

# Anti-dunes に関する実験的研究

田 中 祐 一 朗

## AN EXPERIMENTAL STUDY ON ANTI-DUNES

By Yuichiro TANAKA

### Synopsis

Some experiments are conducted for the geometrical characteristics of anti-dunes and the regime criteria of the case of the upper flow regime in an open channel with movable bed. And the comparison with many studies by various authors and these experiments gives the following results.

The Kennedy's equation is the most good agreement with experimental data for the wave length. The propagation velocity obtained by Kennedy, Gradowczyk and the author, which are analyzed by each different methods give the same results and these show a good agreement with measured one. And the analytical result by the author for the wave height of the bed wave can be used for all flow regimes with sufficient accuracy.

The author's experiments show that the effect of the grain-size is very remarkable for the occurrence of anti-dunes and the region of the flat bed is wider as increase of the grain diameter of bed materials. Though it made to be possible to predict the geometrical properties of sand waves from the mean flow parameters with sufficient accuracy, all theories reported up to this time can not systematically explain the mechanism of the occurrence of various bed configurations including the effect of the grain-size with the clear physical back ground. And it will be required the further studies.

### 1. 緒 言

移動床水路の河床に形成される sand waves は流れの粗度を大きく変えるだけでなく、流砂量にも影響を及ぼすなど、それ自体の複雑な挙動と関連して、河川水理学上の諸問題に複雑な影響を与えており、その機構の解明は広く要望されている。このような工学的な意味での興味だけでなく、低流速から高流速になるにつれて、不規則な波形をとりながら流速に比して極めて小さな速度で下流へ伝播する ripple and dune の状態から、これらがいったん flash out されて平坦となる flat bed の状態となり、さらに流速を増すと正弦波形に近い波形が流れの方向とは逆に上流に伝播する antidune と云われる状態に達するなど、現象自体が極めて興味ある変化を示し、学問的興味をそそるなどの理由によって、従来から多くの研究者の注意を集めてきた。そのためにこれまでの研究の蓄積は膨大な数にのぼっており、まさに情報過多時代の名のように、論文の谷間に埋められるような感さえある。

一方、これらの研究においても、現象の時間的変化が急で実験が行ないにくいという理由もあって、anti-dunes に関する詳細な情報は十分に与えられているとは云えないのが現状であろう。

そこで本研究は実験的に anti-dunes に関する種々の情報を得ることによって、その実態を明らかにし、これらの情報に基づいて従来の諸研究を比較検討することによって、それらの適用性を明らかにするとともに

に、現象解明への新たな緒口を見出すことを目的とするものである。しかし従来の諸先輩によって行なわれてきた研究の解釈はまったく著者の自己流によるものであり、大きな誤りを犯していることを恐れる次第である。これらの点については大方の御叱正を頂ければ幸である。

## 2. 実験方法およびその結果

### (1) 実験装置

実験に使用した水路は、昭和42年度に当研究所宇治川水理実験所に新設されたもので、その概要は次のようである。水路は Fig. 1 に示すように幅 50 cm、深さ 50 cm の断面を有し、長さは全長 21 m の鋼製のものである。しかし中央部 9 m は両面ガラス張りとなっており、現象を側面から観察できるようになっている。水路は全長にわたってプレートガーダーの上に乗っており、下部に設置された2個の電動ジャッキにより 0~1/30 までの間で任意のこう配に設置できるようになっている。

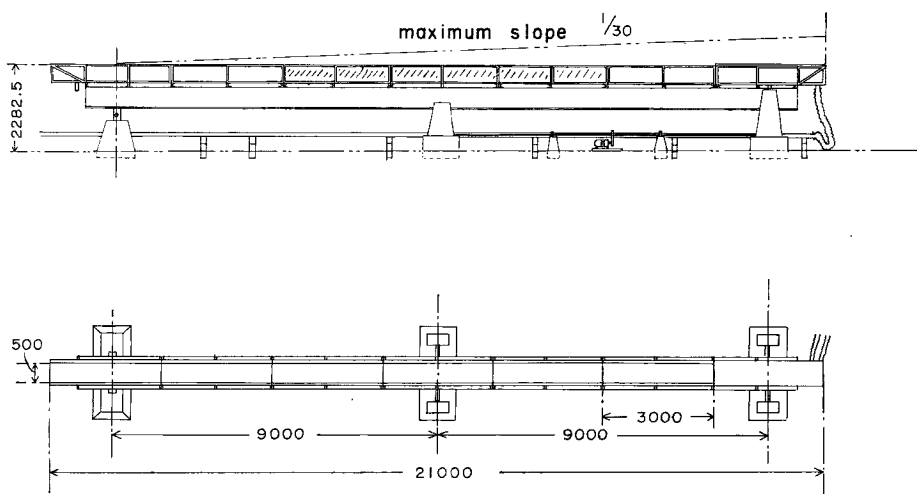


Fig. 1 Experimental flume.

水路下流端には約  $10 \text{ m}^3$  の貯水槽があり、これから2本の管路で水路に給水するようになっている。2本の管路の最大流量はそれぞれ 30 l/s, 70 l/s である。回流管路を2本にしたのは、この水路は水と砂とを同時に循環させるように考えられているため、管路内流速は実験開水路内のそれよりも常に大きく、管路内において、砂の貯留などを起させないようにしたためである。流量はベンチュリー管の圧力差を水銀マンometerにて読むことによって知る。ベンチュリー管口径より求められる理論流量は、実験に先立って清水、固定床での流速分布測定から求めた実測流量によって若干の補正を行なった。

### (2) 実験方法

実験に用いた砂は Fig. 2 に示すような、A, B の2種である。行なった実験は Table 1 に示す通りである。まず砂を厚さ約 12 cm に敷き、所定のこう配に整形した後、所定の流量で2~3時間通水した。こうして十分平衡状態が達成されたと考えられるようになった後で測定が開始された。河床こう配は流量、流砂量および下流端での砂止め堰の高さによって自動的に定まるため、実験終了後、河床面を乱さないように通水を停止した後で、ポイントゲージにより、河床面を測定し、この平均河床こう配の値を用いた。

水深、波形および伝播速度の測定は dune の場合を除いて、十分に二次元的であると認められたため、ガラス壁面に沿って並べた5台のカメラによる10~20秒間隔での同時撮影写真を読み取ることにより行なった。2~3のケースについては実験中の水深測定をポイントゲージにより行ない、写真による測定の精度に

Table 1 Extent of experiments.

