

降雨の時間分布の統計的構造に関する研究

——雨量配分率の分布特性——

友杉 邦雄

A STUDY ON STATISTICAL STRUCTURE OF TIME DISTRIBUTION OF RAINFALL

——Characteristics of Probability Distributions of the Distribution Rates of Rainfall——

By *Kunio* TOMOSUGI

Synopsis

As a method to research for statistical structure of time distribution of rainfall, the author has studied theoretically and empirically on probability distributions of several kinds of distribution rate of rainfall, because of application purpose such as more effective use of forecasted rainfall amount in flood control or examination of safety of design rainfall amount in water planning against floods.

In this paper, the following items, which were not examined or not sufficiently done in the former studies, are examined mainly through analyses of 12-hour-rainfall data of recording unit 1 hour observed at 6 points in the Kinki District: (1) Degrees of difference of probability distributions or averages of the maximum distribution rate (a) to 1 hour and (b) to any sub-period of integer hours by observation points, (2) the same by classes of rainfall magnitude. (3) Statistical characteristics of time distribution in the sub-periods to which the maximum rainfall is distributed. (4) Degrees of difference between averages of the maximum distribution rates to any sub-period which can be estimated from rainfall data of recording unit 1 hour and those which would be obtained from instantaneous rainfall records.

The results corresponding to the above items are roughly as follows: (1) The maximum difference is 11% about averages of (a) and 6% about those of (b). (2) The same is 20% and 9%, respectively. (3) Degree of concentration into short time is considerably less than the case of pure random process. (4) Ratio of the latter to the former will be 1.1~1.2 for sub-period of 1 hour, but become nearly equal to 1.0 when the sub-period is longer than 3~4 hours.

1. まえがき

著者らは洪水に関係するような短期間の降雨の時間分布を、治水計画における計画雨量の示す安全度の問題の検討やダムの治水操作における予測雨量の効果的利用等の応用上の目的から、特定の期間内の雨量の時間配分問題として捉え、各種の雨量配分率の確率分布という形でその統計的構造を把握・表現しようとする

立場をとり、これまでにおよそつぎのような結果を得ている。すなわち、降雨の時間配分過程を純ランダムとする仮定に基づいて、等分最大雨量配分率¹⁾、等分順位雨量配分率²⁾および連続最大雨量配分率³⁾と称するものの理論的な確率分布を得、実測の降雨資料によりその仮定の検討を行い、等分最大雨量配分率や等分順位雨量配分率を見る限り、実際の降雨の時間配分過程はほぼ純ランダムに近いように見えるが、時系列的要素を有する連続最大雨量配分率を見ると明らかに純ランダムではなく、その確率分布はいまのところ経験分布を用いざるを得ないこと等を明らかにした。なお、連続最大雨量配分率の方法論的な応用例を示した研究^{4),5)}では、上記の理由により経験分布を用いている。

これらの研究では、理論分布を求めることと、応用の方法を考察することに重点を置いていたため、実測の降雨資料の解析の面で不十分な点が多い。すなわち、(1) 観測地点の違いによる各種配分率の分布の差異の有無と程度、同じく(2) 雨量規模の違いによるものと(3) 降雨原因の違いによるものという3つの項目の検討についていえば、(1) については、雨量ではなくハイトグラフの形態に関するものであるから差はなかろうとして、実測資料による検証を全くしていない。(2) については、等分最大雨量配分率についてのみ若干検討して顕著な差は認められないとしている¹⁾が、不十分である。(3) については、用いた資料がほとんど台風性のものであったため検討していない。その他、(4) 降雨のピーク附近あるいは最盛期における雨量の時間配分特性、(5) 地点降雨と面積平均降雨の時間配分の統計的な関係、等の検討が残されている。また、本研究を含めて、これまでの研究では、資料数の関係上1時間単位の雨量記録に基づいており、(6) 1時間単位の雨量記録による連続最大雨量配分率の評価値と瞬間単位のものより得られるであろうものとの差の程度を検討しておく必要がある。

本研究では、各観測点ごとに比較的豊富な時間雨量資料を得たこともあって、実測資料の解析に重点を置き、主として12時間降雨を対象として、上記の問題のうち、(1)、(2) および(4) について、純ランダムとして得た前記の理論分布との比較によるランダム性の検討を含めて検討するとともに、(6) についても資料解析による外挿的方法によって、その平均的なものを得ることを試みている。なお、(3) については、すべての資料を降雨原因別に明確に分類することが非常に困難なこともあって、また(5) については得られた資料が面積平均降雨を求め得るようなものでなかったため、それぞれ残念ながらここでは行えず、別の機会に譲ることにした。

2. 各種雨量配分率の定義とその理論分布

ここでは、本研究で解析・検討する各種の雨量配分率の定義を明確にするとともに、雨量の時間配分過程を純ランダムと仮定して得られたそれらの理念分布等を示しておく。

一般に雨量配分率というのは、ある特定の期間の降雨を考えた場合、その期間内のある部分期間に配分されている雨量が、全体の雨量に対して占める比率のことであり、それらは、部分期間のとり方と、その配分率の相対的大小関係によって区別されるわけである。

2.1 等分最大雨量配分率と等分順位雨量配分率

いま、期間 T の総雨量 R_T の降雨を考え、その期間の n 等分された各部分期間に配分されている雨量系列を $\{r_k\}$ ($k=1, 2, \dots, n$; k は時間の流れによる順番) とするとき、

$$z_k = r_k / R_T \quad (k=1, 2, \dots, n) \quad \dots\dots\dots (1)$$

を (n) 等分雨量配分率という。この z_k について、その大きさの順位によって区別したものが等分順位雨量配分率 (以下略して順位配分率という) であり、それを x_i (i : 大なるものからの順位) と表わす。すなわち、

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = \max_{1 \leq k \leq n} \{z_k\} \\ x_{i-1} \geq x_i \quad (i=2, 3, \dots, n) \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ということである。そして、順位 $i=1$ の順位配分率 x_1 のことをとくに、等分最大雨量配分率（略して最大配分率）と称しているわけである。

前記の R_T が n 個の等分期間へ純ランダムに配分されるとしたとき、 x_i の理論的な確率密度関数 $f_n(x_i)$ はつぎのようになることがわかっている^{1),2)}。

$$f_n(x_i) = \sum_{j=i}^m (-1)^{j-i} \cdot j \cdot (n-1) \cdot \binom{n}{j} \cdot \binom{j-1}{i-1} \cdot (1-j \cdot x_i)^{n-2} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 m は $1/x_i$ 以下の最大の整数で、 $i=1$ のときは最大 $(n-1)$ まで、 $i \geq 2$ のときは最大 n まで変化する。また、 $1 \geq x_i \geq 1/n$ であり、 $i \geq 2$ のときは $1/i \geq x_i \geq 0$ である。

x_i の期待値 $E_n(x_i)$ は (3) 式より 1 次モーメントとして求めると、 $i=1$ の場合と $i \geq 2$ の場合とで式の形が異なり、しかもやや複雑なものとなる^{1),2)} が、 $\{1-(1-s)^n\}/s$ 、 $(1-e^{-s})^n$ の 2 項展開式やその微積分式によって得られる恒等式を適用することによって、結局、統一的に次式のような比較的簡単な式になる。

$$E_n(x_i) = \frac{1}{n} \sum_{j=i}^n \frac{1}{j} \quad (i=1, 2, \dots, n) \dots\dots\dots (4)$$

また、 x_i の 2 次モーメントも同様に於て、結局、統一的に表わせ、

$$E_n(x_i^2) = \frac{2}{n(n+1)} \sum_{j=i}^n \frac{1}{j} \sum_{k=i}^j \frac{1}{k} \quad (i=1, 2, \dots, n) \dots\dots\dots (5)$$

