複合確率の確率密度の等しい波型を採用するのが有効で、密度関数が二元正規分布の場合には、確率長円がこれに相当する。
3. 洪水波型要素の規準正規化量を用いた場合、その洪水処理後の変形が線型であると仮定すれば、処理後の等確率密度線も長円で表現できる。
4. 水系全体での計画洪水波型の起過確率は、座標および相関係数の適当な変換によって計算が可能でその方法を示し、これを簡単に求めるために必要な図を作成した。

以上は、2変数の場合の考察であるが、同様な考えはそのまま多変数に適合し、多変数解析の有力な手掛

りを与えるものであり、今後さらにこの方面への理論の展開拡充を試みる予定である。

最後に本研究にあたり終始熱心に御指導、御鞭撻を賜った京都大学防災研究所の石原安雄教授に深く感謝すると共に、計算および図面の作成に御助力頂いた大学院学生の奥村忠敬、石井健齋、学部学生の瀬古育二の諸君にも厚く感謝する次第であります。

#### 参 考 文 献

- 1) たとえば建設省河川局水政課編「新河川法解説，別冊時の法令」大蔵省印刷局，1964，pp.8—14.
- 2) 石原安雄，長尾正志「計画高水流量の二変数確率論的研究」京大防災研究所年報第6号，1962，p. 181—188.
- 3) 石原安雄，長尾正志「基本高水の確率論的評価」第8回水理講演会講演集，1963，pp.73—78.
- 4) たとえば新数表シリーズ編集委員会編「正規分布表」コロナ社，1961. 7，
- 5) Ishihara, Y. and Nagao, M.: Application of Probability Theory of Two-Dimensions in Determining Design Flood, D.P.R.I., Kyoto Univ. Bulletin, No.70, 1964, March, pp.1—20.