No. of experiments	Discharge $Q$ (/s)	Bed slope $i$	Depth $h$ (cm)	Grain diameter $d_{50}$ (mm)	Velocity $u$ (cm/s)	Shear velocity $u_*$ (cm/s)	Total sediment discharge $Q_s$ (gr/s)	Froude number $F$	Manning coefficient $n$	Bed configuration
A-1	20	0.00400	6.08	0.145	65.8	4.38	178.3	0.85	0.0129	Antidune
A-2	20	0.00300	6.70	0.145	59.7	3.94	218.0	0.74	0.0129	Flat bed
A-3	20	0.00240	6.45	0.145	62.0	3.47		0.78	0.0109	Flat bed
A-4	20	0.00926	4.43	0.145	90.3	5.84	822.8	1.37	0.0119	Antidune
A-5	20	0.01099	4.33	0.145	108.4	6.30	1137.4	1.42	0.0098	Chute & pool
A-6	40	0.00261	9.77	0.145	81.8	4.24	401.1	0.84	0.0106	Flat bed
A-7	40	0.00228	9.84	0.145	81.3	3.97	373.5	0.83	0.0099	Flat bed
A-8	40	0.00541	8.21	0.145	97.4	5.77	706.6	1.09	0.0118	Antidune
A-9	40	0.00657	7.00	0.145	114.3	5.98	1598.4	1.38	0.0103	Antidune
A-10	40	0.01124	5.90	0.145	135.7	8.06	2626.3	1.78	0.0103	Chute & pool
A-11	60	0.00439	11.21	0.145	107.1	5.77	542.1	1.02	0.0105	Transition
A-12	60	0.00161	13.34	0.145	82.4	3.71	269.9	0.79	0.0096	Flat bed
A-13	60	0.00339	11.68	0.145	102.6	5.14	1020.9	0.96	0.0105	Flat bed
A-14	60	0.00433	10.96	0.145	109.5	5.65		1.06	0.0107	Antidune
A-15	20	0.00239	10.68	0.145	37.5	4.19	26.0	0.37	0.0231	Dune
A-16	40	0.00183	11.27	0.145	71.0	3.73	104.2	0.68	0.0110	Flat bed
B-1	18	0.00400	6.06	0.910	59.4	4.87		0.77	0.0142	Transition
B-2	20	0.02750	3.72	0.910	107.5	10.01	932.8	1.78	0.0157	Flat bed
B-3	40	0.02760	5.23	0.910	153.0	11.89	1886.8	2.14	0.0134	Flat bed
B-4	60	0.02780	6.44	0.910	186.3	13.24	3752.4	2.34	0.0123	Flat bed
B-5	70	0.02800	8.07	0.910	173.5	14.88	3487.4	1.94	0.0149	Antidune

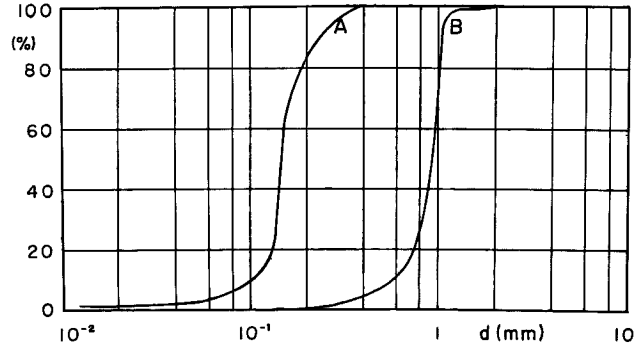


Fig. 2 Grain-size accumulation curve of the used sand.

について比較した。水深は各時刻によって得られる縦断写真を 5~10 cm の間隔で、数縦断について読み取り、100~200個の数値の平均値を用いた。なお写真の歪による誤差は、水路壁に画いた一辺 10 cm の目盛を同じ写真から読み取ることにより補正した。この結果、実測の水深と写真から読み取った値とは十分 1 mm 以内の精度を有することが確認された。

総流砂量は水路下流端において、容量 1000 cc のボトルにて各ケースごと数個の資料を採取し、これらの平均濃度に流量を乗ずることによって求めた。しかし各資料間のバラツキは相当に大きく、わずかに数個の資料でどれ程正確な平均値が得られるか疑問であるが、各ケース間の差違についてはこれらの資料からも推定が可能と思われる。

また 2~3 のケースについては、anti-dunes の進行中における一定点での流速の時間的変化を、光電管式小型プロペラ流速計を用いて測定し、水面変動、河床面変動および流速変動の関係を検討した。なお Table 1 における河床形態の区分は主に観察によって行なった。とくに transition と flat bed は河床波の存在が若干認められるが、それ程明確でないものと、ほとんど認められないものとして使い分けた。しかし実験結果の整理の段階では両者は同じ領域のものとして取扱った。

### (3) 実験結果

水面波および河床波の波長を間隔 5 cm ごとの範囲に含まれる度数分布で示したものが Fig. 3 である。水面波には河床波と対応しないものもあるが、これは除外した。写真の読み取りにかなりの誤差を伴うこと、およびとくに小粒径を用いた実験の場合には、水面波および河床波は生成、消滅、統合を繰り返しているため、波長はかなり広範囲に分布している。しかし Fig. 3 に見られるように、顕著な卓越波長を有し、しかもそれらは水理条件によって変化している。さらに卓越波長の 2 倍および 3 倍のところに若干のピークが認められるが、これは写真の読み取りの際、波高の小さい場合にはこれを飛び越して波長を読み取ることによって起因すると思われる。