となる。

2.2 連続最大雨量配分率

これは上記の順位配分率が、時間の流れと無関係なものであったのに対し、時系列的な要素が含まれたものである。すなわち、同じく (1) 式によって定義される $\{z_k\}$ ($k=1, 2, \dots, n$) について、その l 個の連続和、

$$w_l = \sum_{k=j}^{j+l-1} z_k \quad (j=1, 2, \dots, n-l+1) \dots\dots\dots (6)$$

を考え、各 $l(l=2, 3, \dots, n-1)$ に対して、それらの最大値を連続最大 l 時間（部分期間）雨量配分率といひ、 y_l で表わす。すなわち、

$$y_l = \max\{w_l\} \dots\dots\dots (7)$$

ということである。概念的に表現するときには以下連続最大配分率と略称することにする。なお、 $l=1$ および n に対しても (7) 式を拡張すれば、それぞれ、 $y_1=x_1$ 、 $y_n=1$ ということになるものである。

先と同じ仮定に基づくこの y_l の理論分布については、一般解は完全には得られておらず、 $n=6$ までのものと、 $1/2 \leq y_l \leq 1$ の範囲の一般解が得られている³⁾ だけであり、ここでは後者の確率密度関数 $g_n(y_l)$ だけを示しておく。

$$g_n(y_l) = \sum_{j=1}^k j(j+1) \binom{2k-j}{k} \binom{n-1}{2k-j} (1-y_l)^{2k-j-1} (2y_l-1)^{n-2k+j-1} \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 $k=n-l$ であり、 $l \geq n/2$ の場合は、 $1 \geq y_l \geq 1/2$ であるので、その期待値が求められ、つぎのようなになる。

$$E_n(y_l) = \frac{l}{n} + \frac{1}{2n} \sum_{j=1}^k \frac{j^2(j+1)}{(2k-j) \cdot 2^{2k-j}} \binom{2k-j}{k} \dots\dots\dots (9)$$

なお、 $l < n/2$ の場合の期待値は $y_1=x_1$ の期待値が (4) 式で与えられるため、内挿的に推定が可能である³⁾。

以上、各種の配分率の定義等について一般的に述べたわけであるが、実測資料の解析においてそれらがどのような降雨記録から求められたものであるかを明確にしておく必要があり、その表現を容易にするための表記法をつぎに示しておく。

2.3 実測資料解析における表記法

まず、上述の定義から明らかなように各種の雨量配分率は総期間の等分割数 n が基本となっている。実測

資料の解析においては、この n のとり方は、降雨記録がいかなる時間単位で表現されているかということおよび総期間をどうとるかによって制限される。たとえば、1時間単位の降雨記録で総期間を6時間とするなら、 n としては、 $6/1=6$ 、 $6/2=3$ 、 $6/3=2$ の3通りしか考えられない。そこで、 n をどうとっているかも明確にするために、期間 $T(\text{hr.})$ の n 等分された期間 $u(\text{hr.})$ ごとの雨量配分記録とみなしている降雨記録を $R[u, T]$ と表記することにする。すなわちこれは $n=T/u$ とみなしているわけである。また、本研究では、降雨最盛期における雨量配分特性をも調べることにしたので、 $R[u, T]$ において、 t 時間連続最大雨量を構成する部分降雨記録を $R_{m_s}[u, t, T]$ と表記し、それについても、 $n=t/u$ として各種配分率を求めるわけである。

これらから求められた順位配分率 x_i や連続最大配分率 y_i は、 $t=T$ の場合を含めて、原則として $x_i(u, t)$ 、 $y_i(u, t)$ などと表記するわけであるが、 u 、 t あるいは T が自明等の場合は単に x_i 、 y_i とする場合もある。

3. 各種雨量配分率の分布特性の解析と検討

3.1 降雨資料の概要

解析した資料は建設省近畿地方建設局淀川ダム統合管理事務所において整理・製本された、京都、上野(以上気象庁所管)、黒津、名張(以上建設省所管)、黒田および大河原(以上関西電力所管)の6観測地点の時間雨量記録の中から抽出したものである。Fig. 1 にこれらの地点の位置の概略を示す。観測地点相互の直線距離は一番長いもので、黒田～名張間の71km、一番短いもので、大河原～上野間の13kmである。統計期間は、Table 1 に示すように、京都が一番長く、64年間、短いもので黒田、大河原の20年間であり、各年の6月から10月までの多雨期より、つぎに述べる基準に基づいて、12時間降雨および24時間降雨を抽出したわけである。すなわち、降雨継続時間が12時間以上24時間未満のものからは、12時間雨量が最大となる期間のものを、24時間以上継続するものからは、できるだけ多くの12時間降雨が得られ、かつ24時間降雨の解析も念頭があったためカードにパンチする際の2重手間を省くためそれらが連続したものとなる様抽出した(この点は抽出法の不統一という意味で若干問題である)。以上のことから24時間降雨は上記の12時間降雨の連なりとして選び、その中で雨量が最大となるように抽出したわけである。

なお、ここでは、上記の降雨継続時間をつぎのように定義している。すなわち、2時間以上連続するゼロ降雨があれば、その前後は別の雨とみなし、また12時間の中で1時間単位で測ったゼロ降雨が2回以上現われるものは除外するという方法をとった。これは Grace ら⁹⁾の研究と石原・友杉⁷⁾の研究の成果を参考としたものである。

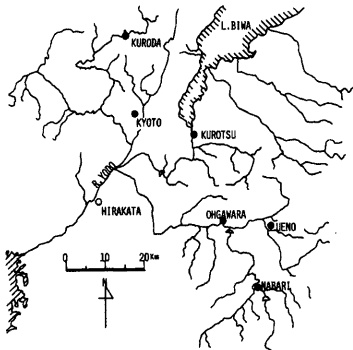


Fig. 1. Location of the observation points.

以上のようにして抽出した12時間降雨の数は Table 1 の All の欄に示す通りである。また、これらを雨量規模別に3つのクラス、大 (Large)、中 (Middle)、小 (Small) に別けた場合の内分けの数が同表に示してある。ここに、クラス大は12時間雨量 R_{12} が40mmを越えるもの、中は20mmを越え40mm以下のもの、小は20mm以下のものである。これらのクラスの境界値は、各クラスのデータ数ほぼ等しくなるようなラウンドナンバーとして選んだものであり、もちろん一般的なものではない。

なお、24時間降雨については、Table 1 の最後の欄に示すように資料数が少ないため、地点別、雨量規模別の取扱いをすることに無理があり、一括して取り扱うことにし、ここでは解析の対象とはせず、4.でのみ取り扱うものである。また、ここで12時間降雨をとりあげた理由は、1つには12時

Table 1 Outline of rainfall data. Classification by rainfall magnitude R_{12} is done as follows: Large; $R_{12} > 40\text{mm}$, Middle; $20 < R_{12} \leq 40\text{mm}$, Small; $0 < R_{12} \leq 20\text{mm}$.