連続写真の記録から山線（白丸）、谷線（黒丸）の位置を追跡したものの一例を Fig. 4 に示す。細砂を用いた実験 A-14 の場合は、伝播速度は場所によって大きく変化しており、また十分に追跡できない場合、ある一定時間消滅して（波高が小さくて、その存在が確認できない）再び赤時曲線上に現われる場合などあって非常に複雑である。これは粒径が小さいため、わずかの掃流力の変化にも河床の変化が敏感に現われ、そのために現象が不規則になる傾向があるためと考えられる。これに対し、実験 B-5 の場合は、図に見られるように、走時曲線はいづれもほぼ直線をなしており、安定した様子がうかがえる。これらのことは粒径の相違によって、水流の変化との追随性に差のあることを意味するものと思われ、Kennedy<sup>1)</sup> が導入した水流と砂の運動との間の遅れの距離  $\delta$  の存在を示唆するもので、興味深い。以上のように写真を読み取ることによって得られた各実験の anti-dunes の波形特性を一括して Table 2 に示す。

河床高  $z$ 、水位  $H$ 、流速  $u$ 、水深  $h$  の一定点での時間的変化を測定した結果の一例を Fig. 5 に示す。河

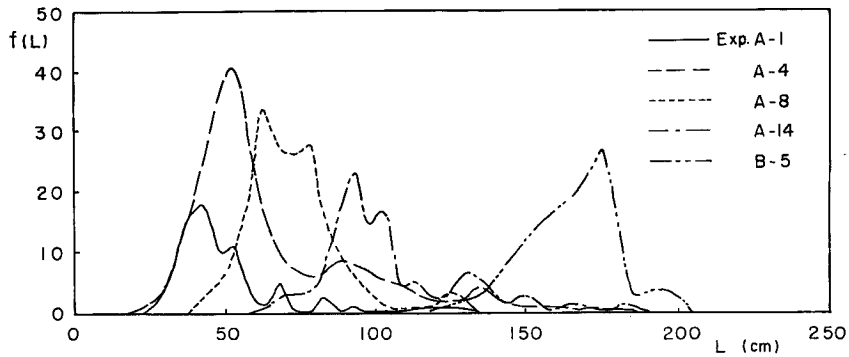
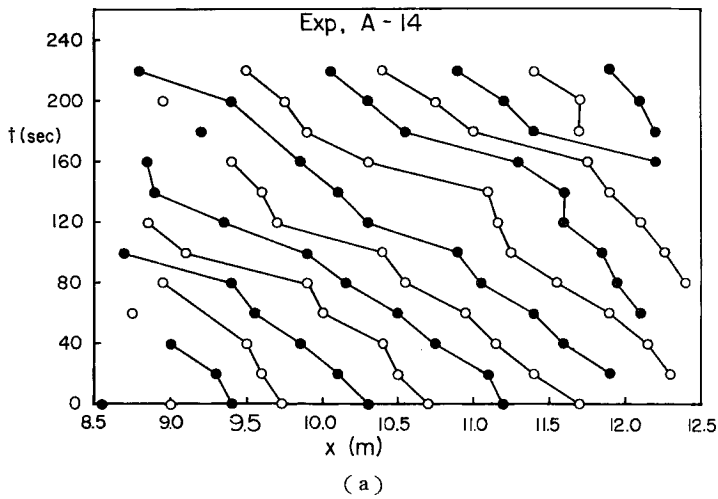
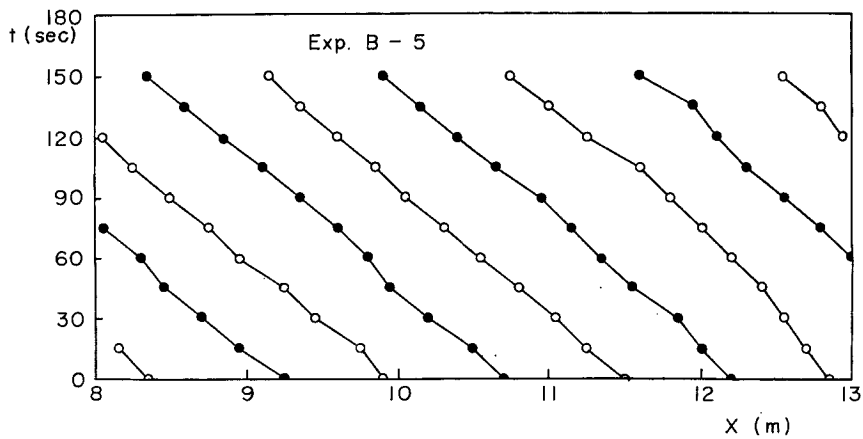


Fig. 3 Frequency distribution diagram of the measured wave length.



(a)



(b)

Fig. 4 Migration of the crest and trough of anti-dunes.

Table 2 Results of experiments.

No. of experiments	Dominant wave length $L$ (cm)	Mean wave length $L_m$ (cm)	Ratio of wave height of bed and water surface $A/a$	Propagation velocity of bed wave $\omega$ (cm/s)	Mean wave height $a_m$ (cm)
A-1	42.5	46.5	2.29		0.54
A-4	52.5	55.5	1.94	0.5	1.02
A-5		63.3		0.5	
A-8	62.5	76.3	2.56	0.8	0.73
A-9	52.5	81.0	2.18	0.4	2.29
A-10		104.0			
A-11		99.2	2.24	1.3	1.20
A-13		127.0	2.73		0.54
A-14	92.5	102.0	2.58	1.5	1.22
B-5	175.0	161.2	1.37	1.6	7.97

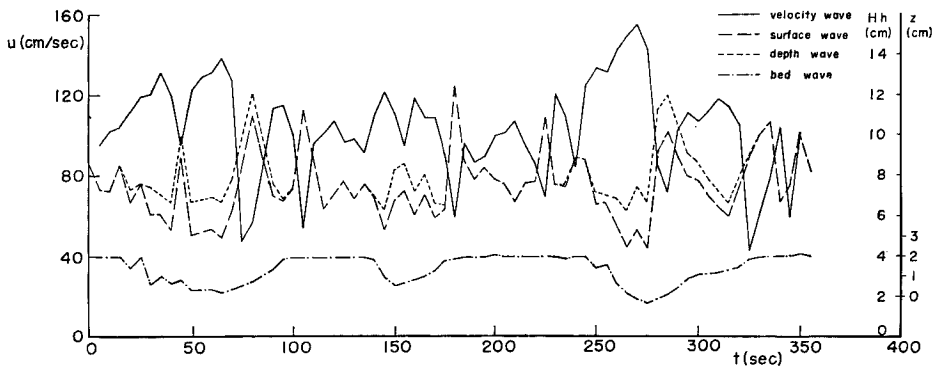


Fig. 5 Variation with time of the surface wave, depth wave, bed wave and velocity wave.

床波とは無関係（または関係があっても、伝播速度が大きすぎて河床の変化がこれに追従できない）なものがあるため、水面波の周期にはかなり短いものが多いことが分る。流速変動と水面変動とは、短周期のものまで逆位相の関係で極めてよく対応している。昨年、著者は平衡に達した sand waves の波高を平均的な水理量により表示することを目的として、若干の理論的解析を行なった<sup>2)</sup>。その取り扱いにおいて、河床形状を正弦曲線で近似した場合、第一近似として水深、Froude 数等も同様な正弦曲線で表わされることを示した。その結果だけを再記すると、

$$z = -i_0 x + z_0 \sin \theta, \quad \theta = 2\pi/L(x - \omega t) \dots\dots\dots(2.1)$$

$$h = h_0 \{1 + \varepsilon_2 \sin(\theta - \alpha)\} \dots\dots\dots(2.2)$$

$$u = u_0 \{1 - \varepsilon_2 \sin(\theta - \alpha)\} \dots\dots\dots(2.3)$$

$$F^2 = F_0^2 \{1 - 3\varepsilon_2 \sin(\theta - \alpha)\} \dots\dots\dots(2.4)$$

ここで、

$$\varepsilon_2 = - \frac{z_0}{h_0(1 - F_0^2) \sqrt{1 + 9/k^2}} \dots\dots\dots(2.5)$$

$$\tan \alpha = 9/k \dots\dots\dots(2.6)$$

$$k = \frac{2\pi h_0}{i_0 L} (1 - F_0^2) \dots\dots\dots (2.7)$$

である。このような表示法が実際に成立するかどうかを調べたものが Fig. 6 である。この図において、実測値とは、Fig. 5 で得られた結果において、河床波とはあまり関係がないと思われる短周期の波を、移動平均をとることによって消去したものである。計算結果と実測値との適合度は必ずしも十分でないが、近似的にはこれらの表示法は成立するものと思われる。この図においてとくに注目されることは、Froude 数が時間的に大きく変化していることである。このように Froude 数が 1 の前後を大きく変化しても、形状は安定している anti-dunes と、形状まで変化して跳水が現われる chute and pool とがあり、このことからもいかに複雑に現象が変化しているかが想像できるだろう。

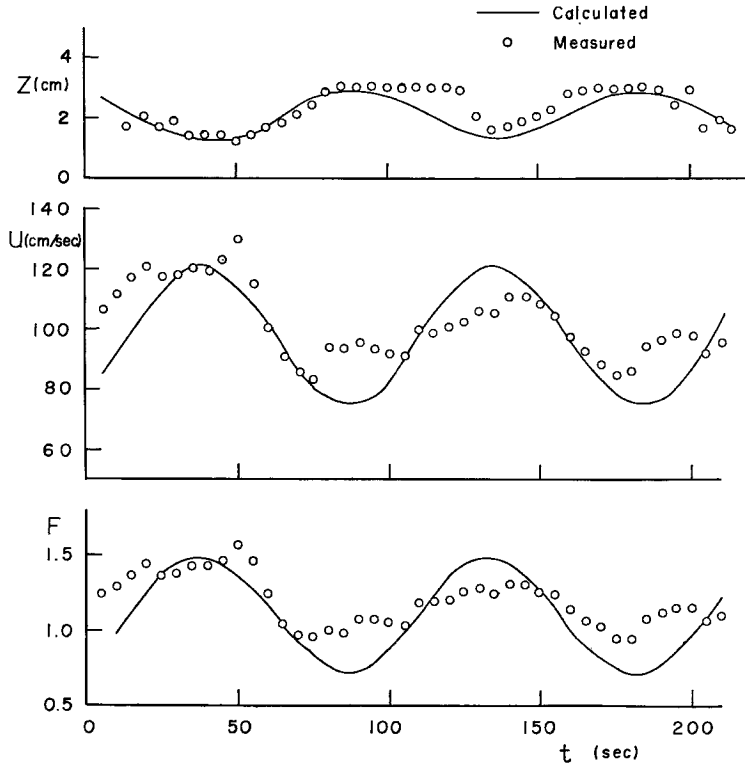


Fig. 6 Comparison with the calculated values and measured bed wave, velocity wave and Froude number.