Observation Points	Sampling Periods	Numbers of Data (ND)				
		12-Hour-Rainfall				24-Hour -Rainfall
		All	Classes of Magnitude			
			Large	Middle	Small	
KYOTO	1960~ 1969	881	232	321	328	145
UENO	1937~ 1969	476	130	169	177	76
KUROTSU	1931~ 1969	458	138	147	173	91
KURODA	1950~ 1969	307	88	86	133	67
NABARI	1940, 1950~1969	240	73	89	78	37
OHGAWARA	1950~ 1969	140	63	42	35	17
Total		2502	724	854	924	433

間という時間が、地点降雨と面積平均降雨とに顕著な差がないような規模の流域の洪水到達時間を包含しているということであるが、上記のように、資料数を比較的多く得られることも大きな理由の1つとなっている。

さらに、前述のように、資料抽出期間が毎年の6月から10月であって降雨原因別にみても様々なものが混在してしる。しかし、1.でもふれたように、これらを明確に分類するのは容易でなく、また分類することによって各データ数が著しく不均衡になることが想像されるため、今回はこれを見合せた。また、地点間の時間雨量の相関については、地点別の差異を検討する上で、あるいは面積平均雨量との関連において重要であると思われるが、資料の抽出法の関係もあって、ここでは検討していない。

3.2 地点別、雨量規模別にみた各種配分率の分布特性の比較と検討

ここでは、上述の12時間降雨資料の解析によって得られた各種配分率のうち、とくに最大配分率と連続最大配分率をとりあげ、それらの分布特性について、地点別、雨量規模別の差異の有無とその程度、およびそれらと純ランダムとした理論値との比較により、実測降雨のランダム性の程度等について検討する。

(1) 最大配分率

ここでいう最大配分率は、2.3で述べた $u=1(\text{hr.})$ として、 $R\{1, 12\}$ のもののみならず、降雨最盛期附近の雨量配分特性をも検討するために求めた $R_{ms}\{1, t, 12\}$ ($t=2, 3, \dots, 11$) のものをも含み、前者のものを含めて、 $x_1(1, t)$ ($t=1, 2, \dots, 12$) と表記する。

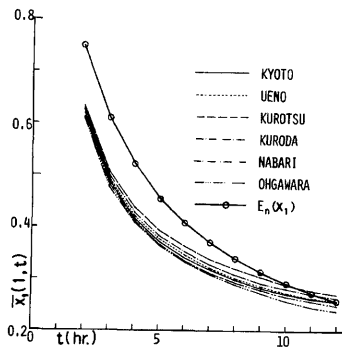


Fig. 2. Comparison of $x_1(1, t)$ by the observation points. $x_1(1, t)$ represents the maximum distribution rate to 1 hour in the maximum t -hour-rainfall of 12-hour-rainfall of which recording unit is 1 hour, and bar means the average value.

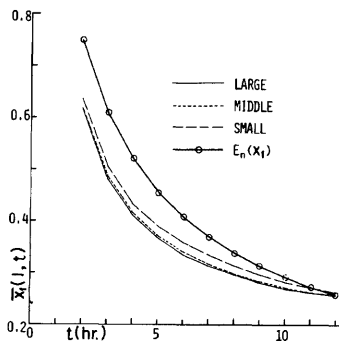


Fig. 3. Comparison of $x_1(1, t)$ by the classes of rainfall magnitude, without distinction of observation points.

(a) 平均值よりみた地点別の差異

Fig. 2 は雨量規模を考慮しないで地点別にみた $x_1(1, t)$ の平均値 $\bar{x}_1(1, t)$ と t の関係であって、実線、点線、破線、一点鎖線、二点鎖線および三点鎖線が、それぞれ京都、上野、黒津、黒田、名張および大河原のものを表わす。なお、丸印を太い実線で結んだものは、(4) 式で表わされる理論値 $E_n(x_1)$ ($n=t/1$) である。この図より $t=2$ (hr.) のときには、各地点間の差はほとんどなく $x_1(1, 2)$ が最も大きい黒津と最も小さい大河原との差は3%程度であること、ならびに t が大きくなるに従って地点間の差が増大し、 $t=12$ (hr.) 附近では最も大きい黒津地点と最も小さい大河原地点での相対的な差は約11%程度であることが判る。また、任意の t に対して、 $x_1(1, t)$ はその大きいものからの順が、黒津、黒田、上野、京都、名張、大河原となっているが、各地点の地形的な特徴とそれらの順位(最大配分率が大きいほど降雨の短時間集中度が大きい)との関連は不明である。

(b) 平均值よりみた雨量規模別の差異

まず、上記の結果より、地点別の差異がそれほど顕著でないことから、雨量規模別の全般的な傾向をみるために、地点の区別をしない全資料について、3.1 で述べた雨量規模別に $x_1(1, t)$ と t の関係と比較してみた。それが Fig. 3 であり、実線、点線、破線がそれぞれ大、中、小のものを示し、丸印を太い実線で結んだものは前図と同様 $E_n(x_1)$ を示すもので、これらの表示はとくにことわらない限り、以下同様である。この図からは規模大のものとの差はほとんど見られないが、中のものが大のものより大きく、規模小のものはわずかにそれより大きくなっている。その差は $t=6$ (hr.) 附近の最も大きいところでさえ約6%程度であることから、地点の区別を無視した場合の大、中、小間の差は顕著でないといえよう。

つぎに、各地点について、雨量規模別の差異を調べてみる。Fig. 4 の (a) から (f) に京都から大河原の各地点の $x_1(1, t)$ と t の関係図を示す。これによると、まず京都では大、中、小間の差はほとんど見られない。上野では、雨量規模が小さいほど x_1 が大きい傾向があるが、 t の小さいところで中と大の差は

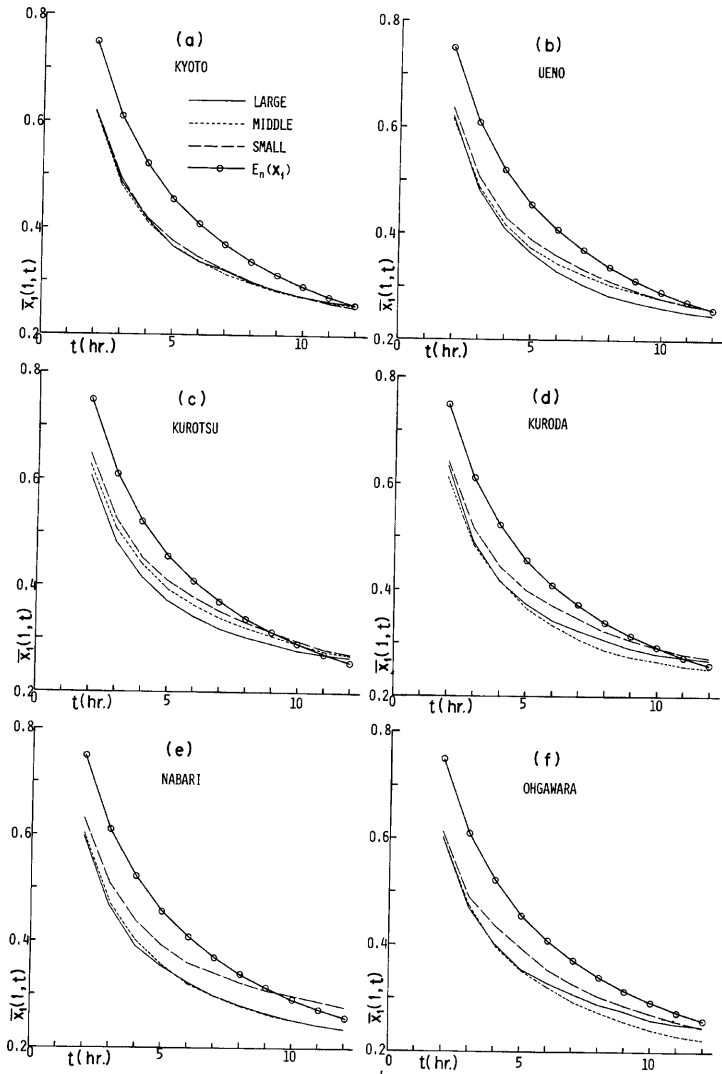


Fig. 4. Comparison of $x_1(1, t)$ by the classes of rainfall magnitude at each observation point.