### 3. 実験結果による従来の研究の比較

#### (1) 領域区分

Table 1 に見られるように、A、B 二種の実験を通じて気付く最も顕著な事実は現象に及ぼす粒径の影響である。粗砂を用いた B の実験では  $F=2.3$  まで flat bed の領域が拡大しており、anti-dune が形成されると再び粗度が増大して、 $u$  も  $F$  も減少していることは興味深い。そこで、ここでは領域の変化に及ぼす粒径の影響という点に留意しつつ、従来諸研究を概観してみよう。

緒言において述べたように、sand waves に関する研究は極めて多く報告されているが、それらを大別すると実験的研究と理論的研究とに分けられる。

実験的研究の多くは、実験結果を次元解析法によって整理することにより、現象に関与するパラメーターを追求するという方法が採られている。その一例として Fig. 7 に Garde and Raju<sup>8)</sup> の領域区分図を示す。彼等は両軸に示されるパラメーターにより実験値が明瞭に区分されるとしている。しかしいま著者の行なった実験値を同図にプロットしてみると、とくに粗砂の場合のものは区分線から大きくずれた位置に入る。そこで U・S・G・S<sup>9)</sup> による実験のうち  $d=0.93\text{ mm}$  の transition とされているものを同図にプロットしてみると、Fig. 7 のようになり、これらの実験値に関する限り、transition と anti-dune の区分線は同図に記入した一点鎖線のように修正した方が良くも思われる。しかしこのようにすると、原論文に引用された実験値と比較するとき、 $i_0/4\gamma_s$  ( $4\gamma_s$  は砂粒の水中比重)、 $h/d$  座標において、 $(10^{-2}, 10^2)$  および  $(10^{-3}, 10^3)$  付近において他の領域の点が混在することになる。これはこの二つのパラメーターだけでは現象を十分に規定できないことを示すものと思われるが、このような方法による限り、その根拠が明確でなく、これ以上論議を深めることはむづかしい。

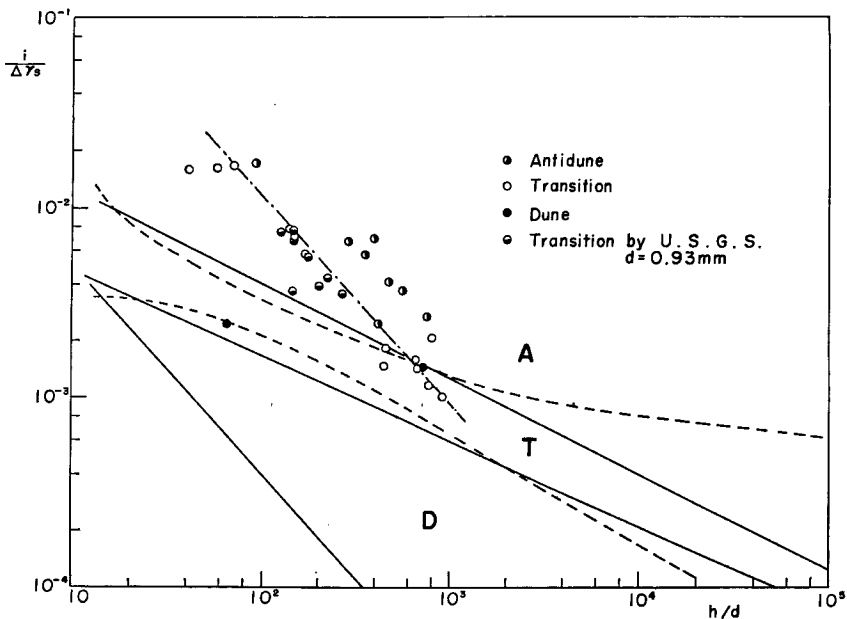


Fig. 7 Regime criteria of various bed configurations by Garde and Raju.

これに対し、種々の異なった regime が生起することを理論的に説明しようという努力が、多くの人々によって行なわれてきた。このような研究は次の三つに大別されるように思われる。

- (1) 一次元不等流による方法
- (2) 一次元不定流による方法
- (3) ポテンシャル流による方法

(1) の方法は古くは岩垣<sup>9)</sup>によって取り扱われており、最近では Reynolds<sup>6)</sup>, Gradowczyk<sup>7)</sup>, 椿, 斎藤<sup>8)</sup> および著者<sup>9)</sup> によって取り扱われている。この方法は若干の仮定によって線型化を行なうことにより、容易に解が求められるが、そのままでは河床の変動は減衰の方向にあって、波動解が得られない欠点がある。Gradowczyk, Reynolds らはこの場合でも Kennedy が導入したような  $\delta$  を考えれば、減衰しない解が得られることを示しているが、 $\delta$  の物理的意味が明確にされない限り、十分な説明を与えたことにはならない。これに対して、椿, 斎藤は剪断力の変化を示すパラメーター  $a$  と流砂の非平衡性を表すパラメーター  $E$  を導入することによって、不安定な解を得ることができることを示したのは極めて興味深い。しかしその結



果は Fig. 7 の中の点線で示されるように、Garde らの境界線とはほぼ一致しており、今回の実験のような粒径の影響についてまで十分な説明を与えることはできない。

(2)の方法は(1)では河床が不安定となる解が得られないため、水流の運動方程式および連続式において加速度項を省略せずに取り扱おうとするもので、松梨<sup>9)</sup>、Gradowczyk<sup>7)</sup>、Callander<sup>10)</sup>らによって研究されている。この方法によると、種々の regime の波が生起する可能性と、その条件を求めることができるが、基礎式が複雑となって、解そのものを得ることができない。とくに Gradowczyk は表面波との競合を考慮することにより、極めて興味ある解析を行なっている。しかし著者が彼の理論に従って regime が区分される  $F \sim M^*$  図 ( $M^*$  は流砂濃度) を作成して、従来の実験値と比較したところ、その適合度は必ずしも十分でないようである。

(3)の方法は古くは Anderson<sup>11)</sup> に始まり、最近では Kennedy<sup>13)</sup> および林ら<sup>12)</sup>によって素晴らしい展開をみたものである。この方法は(1)、(2)と異なり、水流の運動を記述するのにポテンシャル流の理論に立脚しているのが特長である。Kennedy、林らはこの解析において、水流と流砂との間の遅れの距離  $\delta$ 、またはこれと若干意味の異なるパラメーター  $C$  を導入して、巧妙に理論を展開している。Fig. 8 にその理論と著者の行なった実験との比較を示す。図に見られるように、細砂の場合はかなりうまく説明できるが、粗砂の場合は十分でない。林の解析では補助パラメーターは  $C$  という量に集約されているが、この  $C$  の値を変化させても、dune から flat への境界は変化するが、flat から anti-dune への境界はほとんど変化せず、今の実験結果を説明できない。この  $F \sim kh$  図は Kennedy の理論の誘導過程からも分るように、領域区分を示すものではなく、波長を規定するものと解すべきであり、領域の区分を示すものは  $F \sim j$  図である。この図によって領域が明瞭に区分されるが、この区分が現実的な意味を持つためには  $j$  すなわち  $\delta/h$  が、種々の値をとる必要があり、また十分に発達した場合の平衡波高が存在するためには、 $\delta$  の値は 0 または波長に等しくなければならない。従って現象を完全に理解するために  $\delta$  はの物理的意味(他の水理量との関連)およびその挙動が明らかにされなければならない。

以上紙数の関係もあって、従来の諸研究について概観するに止まり、立入った論議をすることができなかったが、いずれの理論もそれぞれ一長一短を有し、粒径の影響も含めて現象の全体を統一的に説明することができずさらに検討を加えなければならない。

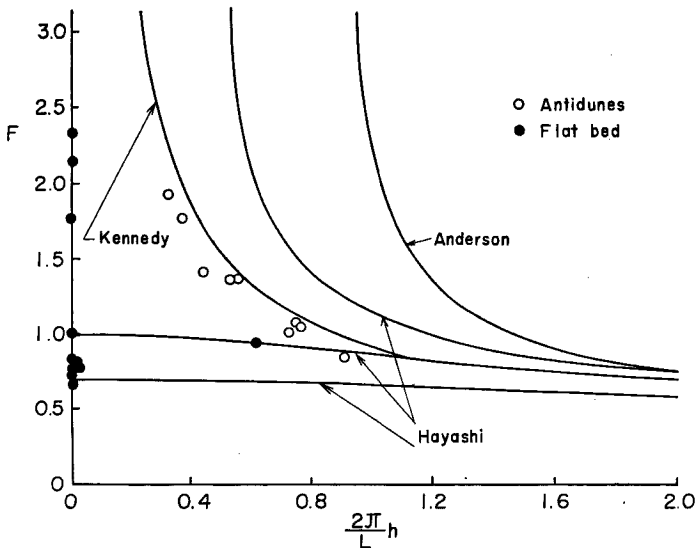


Fig. 8 Comparison with various theories and the experimental data for the relation between  $F$  and  $kh$ .

(2) 波 長

前述のように、(1)の方法では不安定な波動解が得られないことおよび(2)の方法では解が求められないことにより、波長を求めることはできない。従って理論的に波長を平均水理量で規定したものは(3)による方法のものだけである。これらには誘導の過程によって若干の相違があるが、Anderson, Kennedy, 林らの三氏のもの報告されており、それらはそれぞれ次のようである。

$$F^2 = kh(\tanh kh - 2/\sinh 2kh) \dots\dots\dots(3.1)$$

$$F^2 = \frac{2 + kh \tanh kh}{(kh)^2 + 3kh \tanh kh} \dots\dots\dots(3.2)$$

$$F^2 = \frac{1}{4kh \tanh kh} [C + 2 \pm \sqrt{(C+2)^2 - 8C \tanh^2 kh}] \dots\dots\dots(3.3)$$

ここに  $k = 2\pi/L$

Fig. 8 はこれらの理論結果と実験値との比較を示したものであり、この図で見る限り、Kennedy の式が実験値と最も良い適合を示している。これは式の誘導において、Kennedy は単に最初に与えられた微小変動が発達するという条件だけでなく、その発達速度が最大になるという条件をも導入しているため、その精度が向上しているものと思われる。

(3) 伝 播 速 度

河床における流砂の連続式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial q_B}{\partial x} + (1-\lambda) \frac{\partial z}{\partial t} = 0 \dots\dots\dots(3.4)$$

ここで  $\xi = x - \omega t$  とおいて (3.4) 式を  $\xi$  について書き直し、これを積分することにより次式を得る。

$$q_B = (1-\lambda)\omega z + C \dots\dots\dots(3.5)$$

ここに  $C$  は積分定数である。前報<sup>2)</sup>において著者はこの積分定数  $C$  を決定するために、Simons ら<sup>13)</sup>が行なったように、ripple および dune のように谷部では流砂がないという条件を用いた。従って得られた結果の適用は low flow regime に限定され、anti-dune のように谷部でもかなり流砂が存在する場合にまで使用できない。

そこでいま Fig. 9 に示すように座標をとり、クレストでの流砂量を  $q_{B1}$ 、谷でのそれを  $q_{B2}$  とすると、

$$z = 2z_0; q_B = q_{B1}, \quad z = 0; q_B = q_{B2}$$

である。この条件を用いて (3.5) 式の積分定数を決定することにより次式を得る。

$$\omega = \frac{q_{B1} - q_{B2}}{2(1-\lambda)z_0} \dots\dots\dots(3.6)$$

前報 (2) において、 $q_B$  は次のように求められている。

$$q_B = q_{B0} \{1 - A e_2 \sin(\theta - \alpha)\} \dots\dots\dots(3.7)$$

$$A = 1 + \frac{2m}{1 - \tau_c/\tau_0} \dots\dots\dots(3.8)$$

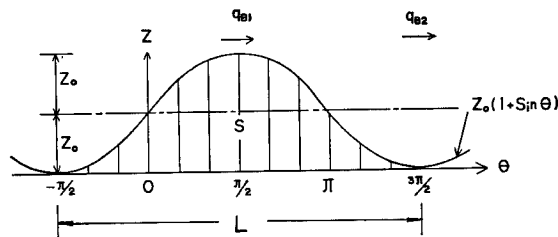


Fig. 9 Definition sketch.