ほとんどなく、 t が大きいところでは小と中の差がほとんどなくなっている。いずれにしても差は最大7%程度である。黒津では雨量規模が小さいほど x_1 が大きいという関係が上野よりはっきりしており、大小間の差の最も大きいところでは12%程度になっている。黒田では、 x_1 が規模小、大、中の順で小さくなる傾向があり、中小間の差の最も大きいところで約13%の差異がある。名張では、規模大のものとの差はほとんどないが、小のものはそれらよりかなり大きく、その差の最も大きいところでは20%程度の差異が認められる。最後に大河原では、黒田と同様の傾向を示すが、中小間の差の最も大きいところで約7%の差異となっている。

このように、各地点ごとに調べた雨量規模別の x_1 の差異の程度と傾向は地点ごとに異っており、一概にいうことができないが、地点の区別をしないう場合 (Fig. 3) からわかるように、少なくとも雨量規模小のものは、大、中のものに比して x_1 が大きくなる傾向が認められ、規模小の降雨の短時間集中度が大、中のものに比して大きい傾向があるといえよう。なお、地点間の上記の傾向の違いの原因は、地形的なものか、降雨原因が関係しているのかこの解析では不明であり、降雨原因別の解析の必要性が痛感される。

(c) 降雨最盛期の雨量配分特性

前掲の Fig. 2, Fig. 3 および Fig. 4 中に示した純ランダムとして得られた理論値 $E_n(x_1)$ ($n=t/1$) と実測値 $x_1(1, t)$ を比較すると、全般に、 t が小さいほど差が大きく、かつ理論値の方が大きくなっており、 $t=12$ (hr.) 付近で両者はほぼ一致していることがわかる。このことは、 t が小さい場合すなわち降雨のピーク付近あるいは最盛期に注目すると、その1時間ごとの雨量配分過程は明らかに純ランダムではなく、同程度の雨量強度が続く、いわば持続性があることを示しており、また、 $t=12$ (hr.) 付近すなわち12時間降雨全体からみると、雨量配分過程が純ランダムに近いかにみえることを示している。これらは、分布形の比

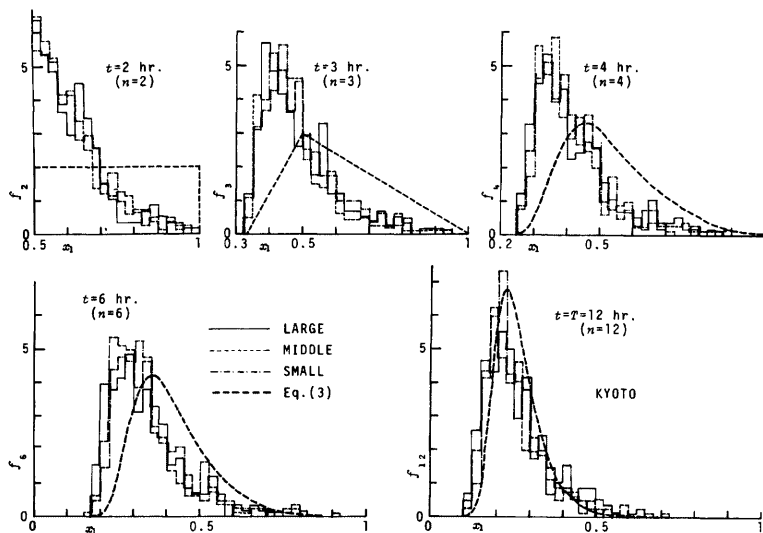


Fig. 5. An example of comparison between distributions of $x_1(1, t)$ by the classes of rainfall magnitude, with the theoretical distribution $f_n(x_1)$ ($n=t/1$) given by Eq. (3).

較によってさらに明確になる。1例として京都地点の雨量規模別の比較を $t=2, 3, 4, 6$ および $12(\text{hr.})$ についてしたものを Fig. 5 に示す。実線、点線および一点鎖線がそれぞれ規模大、中および小の実測の $x_1(1, t)$ の 0.025 きざみの分布で、それぞれ面積が1になるようにしてあり、破線が (3) 式で $i=1$ とした、 x_1 の理論的確率密度関数 $f_n(x_1) (n=t/1)$ である。なお、この図で、雨量規模別の検討をついでに行くと、平均値でみた場合、差は明確ではなかった (Fig. 4(a)) わけであるが、分布形を詳細にみると、規模が大きいものほど $x_1(1, t)$ がわずかながら小さい側に偏る傾向がみられる。この傾向は他の地点でも認められ、先に述べた持続性は、雨量規模が大きいほどわずかながら大きいことを示しているようである。

ところで、先に12時間降雨全体からみると、雨量配分過程が“純ランダムに近いかみえる”という表現をしたが、これは、後述の連続最大配分率の検討によって、12時間降雨の1時間ごとの雨量配分過程は明らかに純ランダムではないことが判っているからであり、前記のように、降雨最盛期の配分過程が明らかに純ランダムでないことは別問題である。というのは、 $R[1, 12]$ が仮りに純ランダムな配分過程であるとして、それから得られる $R_{ms}\{1, t, 12\} (t=2, 3, \dots, 11)$ の最大配分率 $x_1(1, t)$ の理論分布を考えるならば、これは、ここで比較の対象としたように、最初から $n=t/1$ の純ランダムな配分過程とした最大配分率の理論分布とは明らかに異なり、前者の理論分布はいまのところ不明ではあるが、後者の理論分布より、小さい側へ偏ることは容易に推定され、したがって、ここでいう持続性は、 $R[1, 12]$ の配分過程が純ランダムであっても $R_{ms}\{1, t, 12\}$ においては現われるものであるからである。

(2) 連続最大配分率

ここでは、時系列的な要素をもつ、応用上もより有用な連続最大配分率について、 $R[1, 12]$ およびその降雨最盛期を代表するものとして $R_{ms}\{1, 6, 12\}$ を対象として、最大配分率と同様な検討とランダム性の検討等を行う。

(a) 平均値よりみた地点別の差異

Fig. 6 は雨量規模を考慮しないで地点別にみた、 l 時間連続最大配分率の平均値 $\bar{y}_l(1, t)$ と $l(\text{hr.})$ との関係で、 $t=6$ および $t=T=12(\text{hr.})$ について示したものである。実線、点線、破線、一点鎖線、二点鎖線、三点鎖線はそれぞれ、京都、上野、黒津、黒田、名張、大河原の各地点のものを表わしている。なお丸印で示したものは、(9) 式で $n=t/1$ とした理論値 $E_n(y_l)$ で、 $n=12$ の場合 $l/t < 1/2$ のところは、内挿による推定値である。また掛印は (4) 式で $i=1, n=n'=t/l$ とした $E'_{n'}(x_1)$ で、 n' が整数でないものは内挿による推定値である。この図より、 $t=12(\text{hr.})$ の場合、大河原地点のみが他の地点のものから約4%程度小さいだけで、他の地点間では差がほとんどないことがわかるが、大河原地点だけがとくに小さい値を示す理由はいまのところ不明である。一方 $t=6(\text{hr.})$ の場合は、6地点ともほぼ等しい値を示している。なお、理論値との比較については後でまとめて行う。

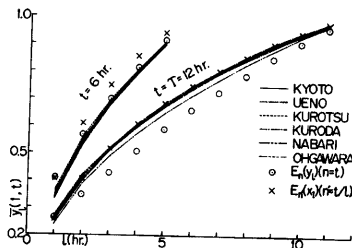


Fig. 6. Comparison of $\bar{y}_l(1, t)$ by the observation points for $t=6(\text{hr.})$ and $t=T=12(\text{hr.})$. $\bar{y}_l(1, t)$ represents the maximum distribution rate to l hours in the maximum t -hour-rainfall of 12-hour-rainfall of which recording unit is 1 hour, and bar means the average value.

(b) 平均値よりみた雨量規模別の差異

ここでは、各地点ごとに、雨量規模別の差異を検討する。Fig. 7 の (a) から (f) に京都から大河原の各地点の $\bar{y}_l(1, t)$ と l の関係図を $t=6$ および $12(\text{hr.})$ について示す。実線、点線、一点鎖線がそれぞれ、規模大、中、小のものを表わし、丸印、掛印はそれぞれ、先と同様 $E_n(y_l), E'_{n'}(x_1)$ である。まず、京都では、 $t=12(\text{hr.})$ の場合、規模小のものが、他の2者に比して、4%程度小さいが、大中間の差はほ

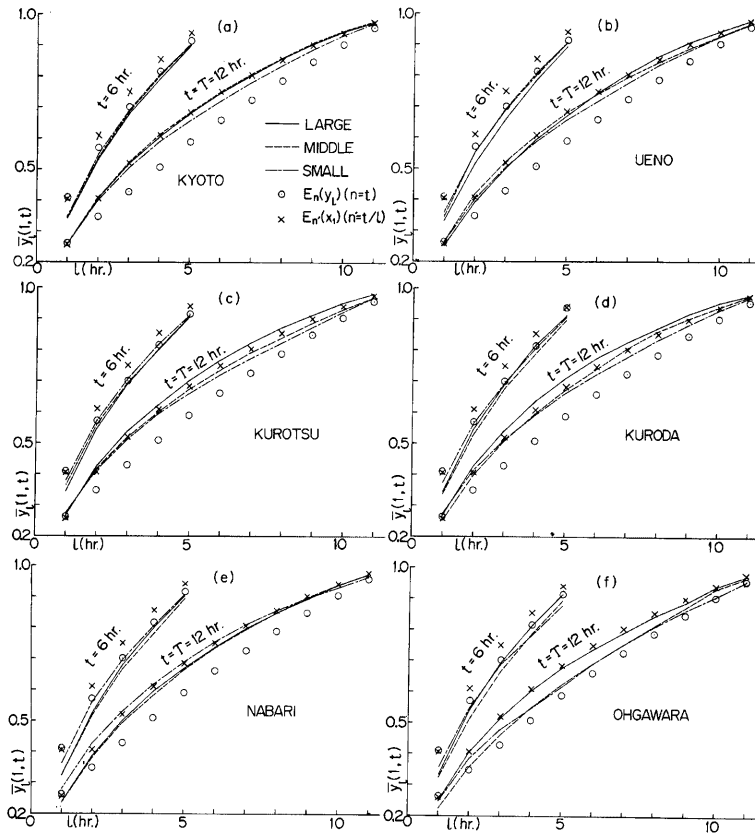


Fig. 7. Comparisons of $\bar{y}_l(l, t)$ by the classes of rainfall magnitude at each observation point.

とんどない。 $t=6$ (hr.) の場合は、ほとんど差はない。上野では、 $t=12$ (hr.) の場合、 l によって大小関係が逆転しているが、差の一番大きいところで4%程度である。 $t=6$ (hr.) の場合は、規模大のものが他に比して若干小さくなっている。黒津では、 $t=12$ (hr.) の場合、規模大、中小の順で \bar{y}_l が大きくなっており、大小間の差の最も大きいところで6%程度である。 $t=6$ (hr.) の場合は、この関係が逆転しているが、差はせいぜい2%程度である。黒田では、黒津とほぼ同様の関係になっている。名張では、 $t=12$ (hr.) の場合、 l が小さいところで規模小のものがやや大きくなっている程度で、全体としてあまり差がなく、 $t=6$ (hr.) の場

合も、せいぜい3%程度の差である。最後に、大河原では、 $t=12$ (hr.)の場合、規模大のものが他の2者よりやや大きくなっており、差の最も大きいところで、7%程度となっているが、 $t=6$ (hr.)の場合は、やはりせいぜい3%程度の差異しかない。

以上のように、雨量規模別の $\bar{y}_l(1, t)$ の差異は、 $x_1(1, t)$ と同様、地点ごとに大小関係とその程度が様々であり、一概にはいえないが、 $t=12$ (hr.)の場合、名張地点を除いて、雨量規模が大きいものの方が、概して $\bar{y}_l(1, t)$ が大きくなる傾向があるようである。また、 $t=6$ (hr.)の場合は、そうした傾向は認められないと同時にその差はほとんど無視できるものとなっている。なお、 $t=12$ (hr.)の場合も、差異が一番大きいものでせいぜい7%程度であり、有意な差とはいえないかもしれない。

(c) 理論値との比較による雨量配分特性の検討

前掲の Fig. 6 や Fig. 7 で、 $t=12$ (hr.)の場合の実測値と、理論値 $E_n(y_l)$ を比較すれば明らかのように、 $l=1$ の場合を除いて、全般に、実測側の方が理論値よりかなり(ただし大河原の規模中、小を除く)大きくなっている。これは、 $R\{1, 12\}$ の雨量配分過程が時系列的にみた場合、明らかに純ランダムでないことを示しており、このことは以前に行なった他の資料解析の結果³⁾と同様である。なお、本来比較すべきものではないが、 $\bar{y}_l(1, 12)$ と $E'_n(x_1)$ ($n'=12/l$) とが、全般に非常に近い値を示していることに気づく。一方、 $t=6$ (hr.)の場合は、逆に、 $\bar{y}_l(1, 6)$ の方が、 $E_n(y_l)$ ($n=6$) より大ききめとなり、かつ両者は $l=1$ (hr.) 以外のところで、全般にかなりよく一致しており、ピーク付近を除いて、ほぼランダムに配分されることを示しているかに見える。

以上は、平均値のみでみたものであり、分布形で調べてみる必要がある。まず、 $t=12$ (hr.)の場合の1例として、Fig. 8 を示す。細い実線で示したものが、京都の雨量規模を考慮しないものの $y_l(1, 12)$ の0.025きざみの実測分布で、面積が1になるようにしてある。太い破線が(8)式で $n=12$ として与えられる y_l の理論分布 $g_{12}(y_l)$ で、 $y_l < 1/2$ のところは理論式が得られていないので示してない。また、太い実

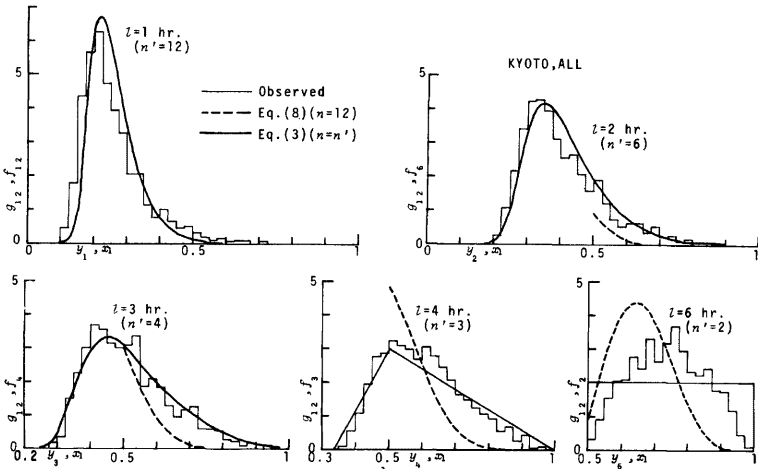


Fig. 8. An example of comparison between observed distribution of $y_l(1, 12)$ and the theoretical one $g_n(y_l)$ given by Eq. (8) as $n=12$, with the theoretical distribution $f_{n'}(x_1)$ given by Eq. (3) as $n=n'=12/l$.