$q_{B1}$ ,  $q_{B2}$  は (3.7) 式において  $\theta = \pi/2$ ,  $\theta = 3\pi/2$  とすれば求められるから、その結果を用いることにより伝播速度は次のようになる。

$$\omega = \frac{q_{B0}(2m+1-\tau_c/\tau_0)}{(1-\lambda)h_0(1-F_0^2)(1-\tau_c/\tau_0)(1+9/k^2)} \dots\dots\dots(3.9)$$

また Kennedy はポテンシャル流れによる解析から、伝播速度に関して  $\delta=0$  とすることにより次式を得ている。

$$U_b = \frac{n\bar{G}k}{B} \coth k(D-h) \dots\dots\dots(3.10)$$

ここに、

$$k = \frac{2\pi}{L}, \quad U^2 = \frac{g}{k} \tanh kD, \quad B = 1-\lambda \dots\dots\dots(3.11)$$

で  $\bar{G}$  は平均流砂量,  $n$  は流砂量が流速の  $n$  乗に比例するとした場合の指数である。

また Gradowczyk は一次元不定流による解析から次式を得ている。

$$v_b = \frac{(2+n)}{1-F^2} rM^*u \dots\dots\dots(3.12)$$

ここに、

$$M^* = \frac{q_B}{uh(1-\tau_c/\tau_0)} \dots\dots\dots(3.13)$$

(3.9), (3.10) および (3.12) 式はほぼ等しい結果を与えることは容易に理解されよう。このようにそれぞれ異なった立場から出発した解析において、ほぼ等しい結果が得られることは極めて興味深い。

Fig. 10 は (3.9) 式と実測値との適合度を調べたものである。実測値を整理する際、 $q_B$  の値を知る必要がある。Table 1 に示した流砂量は総流砂量であって、sand wave の伝播には無関係な浮遊砂を多量に含んでいるため、 $q_B$  としてはこれを除く必要がある。しかし総流砂を掃流砂と浮遊砂とに分離することが困

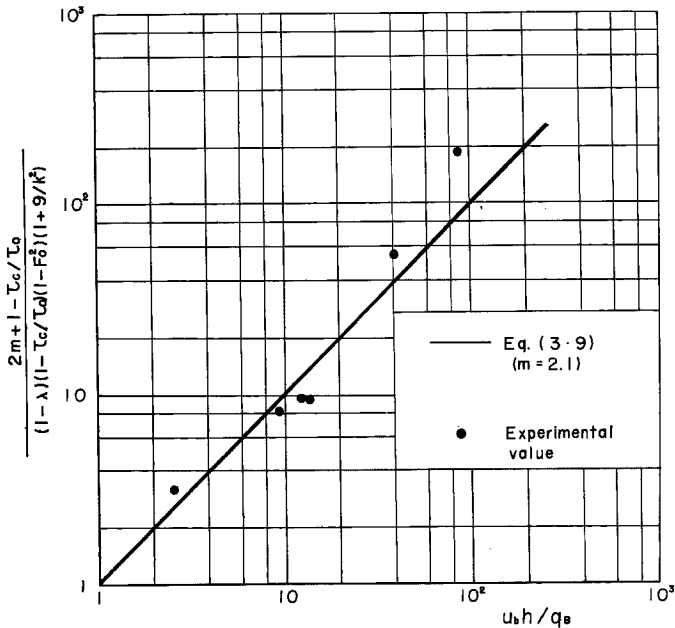


Fig. 10 Comparison with the measured propagation velocity and Eq. (3.9).

難なため、 $K=10$ ,  $m=2$  とした Brown 型の流砂量式による計算値を  $q_B$  として用いた。このような計算流砂量を用いたにもかかわらず、理論値と実測値は Fig. 10 に見られるように極めてよく一致している。

(4) 波 高

Kennedy は  $\delta=0$  とすることによって、水面波と河床波の波高比について、次式を得ている。

$$\frac{A}{a} = \frac{1}{\left(1 - \frac{F^2}{kh} \tanh kh\right) \cosh kh} \dots\dots\dots (3.14)$$

また Gradowczyk も次のような同様の関係式を得ている。

$$\frac{A}{a} = 1 - (1 + 2rM^*)F^{-2} + 2rM^*F^{-4} \dots\dots\dots (3.15)$$

$khF^2 \ll 1$  の場合、(3.14), (3.15) 式はほぼ等しい結果を与えることが Gradowczyk によって示されている。

Fig. 11 はこれらの理論結果と実測値との比較を示したものである。なお参考のために Anderson による結果を示しておいた。理論と実験とはかなりよく一致している。しかし、実験結果のところ述べたように、水面波には河床波と十分に対応していないものもあって、相対量としての  $A/a$  はなかなか実測しがたいものである。また工学的な意味からも相対量だけでなく、水面波高、河床波高の絶対量をそれぞれ独立に求められるのが望ましい。

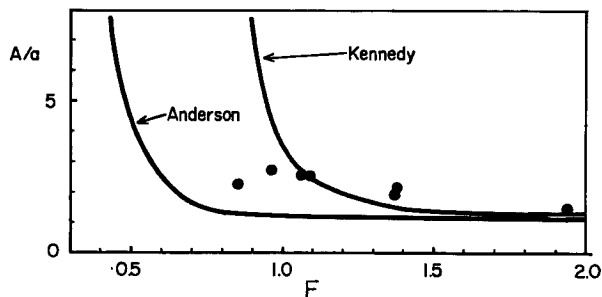


Fig. 11 Comparison with with the calculated relative wave height and the measured one.