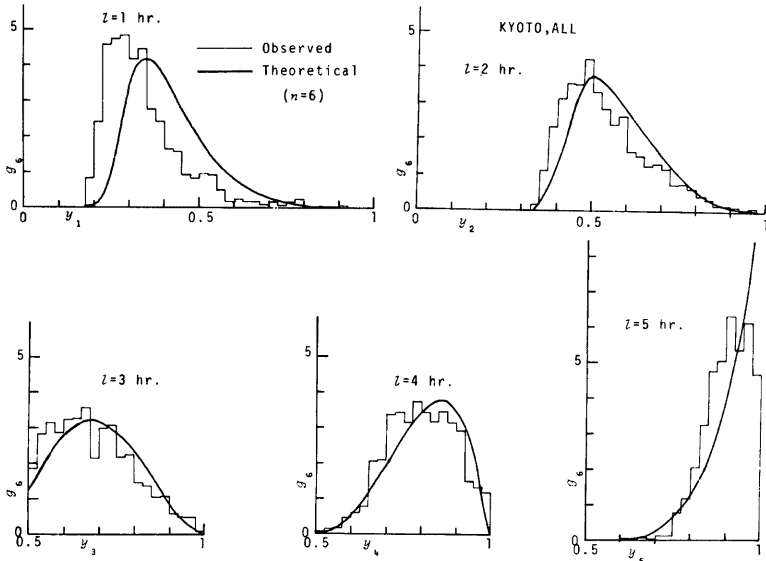


Fig. 9. An example of comparison between observed distribution of $y_l(1,6)$ and the theoretical one $g_n(y_l)$ for $n=6$.

線は、本来比較すべきものではないが、 $n=n'=12/l$ として、(3)式で与えられる x_1 の理論分布 $f_{n'}(x_1)$ である。図には、 n' が整数となる $l=1, 2, 3, 4, 6$ (hr.) の場合を示してあるが、いずれの場合でも $f_{n'}(x_1)$ の方が $g_{12}(y_l)$ よりも、実測のものに近いことは、平均値のみでみた結果からも当然であるが、 $l=6$ ($n'=2$) の場合を除いて、 $f_{n'}(x_1)$ がその形状においても実測分布に非常によく似ていることは興味深い。しかしこの理由については、現在のところよく判らない。

つぎに、 $l=6$ (hr.) の場合の分布形の1例として、Fig. 9 を示す。細い実線が、京都の雨量規模を考慮しないものの $R_{ms}\{1, 6, 12\}$ から得られた $y_l(1,6)$ の0.025きざみの実測分布で、やはり面積が1になるようにしてある。太い実線が $n=6$ の場合の y_l の理論分布 $g_6(y_l)$ で、これは完全に得られている³⁾。この図より、 $l=1$ (hr.) のものを除いて、実測のものと理論のものとは、分布形状もかなりよく似ているが、前者がやや小さい側に偏る傾向がみられる。

以上のように、 $R\{1, 12\}$ の場合には、実測値が理論値よりかなり大きめであったのに、 $R_{ms}\{1, 6, 12\}$ の場合には、逆に理論値の方が全般に大きめになっており、かつ、 l が小さいところ以外はその差はわずかとなっている。このことからつぎのようなことがいえよう。すなわち、ピーク近傍の6時間に配分される雨量は、純ランダムな場合に比してかなり集中する傾向にあるが、その6時間内の雨量配分は、逆に、集中度が低く、最大配分率のところで得られた結果と同じく、持続性があることを示しているが、6時間内の3~4時間への集中度は、純ランダムな場合と比してそれほど劣らないということである。

ここでは、 $l=6$ (hr.) の場合を降雨最盛期の代表として検討したが、その前後の時間でもほぼ同様の結果になり、また、他の地点、雨量規模別についても程度の差こそあれ、定性的には同様の結果となり、雨量の時間配分の普遍的な特性と考えられる。

4. 連続最大配分率の評価における降雨記録の時間単位の影響の検討

連続最大配分率は、各種配分率のなかでも、応用上一番有用なものである。ところが、3.2において連続最大配分率として求められたものは、1時間単位の降雨記録に基づいて得られたものであり、それは1時間ごとと平均化された雨量情報に関して最大であるにすぎない。すなわち、真の最大 l 時間雨量は、降雨記録の時間単位が瞬間のときはじめて評価できるわけで、1時間単位の記録では真の値より一般に小さく評価することになる。

ここでは、この過小評価の量が平均的にどの程度かを問題にし、以下に述べる資料解析に基づきいけば外挿の方法をもって、これを推定するとともに、その手法を拡張して、実用上どの程度の時間単位の降雨記録から求める必要があるかについて検討し得るような関係式を求めてみた。

4.1 1時間単位の記録に基づく場合

ここで解析の対象とし得る降雨記録は1時間単位のものだけである。したがって、時間単位の影響を直接調らべることができるのは、時間単位を1時間より増していった場合だけである。すなわち、時間単位1(hr.)の降雨記録を、時間単位 $u=2, 3, \dots$, (hr.)の記録とみなし、それぞれ $\bar{y}_l(u, T)$ を求めることによって、その u による変化の傾向を把握することができる。この傾向を逆に u が1(hr.)より小さい方へ延長して瞬間単位のものから得られるであろうものを推定しようというわけである。

ここでは、3.1で述べた12時間降雨と24時間降雨を対象とする。したがって、 $\bar{y}_l(u, T)$ の u による変化をみることで l と u との組合せを考えると、 $T=12$ (hr.)の場合、 $l=2$ または10のとき $u=1$ と2、 $l=3$ または9のとき $u=1$ と3、 $l=4$ または8のとき $u=1$ 、2および4、 $l=6$ のときは $u=1, 2, 3$ および6となり、 $T=24$ (hr.)の場合は、 $l=2, 10, 14$ または22のとき $u=1$ と2、 $l=3, 9, 15$ または21のとき $u=1$ と3、 $l=4$ または20のとき $u=1, 2$ および4、 $l=6$ または18のとき $u=1, 2, 3$ および6、 $l=8$ または16のとき $u=1, 2, 4$ および8、そして、 $l=12$ のとき $u=1, 2, 3, 4, 6$ および12となり、これですべてであることがわかる。

以上の各組合せについて $\bar{y}_l(u, T)$ と u との関係を求めた結果の1例をFig. 10(a)に示す。これは、京都の雨量規模を考慮しない $T=12$ (hr.)の場合であるが、 l に対応する u が3つ以上あるものについて、 $\bar{y}_l(u, 12)$ と u とがほぼ直線関係にあることが判る。ここには示さないが、このことは他のすべての場合でもみられたので、 l に対応する u が2つしかないものも直線関係にあるとし、さらに一般に、 $\bar{y}_l(u, T)$ と u は直線関係にあると仮定することにする。すると、この直線を各 l について、 $u=0$ の軸まで延長し、交点 $\bar{y}_l(0, T)$ を求めれば、これがいま求めようとしているものに他ならない。しかし、たとえば上記の例では、 $l=2, 3, 4, 6, 8, 9$ および10(hr.)の場合しか求めることができないため、より一般的に、 l の値を連続変数としても取り扱えるように、さらにつぎのようなことを行った。

まず、 $u=1$ (hr.)のもの $\bar{y}_l(1, T)$ に対する $\bar{y}_l(u, T)$ の比率

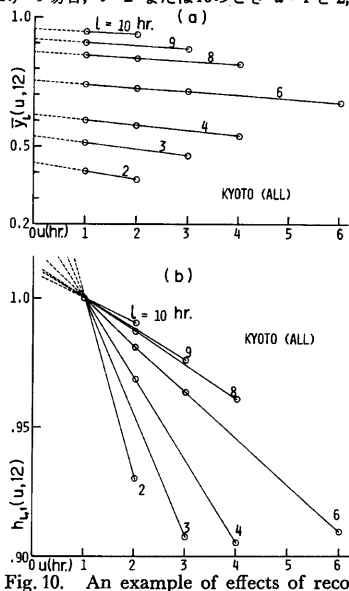


Fig. 10. An example of effects of recording unit u (hr.) on the values \bar{y}_l which can be estimated. (a) Relation between $\bar{y}_l(u, T)$ and u . (b) Relation between $h_{l,1}(u, T)$ (Eq.(10)) and u .

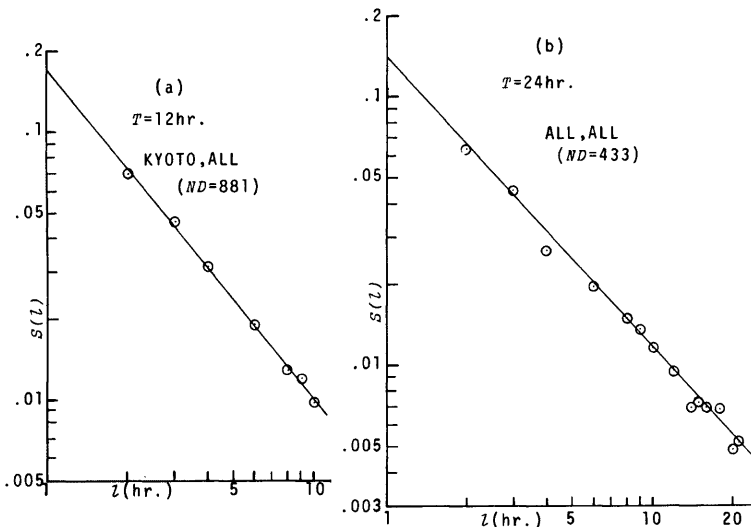


Fig. 11. Examples of relation between $l(\text{hr.})$ and $S(l)$. Where, $S(l)$ is the absolute value of inclination of straight line which is fitted to the relation between $h_{i,1}(u, T)$ and u . (a) is the case of Fig. 10, and (b) is the case of $T=24(\text{hr.})$ shown in Table 1.

$$h_{i,1}(u, T) = \bar{y}_i(u, T) / \bar{y}_i(1, T) \dots\dots\dots (10)$$

を考え、その u による変化を調べる (なお、これは、平均値の比であるが、比の平均値もこれとほとんど差がない)。Fig. 10(b) は、(a) の場合の $h_{i,1}(u, T)$ と u の関係図である。 $\bar{y}_i(u, T)$ と u とがほぼ直線関係にあるため、当然、 $h_{i,1}(u, T)$ と u の関係も直線状になる。そこで、これらは直線関係にあると仮定し、 l をパラメータとする各直線の勾配の絶対値を $S(l)$ とすれば、これらの直線群は、

$$h_{i,1}(u, T) = -S(l) \cdot (u-1) + 1 \dots\dots\dots (11)$$

と表わされる。

したがって、 l と $S(l)$ の一般的な関係を探ればよいわけで、そのために、それらを両対数紙上にプロットしてみた例が、Fig. 11(a), (b) であり、(a) は Fig. 10 と同じ場合のもの、(b) は $T=24(\text{hr.})$ の地点、雨量規模を考慮しない場合のものである。これらの図から l と $S(l)$ は両対数紙上でほぼ直線関係にあることが判り、他の場合も同様であった。そこで、

$$S(l) = \beta \cdot l^{-\alpha} \dots\dots\dots (12)$$

と表わされると仮定する。ここに、 α, β はそれぞれ、前掲の図から求められる直線の勾配の絶対値、および $l=1$ の軸との交点を表わす定数であり、Table 2 に他の場合も含めてそれらの値を示しておく。

この (12) 式を (11) 式に代入し、 $u=0$ とすれば、

$$h_{i,1}(0, T) = \beta \cdot l^{-\alpha} + 1 \dots\dots\dots (13)$$

すなわち、(10) 式より、

$$\bar{y}_i(0, T) = (\beta \cdot l^{-\alpha} + 1) \cdot \bar{y}_i(1, T) \dots\dots\dots (14)$$

Table 2. Estimated values of α and β in Eq.(12).

T (hr.)	Observation Points	Classes	α	β
12	KYOTO	All	1.23	0.17
		Large	1.24	0.18
		Middle	1.24	0.18
		Small	1.20	0.16
	UENO	All	1.35	0.17
		Large	1.33	0.19
		Middle	1.39	0.18
		Small	1.20	0.13
	KUROTSU	All	1.16	0.15
		Large	1.26	0.19
		Middle	1.15	0.13
		Small	1.28	0.17
	KURODA	All	1.26	0.17
		Large	1.21	0.16
		Middle	1.19	0.14
		Small	1.23	0.17
NABARI	All	1.42	0.21	
	Large	1.20	0.15	
	Middle	1.34	0.19	
	Small	1.56	0.23	
OHGAWARA	All	1.12	0.13	
	Large	1.11	0.14	
	Middle	1.13	0.15	
	Small	1.26	0.13	
24	All	All	1.08	0.14

という関係が得られる。これは、瞬間単位の降雨記録より得られる l 時間連続最大配分率の平均値は、1時間単位のものから得られるものの $(\beta \cdot l^{-\alpha} + 1)$ 倍であることを示している。Table 2 に示したように、 α は小さくても 1.1 程度の値、 β は 0.13~0.23 の値であるから、 $l=1$ (hr.) の場合は、 $y_l(0, T)$ は $y_l(1, T)$ の 1.13~1.23 倍とかなり大きく、 $l=2$ (hr.) の場合でも、1.06~1.10 倍となり、応用上重要な y_l の確率分布を $l=1$ あるいは 2(hr.) について $R\{1, 12\}$ や $R\{1, 24\}$ から求めるとかなりの誤差があることを暗示している。しかし、 $l=3\sim 4$ (hr.) 以上になると、 $\beta \cdot l^{-\alpha}$ はかなり小さくなり、 $R\{1, 12\}$ や $R\{1, 24\}$ から求めてもほぼ十分であると考えられる。

4.2 任意の時間単位の記録に基づく場合

ここでは、上記の方法を拡張して、実用上どの程度の時間単位の記録が必要かを検討し得るように、任意

の時間単位の記録から得られるであろう $\bar{y}_i(u, T)$ と $\bar{y}_i(0, T)$ とのより一般的な関係式を求めてみた。

まず、先と同様、 u と $\bar{y}_i(u, T)$ とが直線関係にあると仮定すると、

$$\bar{y}_i(u, T) = -a_i \cdot u + b_i \tag{15}$$

と表わせる。ここに、 a_i, b_i は l によって決まる定数である。つぎに、4.1 では $u=1$ (hr.) を基準として、 $h_{i,1}(u, T)$ を考えたが、この 1(hr.) のかわりに一般的に u_0 とおき、

$$h_{i,u_0}(u, T) = \bar{y}_i(u, T) / \bar{y}_i(u_0, T) \tag{16}$$

を考えると、(15) 式より、

$$h_{i,u_0}(u, T) = -S_{u_0}(l) \cdot (u - u_0) + 1 \tag{17}$$

となる。ここに、

$$S_{u_0}(l) = a_i / (b_i - a_i \cdot u_0) \tag{18}$$

である。この $S_{u_0}(l)$ は、逆数をとって $u_0=0, 1, 2, \dots$ とすることにより、つぎのような漸化式を満たすことが判る。

$$\frac{1}{S_{u_0}(l)} - \frac{1}{S_{u_0+1}(l)} = 1 \tag{19}$$

これを解くと、

$$S_{u_0}(l) = S_1(l) / \{1 - (u_0 - 1)S_1(l)\} \tag{20}$$

が得られる。ここに、 $S_1(l)$ は 4.1 における $S(l)$ に他ならない。すなわち、(16), (17), (20) および (12) 式より、

$$\bar{y}_i(u, T) = \frac{(u-1)\beta l^{-a} - 1}{(u_0-1)\beta l^{-a} - 1} \cdot \bar{y}_i(u_0, T) \tag{21}$$

$$(0 \leq u, u_0 \leq l)$$

が得られる。ここで $u=0$ とし、 u_0 をあらためて u と表わすと、求める式はつぎのようになる。

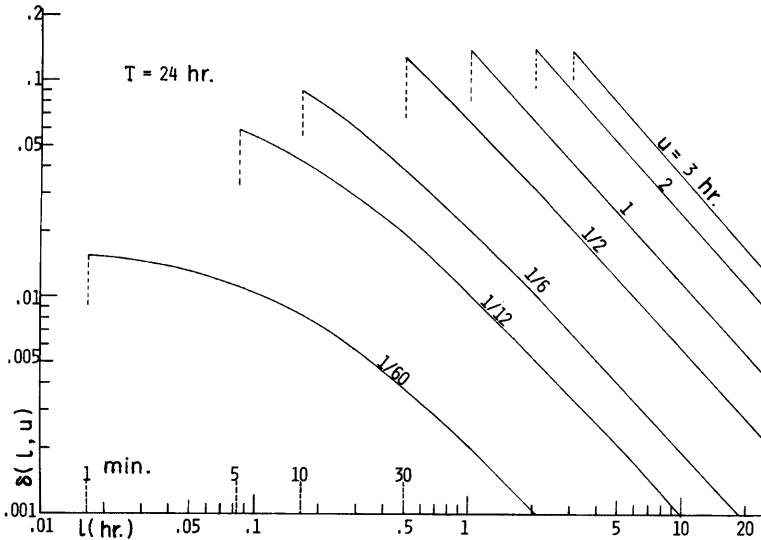


Fig. 12. An example of relation between $\delta(l, u)$ (Eq. (23)) and l setting u as parameter.