そこで前節での伝播速度を用いて次のように求めることにしよう。いま掃流砂を sand waves の伝播に寄与する流砂であると定義する。この定義を用いると、Fig. 9 を参照して、sand wave が一波長だけ伝播する間の平均掃流砂量  $q_{Bm}$  ( $q_{B0}$  に等しい) は次のように求められる。

$$q_{Bm} = q_{B0} = \frac{1}{L} \int_{-\pi/2}^{3\pi/2} q_B d\theta = (1-\lambda) \frac{\omega}{L} S \dots\dots\dots (3.16)$$

ここに、 $S$  は一波長間の sand wave の面積で次のようになる。

$$S = \int_{-\pi/2}^{3\pi/2} z d\theta = z_0 \int_{-\pi/2}^{3\pi/2} (1 + \sin \theta) d\theta = z_0 L \dots\dots\dots (3.17)$$

(3.16), (3.17) 式より、

$$q_{B0} = (1-\lambda) \omega z_0 \dots\dots\dots (3.18)$$

となる。そこで (3.9), (3.18) 式より  $2z_0 = H$  ( $H$  は波高) とおくことにより次式を得る。

$$\frac{H}{h_0} = \frac{2(1-\tau_c/\tau_0) |1-F_0^2| (1+9/k^2)}{2m+1-\tau_c/\tau_0} \dots\dots\dots (3.19)$$

Fig. 12 は (3.19) 式と実測値との比較を示したもので、両者は極めてよく一致している。(3.19) 式は

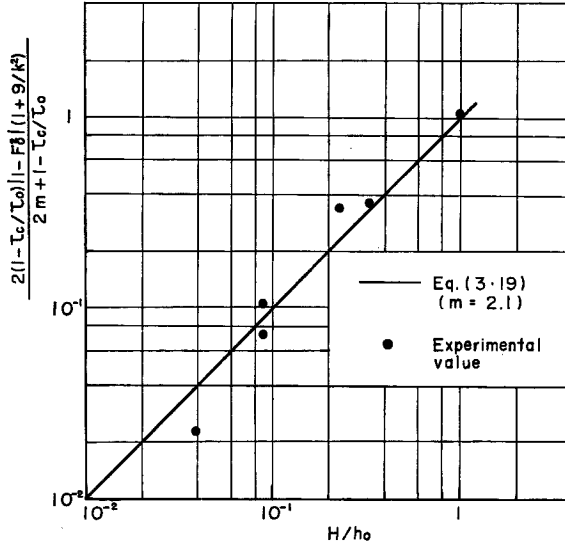


Fig. 12 Comparison with the measured wave height and Eq. (3.19).

著者が昨年の解析において得た結果と同一のもので、low flow regime においてもこの関係はほぼ成立することが確かめられているため、(3.19) 式は領域の如何を問わず、広く成立することになる。

#### 4. 結 語

以上本研究は anti-dune および flat bed など upper flow regime に関する詳細な実験を行なうことにより、その実態を明らかにし、これらの情報に基づいて従来諸研究を比較検討した。その結果を要約すると次のようである。

- (1) 現象に及ぼす粒径の影響は大きく、とくに粒径の増大ともなつて transition の領域は拡大するものと思われる。
- (2) Garde and Raju による領域区分図のように、そこで用いられた二つのパラメーターだけでは現象は十分に規定され得ないものと思われるが、仮にこの区分法が有効だとすると、Fig. 7 に示したように transition と anti-dune とを区分する境界線は図中の一点鎖線のように一部修正した方がよいように考えられる。
- (3) 波長については Kennedy の理論結果が実測値と最もよい適合を示す。
- (4) 伝播速度は Kennedy, Gradowczyk および著者の解析結果はともにほぼ等しいものとなり、実測値との適合も満足すべきものである。
- (5) 波高についての著者の解析は upper flow regime にも拡張して適用することができる。
- (6) 以上 sand waves の形状特性については、平均的な水理量からかなりの精度で予測することが可能となった。しかし、領域区分などその発生の機構との関連において統一的な説明を与えるためにはさらに考察を深めなければならない。

最後に本研究を行なうに際し、終始ご指導、ご激励頂いた芦田和男教授に心から感謝の意を表するとともに、実験および資料の整理にご助力頂いた大学院学生小笹博昭君および補佐員坂正博君にお礼を申し述べます。

## 参 考 文 献

- 1) Kennedy, J. F.: The Mechanics of Dune and Antidune in Erodible-bed Channels, J. Fluid Mech., Vol. 16, Part 4, 1963, pp.521~544.
- 2) 田中祐一郎: Sand Waves に関する研究——Sand Waves の波高に関する一考察——, 京都大学防災研究所年報, 第12号B, 昭44. 3, pp.427~435.
- 3) Garde, R. J. and Ranga Raju: Regime Criteria for Alluvial Stream, Proc. A. S. C. E., Vol. 89, HY. 6, 1963, pp.153~164.
- 4) Guy, H. P., Simons, D. B. and Richardson, E. V.: Geological Survey Professional paper, 462-I, 1966.
- 5) 岩垣雄一: 石原藤次郎編, 応用水理学, 中I, 昭33, p.61.
- 6) Reynolds, R. J.: Waves on the Erodible Bed of an Open Channel, J. Fluid Mech., Vol. 22, Part 1, 1965, pp.113~133.
- 7) Gradowczyk, M. H.: Wave Propagation and Boundary Instability in Erodible-bed Channels, J. Fluid Mech., Vol. 33, Part 1, 1968, pp.93~112.
- 8) 椿東一郎・斎藤隆: 流れによる Sand wave の発生限界, 九大工学集報, 第40号, 5号, 昭. 42, pp.741~748.
- 9) 松梨順三郎: 開水路における移動床の不安定性について——微小振動法による理論解析——, 土木学会論文集, 61号, 昭. 34, pp.47~53.
- 10) Callander, R. A.: Instability and River Channels, J. Fluid Mech., Vol. 36, Part 3, 1969, pp.465~480.
- 11) Anderson, A. G.: The Characteristics of Sediment Waves Formed by Flow in Open Channels, Proc. 3rd Midwestern Conference on Fluid Mechanics, 1953, pp.265~269.
- 12) 林泰造・川上克己: 移動河床に生ずる二, 三の不安定現象, 第13回水理講演会講演集, 1969, pp. 109~116.
- 13) Simons, D. B., E. V. Richardson and C. F. Nordin: Unsteady Movement of Ripples and Dunes Related to Bed-Load Transport, Proc. 11th. I. A. H. R. Congress, 1965, Vol. 3, 3. 29.