$$y_l(0, T) = \{1 + \delta(l, u)\} \cdot y_l(u, T) \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここに、

$$\delta(l, u) = u\beta l^{-\alpha} / \{1 - (u-1)\beta l^{-\alpha}\} \quad \dots\dots\dots (23)$$

である。この関係式は、 u が整数の場合について求められたものであるが、内挿によって、任意の正の実数の場合に成立するとしても不自然ではなからう。すなわち、(22) 式は、瞬間単位の降雨記録より得られるものは、任意の時間単位 u (hr.) のものより得られるものの $(1 + \delta(l, u))$ 倍であることを示している。つぎにこの $\delta(l, u)$ の値がどの程度かを示し、若干の検討を加える。

Fig. 12 は、 $l(\geq u)$ を連続変数とし、 u をパラメータとして $\delta(l, u)$ と l の関係を示した例で、 $T=24$ (hr.) の場合のものであり、Table 2 に示した α, β の値を用いている。この図より、例えば、 $l=1$ (hr.), $u=1/6$ (hr.) つまり 10 (min.) のとき、 $\delta=0.021$ が得られるが、これは、 $R\{1/6, 24\}$ から得られる 1 時間連続最大配分率は瞬間単位のものより得られるものと大差ないことを示しており、この推定法が正しいとすれば、通常、正式の観測記録として、最大 1 時間雨量が 10 分単位の記録より決定されていることがほぼ妥当であることを意味する。逆にいえば、こうしたことが経験的に妥当であるとされてきたことから、この推定法がほぼ妥当であるといえるかもしれない。今のところ妥当性を検証する確実な方法はないが、とにかく、ここに示した推定法が正しいとすれば、実用上許される誤差の基準を定めれば、(22) 式によって、どのような時間単位の降雨記録が必要かを決定できよう。

なお、応用上、より重要なのは、 y_l の平均値よりも確率分布であり、その瞬間単位の記録より得られるものの推定は、ここで平均値について行ったように、各超過確率に対応する y_l ごとに u による変化傾向を探ればできないこともないかもしれないが、すべて直線関係になるとは考えられず、外挿法であるので簡単ではないように思われる。

5. あどがき

以上、本研究では、降雨の時間分布の統計的構造を各種の雨量配分率の確率分布特性という形で把握・表現しようとする立場から、主として 12 時間降雨の資料解析に基づいて、従来の研究で検討が不十分もしくはなされなかった地点別、雨量規模別にみた場合の各種配分率の分布特性の差異の有無とその程度、あるいは降雨最盛期の雨量配分特性について、降雨の時間配分過程を純ランダムと仮定して既に得られている理論分布と比較しながら検討するとともに、降雨記録の時間単位が、応用上最も重要な連続最大配分率の評価値にどの程度の影響があるかを検討してみた。主な結果を列挙すると以下のようである。

(1) 地点別の相違については、降雨最盛期における雨量配分特性については各地点間の差はほとんどみられず、ピーク近傍よりはずれた期間において地点別の特徴が現われる傾向にあるが、その差の程度は最大配分率の平均値でみて最大 11% であり、また、連続最大配分率の場合は最大 6% にすぎない。

(2) 雨量規模別の相違については、地点ごとに特徴があっても一概にはいえないが、雨量規模が大きいほど、ピーク付近あるいは降雨最盛期で同程度の雨量が持続する傾向がわずかながら強いようである。その差の程度は、最も大きい地点で、最大配分率の平均値でみて 20%、最大連続最大配分率の場合は最大 9% 程度である。

(3) 理論値との比較から、一般に 12 時間降雨全体からみた 1 時間への雨量の集中度は純ランダムとした場合と大差ないが、2 時間以上の降雨最盛期に注目した場合、その期間への雨量集中度は純ランダムな場合よりかなり大きいとともに、その期間内の短時間集中度は比較的小さく、持続性が認められ、これは降雨の時間配分の普遍的特性と考えられる。

(4) 連続最大配分率の評価における降雨記録の時間単位の影響の検討からは、連続時間が 3~4 時間以上の場合には、1 時間単位の記録でも十分であることがわかった。また、一般に、実用上どの程度の時間単位の降雨記録が必要かを検討し得る関係式を導いた。

以上のような結果を得たわけであるが、つぎに問題点と今後の課題を列挙すると、

(1) 降雨資料の地点間の不均衡の是正と増量によって、地点別、雨量規模別の統計的特性をより明確に把握できるようにする必要がある。

(2) ここでは淀川水系内の地点間の差を検討したが、他の地域でも同様なことを行くと同時に地域間の差も検討する必要がある。

(3) 降雨原因別の検討も行う必要がある。

(4) 地点間相互の時間雨量の相関と面積平均のものとの統計的関連を明らかにする必要がある。

(5) 時間単位の影響については、ここで用いた推定法における線形仮定に関して、より短い時間単位の降雨資料の解析によって検証を行うか、理論的な考察を加えることによって、その妥当性の検討を行う必要がある。などである。

最後に、本研究に当って、貴重な資料を提供頂いた近畿地方建設局、ならびに資料整理、計算および計算結果の整理あるいは図面の作成等において、多大の助力を願った。京都大学工学部学生、齊藤章彦、高橋正敏、則武俊の諸君に感謝の意を表するとともに、本研究は、科学研究費補助金（一般研究（D））を受け、また、資料の解析計算は京都大学大型計算機センターで行われたことを付記し、それぞれ謝意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) 石原安雄・友杉邦雄：降雨の時間配分に関する確率論的考察，京都大学防災研究所年報，第14号 B，昭46，pp. 87-102.
- 2) 石原安雄・友杉邦雄：雨量の時間配分に関する統計則の研究，土木学会第26回年次学術講演会講演概要集，第2部，昭46，pp. 395-398.
- 3) 石原安雄・友杉邦雄・佐藤基：連続最大降雨に関する確率論的研究，土木学会第27回年次学術講演会講演概要集，第2部，昭47，pp. 321-324.
- 4) 石原安雄・友杉邦雄：雨量の確率分布より最大流量の確率分布を推定する方法について，土木学会第28回年次学術講演会講演概要集，第2部，昭48，pp. 120-121.
- 5) 石原安雄・友杉邦雄：ダム治水操作に関する研究——降雨量が予測される場合——，京都大学防災研究所年報，第17号 B，昭49，pp. 479-491.
- 6) Grace, R.A. and P.S. Eagleson: The Synthesis of Short-Time-Increment Rainfall Sequences, Hydrodynamics Laboratory Report, No. 91, Dep. of Civil Eng., MIT, 1966.
- 7) 石原安雄・友杉邦雄：降雨および無降雨の継続時間に関する確率論的考察，土木学会関西支部年次学術講演会講演概要集，昭49，pp. II-36-1~2.